

**אמידת הפרמיה הגלומה
בתשואות המק"ם**

אלכס אילק* טניה סוחוי ניר קליין****

סדרת מאמרים לדיון 2005.11
דצמבר 2005

* מחלקה מוניטרית, בנק ישראל.

** מחלקת המחקר, בנק ישראל <http://www.boi.gov.il>

הדעות המובאות במאמר זה אינן משקפות בהכרח את עמדת בנק ישראל

עיקר הממצאים

העבודה בוחנת את התפתחות הפרמיה הגלומה בעקום תשואות המק"ם ל-12 חודשים בין השנים 1992 עד 2002. פרמיה זו נאמדה במספר שיטות אקונוטריות, שאחת מהן מאפשרת לפרמיה הנאמדת להגיב על אי-הוודאות, כפי שהיא משתקפת בשונות התשואה העתידית העודפת. מהממצאים עולה כי בתהליך הדיסאינפלציה אופיינה הפרמיה במגמת ירידה, בהתאם לירידה בסיכון האינפלציה; החל מסוף שנת 2000 ועד סוף שנת 2002 שבה הפרמיה ועלתה, וזאת בגלל האינפלציה שפרצה ברביע אחרון של שנת 2000 ומשבר האמון במדיניות הכלכלית, שאפיין את המחצית הראשונה של שנת 2002. העבודה בחנה גם גורמים נוספים המשפיעים על התפתחות הפרמיה. עם הגורמים שנמצאו בעלי השפעה מובהקת נמנים הפער בין האינפלציה ליעד האינפלציה, פער הריביות בין המשק לחו"ל, השינוי בשיעור החזקת המק"ם בידי הציבור, השינויים בריבית בנק ישראל וסטיית התקן של שינויים אלו.

1. הקדמה

עבודה זו בוחנת את התפתחות הפרמיה הגלומה בעקום תשואות המקיים ל-12 חודשים בין השנים 1992 עד 2002, תקופה שבה התנהל במשק הישראלי תהליך של דיסאינפלציה הדרגתי, שבסופו הושגה יציבות מחירים. הואיל והפרמיה אינה משתנה נצפה, אלא נגזרת מהתשואות העתידיות על המקיים, אנו אומדים אותה במספר שיטות כדי לבחון כיצד היא השתנתה במשך הזמן ולזהות את הגורמים המשפיעים על התפתחותה. לאמידת הפרמיה וניתוח הגורמים המשפיעים עליה יש חשיבות מרכזית בניהול המדיניות המוניטרית, משום שתשואות המקיים משמשות כיום אינדיקטור מרכזי להערכת תוואי הריבית שציבור החוסכים במשק צופה לשנה הקרובה. על ידי "ניקוי" השינויים בעקום התשואות מהשינויים שמקורם בפרמיה, ניתן להשיג יתר דיוק במדידת תוואי הריבית הנגזר מעקום התשואות.

השיטה שבה עשינו שימוש בעבודה זו מתיישרת עם תיאוריית הציפיות (expectations theory), המייחסת בין היתר את מבנה עקום התשואות ואת התנודתיות בו, להערכות הפרטים לגבי תוואי הריבית העתידי, בהנחה שלא ניתן להפיק רווחי ארביטראז' מהשקעות של טווח קצר ומהשקעות של טווח ארוך.¹ בספרות ישנן מספר הגדרות לתיאוריית הציפיות. כך, למשל, בגרסתה "הטהורה" ("pure" expectations theory), תיאוריית הציפיות מניחה כי הפרמיה (term premia) שהפרטים דורשים בגין החזקת נכס הנושא תשואה היא אפס (Lutz, 1940), או שהיא קבועה על פני זמן (Hicks, 1939).² בהגדרה זו התנודתיות של עקום התשואות מוסברת אך ורק על ידי השינויים בהערכות הפרטים לגבי הריבית העתידית. בגירסה ליברלית יותר, תיאוריית הציפיות אינה שוללת את האפשרות שהפרמיה משתנה לא רק בין האופקים השונים אלא גם על פני זמן (Cook and Hahn, 1990).

המחקרים שבחנו את תיאוריית הציפיות בגרסתה הטהורה לא זכו לתמיכה אמפירית רחבה. כך, למשל, תוצאות הבדיקה המקובלת ביותר שבחנה אם שיפוע עקום התשואות מסביר היטב את השינוי הצפוי בריבית ה-Spot (רגרסיית Fama, 1984; ראו דיון בהמשך)³, לא היו חד משמעיות, אלא השתנו בהתאם למדינה, לתקופת המדגם, ולאופק של איגרות החוב. בארה"ב, למשל, מרבית המחקרים מראים שעקום התשואות אינו מנבא את השינוי בריביות (Fama, 1984; Mankiw and Summers, 1984; Mankiw and Miron, 1984; Campbell and Shiller, 1986). לעומת זאת, במדינות אחרות (למשל אנגליה, צרפת, גרמניה, קנדה ויפן), הממצאים היו מעורבים יותר (Mankiw, 1986; Hardouvelis, 1994; Marshall, 1994; Bekaert, Hodrick and, 1995).⁴

¹ כן תיאוריית זו מניחה שאין עלויות עסקה. כך למשל משקיעים יהיו אדישים אם להשקיע בנכס ל-12 חודשים או להשקיע לתקופה של 6 חודשים, ולאחר מועד הפירעון להשקיע בנכס לאופק דומה.

² גישה זו אינה סותרת את האפשרות שפרמיה זו משתנה בין האופקים. כך למשל, על פי תיאוריית העדפת הנזילות [liquidity preference theory] לפרטים יש תועלת מנזילות גבוהה; ככל שהנכס ארוך יותר, הפרמיה שהפרטים ידרשו בגין אובדן הנזילות תהיה גבוהה יותר.

³ בדיקות אלו מבוססות על (rational expectations model of term structure (RETS), בהנחה שהשינוי אשר התרחש בדיעבד בריביות ה-Spot מבטא בממוצע את השינוי שהיה צפוי בשלב תמחור התשואה העתידית.

⁴ סקירה מקיפה יותר של ממצאים אמפיריים שנתקבלו מיישום תיאוריית הציפיות ניתן למצוא אצל Anderson et al. (1996) ואצל Cook and Hahn (1990).

להיעדר התמיכה של הנתונים בתיאוריית הציפיות הטהורה הוצעו עם השנים מספר הסברים אלטרנטיביים. בארה"ב, למשל, אחד ההסברים טמון במדיניות המוניטרית אשר נוהלה בשנים 1915 עד 1979, שאחת ממטרותיה המוצהרות הייתה לייצב את הריבית (Mankiw and Miron, 1986). במצב זה השינויים הצפויים בריבית היו אפס, והתפתחות הריבית אופיינה במהלך מקרי שלא נחזה מראש.

הסבר נוסף לכישלונה של תיאוריית הציפיות בגרסתה הטהורה עשוי לנבוע מהנחה בדבר רציונליות הציפיות בבסיס האמידה. מספר מחקרים ניסו להתמודד עם האפשרות של הטיות מסוימת בציפיות, באמצעות סקרים ישירים לגבי ציפיות הפרטים לגבי הריבית העתידית. על אף הזיהוי הישיר של הציפיות, מצאו Friedman (1979) ו-Froot (1989) שהתשובה העתידית הנגזרת מעקום התשואות אינה מיטיבה להסביר את הריבית הצפויה על ידי הפרטים.

ההסבר השכיח ביותר בספרות למתאם הנמוך שבין שיפוע עקום התשואות לשינויים בריבית פילס את דרכה של תיאוריית הציפיות בגרסתה הליברלית, והוא טמון באפשרות שהפרמיה משתנה לא רק בין האופקים השונים אלא גם משתנה על פני זמן. לפי גישה זו בוחנים את תקפות התיאוריה על ידי "ניקוי" התנודתיות בעקום התשואות מהתנודות בפרמיה שדורשים המשקיעים. ישנן מספר תיאוריות המסבירות את השונות העתידית בפרמיה. אחת מהן מייחסת את השינויים בפרמיה לשינויים בהערכת הסיכונים הגלומים בהחזקת הנכס, למשל כתוצאה מאי-ודאות לגבי האינפלציה (כשהנכס נומינלי) ו/או מאי-ודאות לגבי השינויים בריבית. שינויים אלה ייגרמו, בין היתר כתוצאה משינויים באמינות המשטר המוניטרי ובמטרותיו. שינויים בפרמיה הנדרשת עשויים לנבוע גם מהפעילות הכלכלית ומהמחזוריות בה. Kessel (1965), למשל, טען, שמסיבות של החלקת הצריכה הפרטית, המתאם בין הפרמיה הגלומה בתשואות לבין מחזורי העסקים היא שלילית, כך שבתקופות גאות (שבהן ההכנסה גבוהה) המשקיעים ידרשו פרמיה נמוכה יותר מאשר בתקופות שפל (שבהן ההכנסה הפנויה נמוכה). ממצאיהם של Fama and French (1989) תומכים בטענה זו. על פי ה-Preferred Habitat Theory (Modigliani)

and Sutch, 1966) הפרמיה עשויה להשתנות גם כתוצאה משינוי טעמים של החוסכים והלווים במשק.⁵ מאחר שהפרמיה הגלומה בתשואות העתידיות אינה נצפית באופן ישיר, פותחו מספר שיטות לאמידת התפתחותה על פני זמן. עם אלו נמנות גישת ה-ARCH-M, שהציעו Engle, Lilien and Robins (1987), שלפיה רמת הפרמיה תלויה בשונות המותנית של הריביות; את גישת ה-Single Factor Estimation, המתבססת על ההנחה שהפרמיה עולה באופן מונוטוני ככל שהאופק מתארך⁶ (Tzavalis and Wickens, 1997; Gordon, 2003; וגישת "החסם התחתון" (Lower Bound Estimation) הבוחנת את רמת השונות המינימלית של הפרמיה מתוך שונות התשואה העתידית העודפת (Excess Forward Return)⁷ של איגרות החוב (Startz, 1982).

⁵ על פי תיאורייה זו לפרטים במשק עשויות להיות העדפות שונות לגבי אופק ההלוואות ואופק החסכונות. מכאן שעודפי הביקוש וההיצע בשוק ההון ישפיעו על הפרמיה הנדרשת.

⁶ עדות למונוטוניות של הפרמיה נמצאה במספר עבודות, ראו למשל McCulloch (1987).

⁷ התשואה העתידית העודפת מוגדרת כפער בין התשואה העתידית לריבית ה-Spot הצפויה.

לאחרונה התמקדו מספר מחקרים בשיטת מסנן קלמן כאמצעי לנקות את שגיאת התחזית מהתשואה העתידית העודפת. יתרון הגדול של שיטה זו, שהיא מאפשרת לבחון כיצד השתנתה הפרמיה על פני זמן ללא זיהוי מקדים של המשתנים שהשפיעו עליה במהלך התקופה. יש לציין כי זיהוי זה עשוי להיות קשה במיוחד בהעדר מודל תיאורטי מובנה שמסביר את הגורמים הקובעים את רמת הפרמיה, וכן בשל קושי בכימות מספר משתנים בלתי נצפים, שעשויה להיות להם השפעה מסוימת על הפרמיה, כגון האווירה הפוליטית ואמינות המדיניות הכלכלית. בין המחקרים שנקטו בשיטה זו, נזכיר את Iyer (1997), שמצא בנתוני ארה"ב עדות לשונות מובהקות של הפרמיה; Gravelle and Morley (2004), שבחנו את הפרמיה בנתוני קנדה במספר ספציפיקציות ומצאו קשר חזק בין הפרמיה הנאמדת לבין שונות הריבית ומספר משתנים פוליטיים, ואת Gordon (2003), שמצא עדות מובהקת לפרמיה משתנה בתהליך סטציונרי איטי בניו-זילנד, בעוד שממצאיו לגבי שונות הפרמיה באוסטרליה היו חלשים יותר.

בדומה למחקרים קודמים, גם אנו מאמצים מספר גישות לאמידת הפרמיה הגלומה בתשואות המק"ם. בגישה הראשונה אנו בוחנים את האפשרות שהפרמיה קבועה על פני זמן. במסגרת זו אנו אומדים את הפרמיה מתוך התשואה העתידית העודפת בעזרת מודל ARIMA וכן באמצעות משוואת Fama (1984). השימוש במשוואת Fama מאפשר גם לבחון האם ישנן אינדקציות לכך שהפרמיה משתנה על פני זמן. בגישה השנייה אנו אומדים את הפרמיה בשיטת מסנן קלמן. מאחר שאמידת הפרמיה על ידי החלקה פשוטה של התשואות העתידיות העודפות אינו מאפשר לפרמיה הנאמדת להגיב על רמת אי-הוודאות, האמידה בגישה זו הורחבה, ונעשתה בשני שלבים: בשלב הראשון אנו נעזרים בשיטת Markov Switching Regime, המאפשרת למפות את תקופת המדגם לאפיוזות שאופיינו באי-וודאות גבוהה לגבי תוואי הריבית/האינפלציה העתידית, ולאפיוזות שבהן אי-הוודאות הייתה נמוכה יותר. בשלב שני נאמדה הפרמיה מתוך התשואות העתידיות העודפות, ורמתה הושפעה בין היתר מרמת אי-הוודאות שנאמדה בשלב הראשון. בשלב זה שלבנו רכיב נוסף, המבטא את ההטיה הממושכת בצפיפות של הציבור לגבי תוואי הריבית. הטיה זו מכונה "בעיית הפזו", הקשורה לרמת האמינות של הבנק המרכזי (ראו למשל Marshall, Bekaert, Hodrick, 1995). בהמשך העבודה נבחנו מספר גורמים מקרו-כלכליים המשפיעים על רמת הפרמיה ועל התפתחותה.

מן הממצאים העיקריים שעולים מהאמידות עולה שתשואות המק"ם ל-12 חודשים מגלמות בתוכן פרמיית סיכון המשתנה על פני זמן, שירדה בתהליך הדיסאינפלציה, שעבר המשק בשנות התשעים, עם הירידה בסיכון האינפלציה. מסוף שנת 2000 ועד סוף 2002 שבה הפרמיה ועלתה, בעיקר בשל האינפלציה, שפרצה באוקטובר 2000, ומשבר האמון במדיניות הכלכלית במהלך המחצית הראשונה של 2002 (בעקבות הפחתה לא צפויה של הריבית המוניטרית ועלייה חדה בגירעון התקציב). עם הגורמים שמשפיעים על התפתחות הפרמיה על פני זמן נמנים השינויים בריבית בנק ישראל, סטיית התקן של שינויים אלו, הפער בין האינפלציה ב-12 חודשים האחרונים לבין יעד האינפלציה, ופער הריביות בין המשק לחו"ל.

מבנה העבודה : בפרק השני מתוארות ההנחות המרכזיות שבבסיס האמידה ומוסבר אופן החישוב של התשואות העתידיות העודפות על המק"ם. מתשואות אלו ניתן לאמוד בהמשך את הפרמיה. הפרק השלישי מתאר את תוצאות אמידת הפרמיה על ידי מודל ARIMA ומשוואת Fama. הפרק הרביעי מתמקד באמידת הפרמיה בגישת מסנן קלמן פשוטה יחסית, המפרידה את הפרמיה וטעות התחזית מהתשואה העתידית העודפת. הפרק החמישי מרחיב את שיטת האמידה בגישת מסנן קלמן ומאפשר לפרמיה הנאמדת להגיב על רמת אי-הוודאות ביחס לסיכון האינפלציה. הפרק השישי בוחן אם אמידת המודל המורחב עדיפה על המודל המצומצם יותר. הפרק השביעי בוחן אלו גורמים מקרו-כלכליים משפיעים על התפתחות הפרמיה על פני הזמן והפרק השמיני מוקדש למסקנות.

2. התשואה העתידית, אופן חישובה וההנחות שבבסיס האמידה

ההנחה המרכזית שבבסיס תיאוריית הציפיות היא שהתשואה הנדרשת על נכס בעל אופק ארוך מבטאת את ממוצע התשואות של נכסים קצרים יותר, כך שאין אפשרות ליצור רווחי ארביטראז' על ידי מכירה וקנייה של נכסים בעלי אופקים שונים. הנחה זו מאפשרת לחלץ את התשואה החודשית העתידית $(f_{t,t+i})$ הנדרשת מתוך תשואות המק"ם לאופקים השונים (R_{t+i}) כדלקמן:

$$(1) \quad (1 + R_{t,t+i})^i = (1 + r_{t,t+1})(1 + f_{t,t+2})(1 + f_{t,t+3}) \dots (1 + f_{t,t+i}),$$

כאשר התשואה הנדרשת בתקופה t לנכס שמועד פדיונו בתקופה $t+i$ היא ממוצע גיאומטרי של התשואות העתידיות (עד תקופה $t+i$).

ממשוואה (1) ניתן לחלץ את התשואה העתידית באופן הבא:

$$(2) \quad f_{t,t+i} = \frac{(1 + R_{t,t+i})^i}{(1 + R_{t,t+i-1})^{i-1}} - 1.$$

התשואה העתידית שנדרשת לתקופה $t+i$ $(f_{t,t+i})$ משקפת את ריבית ה-*Spot* הצפויה לשרור בתקופה זו $[E_t(r_{t+i})]$, ופרמיה (τ_i) שעשויה לבטא את הסיכון בהחזקת נכס לא צמוד (סיכון שנובע מאי ודאות ביחס לאינפלציה/ריבית) וכן פיצוי בגין אובדן נזילות כתוצאה מהשקעה לטווחים הארוכים, דהיינו:

$$(3) \quad f_{t,t+i} = E_t(r_{t+i}) + \tau_i.$$

בהנחה שהציפיות רציונליות,⁸ שגיאת הציפיות $u_{t,t+i}$ לגבי ריבית ה-*Spot* מתנהגת כ"רעש לבן" באופן הבא:

$$(4) \quad r_{t+i} = E_t(r_{t+i}) + u_{t,t+i} \quad u_{t,t+i} \sim (0, \sigma_u^2).$$

⁸ בהתאם לגישת ה-Rational Expectations Model of Term Structure. בעבודתם של Elkayam and Ilek (2004) נמצאה עדות לרציונליות של הציפיות הציבור בישראל.

3. גישות שונות לאמידת הפרמיה בהנחה שהיא קבועה על פני זמן

3.1 אמידת הפרמיה מתוך התשואה העתידית העודפת

כפי שצוין קודם לכן, תיאוריית הציפיות בגירסתה הקלסית מניחה כי הפרמיה הנדרשת קבועה (או שווה לאפס).

אחת הגישות לאמידת פרמיה קבועה על פני זמן נעשית מתוך סדרת "התשואה העתידית העודפת" (EFR -

$Excess Forward Return$), המחושבת כתשואה עתידית ($f_{t,t+i}$) בניכוי ריבית ה- $Spot$ שהתקבלה בדיעבד:

$$(5) \quad EFR_{t,t+i} = f_{t,t+i} - r_{t+i}.$$

בחשוב זה אנו מניחים, כאמור, ציפיות רציונליות כך שהריבית בדיעבד משקפת בממוצע את הציפיות לגבי הריבית בתקופות הקודמות (ראו משוואה 4 לעיל). על ידי שימוש במשוואות (3), (4) ו-(5) ניתן לבטא את התשואה העתידית העודפת כסכום הפרמיה והשגיאה בציפיות כפי שמתואר להלן:

$$(5') \quad EFR_{t,t+i} = \tau_i + u_{t,t+i}.$$

כאשר (τ_i) מסמן את הפרמיה הנדרשת לנכס שמועד פדיונו בעוד i חודשים. לפני שניגש לתוצאות האמידה נבחן את המאפיינים הסטטיסטיים של התשואות העתידיות העודפות שחושבו לכל האופקים. מאפיינים אלו מוצגים בלוח 1 להלן. עמודה (1) מתארת את התשואה העתידית העודפת המחושבת לכל האופקים, עמודות (2) ו-(3) מתארות את הממוצע ואת סטיית התקן של התשואה העודפת, ועמודה (4) מתארת את תוצאות המבחן לקיום שורש יחידתי בנתוני EFR .

לוח 1 – המאפיינים הסטטיסטיים של התשואה העודפת (EFR).

תקופת המדגם: 1993:01-2003:12

$*EFR_{t+i}$ (1)	Mean (2)	Std. Dev (3)	ADF* (4)
$i=2$	-0.661	0.771	-3.528
$i=3$	-0.536	0.999	-6.092
$i=4$	-0.453	1.222	-4.440
$i=5$	-0.259	1.561	-4.097
$i=6$	-0.405	1.851	-3.944
$i=7$	-0.367	2.049	-3.836
$i=8$	-0.208	2.249	-4.353
$i=9$	-0.329	2.365	-3.876
$i=10$	-0.532	2.503	-4.450
$i=11$	-0.533	2.633	-4.826
$i=12$	-0.117	2.651	-4.069

* עמודה (1) מסמנת את אופק המק"ם שממנו חושבה התשואה העתידית העודפת.

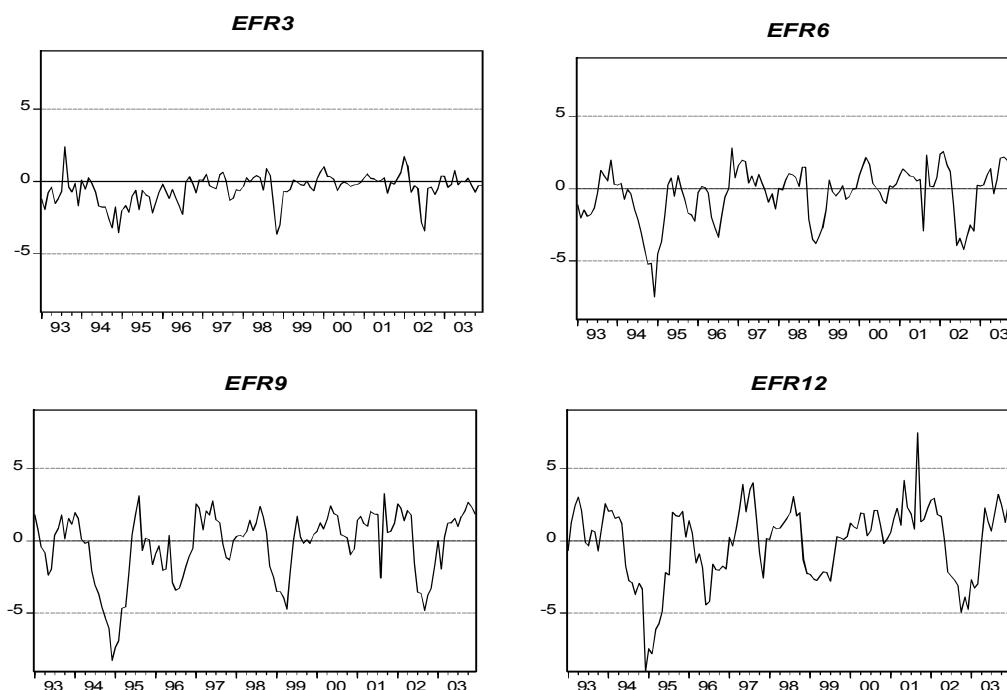
** מספר הפיגורים האופטימלי נקבע על פי קריטריון שוורץ (Schwartz Information criteria).

הערכים הקריטיים לדחיית קיומו של שורש יחידתי הם 2.89 - (5%) ו-3.48 - (1%).

תקופת המדגם: לצורך האמידה נעשה שימוש בתשואות המק"ם לאופקים שונים, בתדירות חודשית החל מ-1993.01 ועד 2003.12.⁹ תאריך התחלת המדגם (האפקטיבי, ראו הערת שוליים 9) נקבע לינואר 1992, משום שבעיתוי זה בנק ישראל החל להודיע במפורש על הכיוון הרצוי של הריבית בהלוואה המוניטרית¹⁰, וכך איפשר אינפורמציה בהירה יותר לציבור בדבר אופן ניהול המדיניות המוניטרית. (זאת ניתן לראות גם בתשואות המק"ם מתקופות קודמות, המאופיינות בתנודתיות גבוהה מאוד). תקופת המדגם מסתיימת בסוף שנת 2003, לפני החלת המיסוי על תשואות המק"ם (מינואר 2004 ואילך). מקור הנתונים: בנק ישראל.

מהלוח עולות מספר מסקנות. ראשית, ניתן לראות שככל שהאופק עולה, סטיית התקן גדלה (באופן מונוטוני), נתון המרמז על אי-וודאות גבוהה לגבי הריבית העתידית. שנית, בכל הטווחים התשואה העתידית העודפת היא סטציונרית. ממצא זה מרמז על כך שאם פרמיית הסיכון משתנה על פני זמן, סביר כי תהליך התפתחותה אינו מקרי (random walk) אלא סטציונרי (mean reverting). כן מלמד הלוח כי בכל הטווחים התשואה העתידית העודפת הממוצעת היא שלילית, כלומר הריבית בדיעבד הייתה במוצע גבוהה מהתשואה העתידית שנדרשה. ממצא זה יכול להצביע על שתי סיבות אפשריות - שתחזית הציבור לגבי הריביות בעתיד לקתה בהערכת חסר סיסטמטית ו/או שבתקופות מסוימות הציבור דרש פרמיה שלילית בגין החזקת המק"ם. בסוגיה זו נדון בהמשך. איור 1 מתאר את התפתחות ה-*EFR* לפי טווחים של 3, 6, 9 ו-12 חודשים. ניתן לראות שככל שאופק התחזית

איור 1 – התפתחות התשואה העתידית העודפת לפי טווחים.



⁹ מאחר שהעבודה עושה שימוש בתשואות העתידיות העודפות ל-12 חודשים, תקופת המדגם האפקטיבית שבה נאמדת הפרמיה (בעת תימחורה) היא 1: 1992 עד 12: 2002.

¹⁰ ראו עבודתם של גיברה ובלס (1996).

ארוך יותר, תהליך החזרה לממוצע איטי יותר, והשגיאה מתמשכת יותר. כמו כן ניתן לראות, שככל שהטווח של EFR קטן יותר, השונות נמוכה יותר, דבר שיש בו כדי להעיד כי הפרמיה לטווחים הקצרים היא אפסית או קבועה, וכל ההשתנות ב- EFR נובעת מטעות התחזית לגבי הריבית.

ממשוואה (5) עולה כי תוחלת התשואה העתידית העודפת שווה לפרמיה הגלומה בתשואות המקיים (בהנחה שהיא קבועה). אמנם לוח 1 מציג את תוחלת של התשואה העתידית העודפת, אך כתוצאה מתהליך של ממוצע נע בטעויות התחזית (הנתונים הם בתדירות חודשית ואילו תקופת התחזית שלנו היא לטווחים ארוכים יותר)¹¹, ייתכן כי הפרמיה הנאמדת אינה זהה לתוחלת התשואה העתידית העודפת. הסיבה לכך היא שתוחלת התהליך הנאמד של ממוצע נע במדגם סופי לא בהכרח תהיה שווה לאפס. לפיכך, לצורך אמידת רמת הפרמיה (בהנחה שהיא קבועה) אמדנו את משוואה (5) בצורה הבאה:

$$(5'') \quad EFR_{t,t+i} = c_0 + u_{t,t+i}, \quad u_{t,t+i} = \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j e_{t+i-j} + e_{t+i}, \quad e_{t+i} \sim N(0, \sigma_e^2),$$

כאשר c_0 מבטא את רמת הפרמיה, ו- $u_{t,t+i}$ מסמן את טעות התחזית המאופיין בתהליך של ממוצע נע.

לוח 2 להלן מתאר את תוצאות האמידה (האמידה בוצעה בשיטת Maximum Likelihood).

לוח 2 - אמידת פרמיה קבועה מתוך התשואות העתידיות העודפות 1993:1 עד 2003:12	
EFR^* (1)	c_0 (2)
$i=3$	-0.420 (0.140)
$i=6$	-0.153 (0.348)
$i=9$	-0.080 (0.535)
$i=12$	0.503 (0.773)
* עמודה (1) מסמנת את אופק המקיים ממנו חושבה התשואה העתידית העודפת. * הערכים בסוגריים מסמנים את סטיית התקן של המקדמים.	

תוצאות האמידה מראות (כי למעט האופק הקצר) הפרמיה הנאמדת בספציפיקציה זו אינה שונה באופן מובהק מאפס. לאופק של שלושה חודשים, הפרמיה אכן מובהקת, אולם סימנה שלילי (בדומה לפרמיה הנאמדת בטווחים של 6 ו-9 חודשים). מאחר שקיומה של פרמיה שלילית אינו נתמך בעבודות אמפיריות רבות, ייתכן כי ממצא זה מעיד על הטיה באמידה דלעיל. אפשרות זו תיבחן בסעיפים הבאים.

3.2 אמידת הפרמיה על פי גישת Fama

Fama (1984) הציע לבחון את תיאורית הציפיות (ודרכה את התנהגות הפרמיה) דרך בחינת טיב ההסבר של השינויים הצפויים בריבית ביחס לשינויים שהתרחשו בפועל. את משוואת האמידה שבה השתמש Fama ניתן

¹¹ ניתן להמחיש זאת בצורה הבאה: נניח כי בתקופה t התרחש זעזוע לא צפוי בריבית. כתוצאה מכך טעויות התחזית (החודשית) של הציבור לתקופה של שנה קדימה, מתקופה $t-11$ עד לתקופה t , יהיו תלויות זו בזו. תופעה זו טופלה בספרות בצורה דומה (ראה למשל עבודתם של (Gordon, M. (2003), (Gravelle, T., Morley, J(2005)).

לקבל על ידי הוספת הביטוי $(r_{t+i} - r_t)$, המבטא את השינוי בפועל בריבית ה- $Spot$ בין תקופה t לתקופה $t+i$,
 לשני אגפי משוואה (3):

$$(6) \quad (r_{t+i} - r_t) + f_{t,t+i} = E_t(r_{t+i}) + \tau_i + (r_{t+i} - r_t).$$

אחרי סידור איברים מחדש נקבל:

$$(7) \quad (r_{t+i} - r_t) = -\tau_i + (f_{t,t+i} - r_t) + u_{t,t+i},$$

כאשר $u_{t,t+i}$ מסמן את טעות התחזית בהנחת ציפיות רציונליות. (ראה משוואה 4 לעיל).

תיאורית הציפיות בגירסתה הקלסית דורשת שהפרמיה τ_i תהיה שווה לאפס או קבועה. לכן, ממשוואה (7) עולה כי כל עוד הנחת הרציונליות מתקיימת, השינוי הצפוי בריבית הוא אומד חסר הטיה לשינוי בריבית שהתרחש בדיעבד. לשם בדיקת השערה זו משוואה (7) נאמדת בצורה הבאה:

$$(8) \quad (r_{t+i} - r_t) = \alpha + \delta(f_{t,t+i} - r_t) + u_{t,t+i}.$$

קיום של תיאורית הציפיות, כאמור, דורש שהמקדם δ לא יהיה שונה באופן מובהק מ-1. (במקרה זה, הקבוע במשוואה מבטא את הפרמיה הנאמדת כאשר $\tau_i = -\alpha$). Cook and Hahn (1990) הראו שאם הפרמיה τ_i אינה קבועה אלא משתנה על פני זמן, המקדם הנאמד δ יהיה מוטא כלפי מטה וקטן באופן מובהק מ-1. במקרה קיצוני, שבו סטיית התקן של הפרמיה תהיה שווה לסטיית התקן של השינוי הצפוי בריבית, גודל ההטיה יהיה מרבי, והמקדם הנאמד δ יהיה שווה לחצי. במידה והמקדם δ אכן קטן מ-1, ההנחה הקלסית של תיאוריית הציפיות (המרמזת על פרמיה קבועה או אפס) מוטלת בספק או/ו ניתן לדחות את הנחת הציפיות הרציונליות שעליה מתבססת האמידה. לפני שניגש לניתוח התוצאות נציין את הממוצע הנע בטעויות התחזית כפי שתואר לעיל. התעלמות מתהליך זה גורמת להטיית השונויות של המקדמים הנאמדים, וכתוצאה מכך מובילה להסקות סטטיסטיות לא נכונות. ישנן כמה דרכים מקובלות לטפל בבעיה זו. בחרנו בגישת Newey-West (1987), המציעה לאמוד את המודל ב-OLS, ולבצע את התיקון בסטיות התקן של המקדמים.

לוח 3 לעיל מציג את תוצאות האמידה של משוואה (8). עמודה (1) מציגה את תקופת התחזית. בעמודות (2)-(3) מתוארים המקדמים הנאמדים של המשוואה הנאמדת עם סטיות התקן המתוקנות לפי שיטת Newey-West. בעמודות (4) ו-(5) מופיע הערך p -value לבדיקת ההשערות שהמקדם δ שווה ל-1 ו-0.5 בהתאמה. (הערך $\delta = 0.5$ מסמן את הגבול התחתון של הטיה אפשרית במקדם עקב השתנות בפרמיה). בעמודה (6) מופיעה רמת ההסבר של ההרגרסה.

מתוך תוצאות האמידה בלוח 3 ניתן להסיק מספר מסקנות. ראשית, כמעט בכל הבדיקות לא ניתן לדחות את ההשערה (ברמת מובהקות סבירה) ש- $\delta = 1$. יחד עם זאת, ככל שתקופת התחזית רחוקה יותר, לא ניתן לדחות

לוח 3- בדיקת קיום תיאוריית הציפיות הקלסית לפי גישת Fama

$$r_{t+i} - r_t = \alpha + \delta(f_{t,t+i} - r_t) + u_{t,t+i}$$

תקופת התחזית (1)	α (2)	δ (3)	$\delta = 1$ (4)	$\delta = 0.5$ (5)	R^2 (6)
$i = 2$	0.268 (0.075)	0.442 (0.071)	0.000	0.414	0.23
$i = 3$	0.452 (0.168)	0.864 (0.143)	0.343	0.012	0.26
$i = 4$	0.628 (0.241)	1.303 (0.184)	0.102	0.000	0.38
$i = 5$	0.317 (0.269)	1.138 (0.174)	0.430	0.004	0.28
$i = 6$	0.410 (0.389)	1.010 (0.230)	0.973	0.029	0.22
$i = 7$	0.309 (0.443)	0.903 (0.216)	0.654	0.064	0.21
$i = 8$	0.178 (0.469)	0.936 (0.219)	0.772	0.049	0.16
$i = 9$	0.256 (0.532)	0.883 (0.243)	0.632	0.116	0.15
$i = 10$	0.341 (0.661)	0.782 (0.278)	0.434	0.313	0.13
$i = 11$	0.233 (0.748)	0.669 (0.335)	0.325	0.615	0.11
$i = 12$	-0.029 (0.635)	0.722 (0.261)	0.289	0.397	0.13

* בסוגריים סטיות התקן של המקדמים לפי תיקון Newey-West.

גם את ההשערה ש- $\delta = 0.5$. ממצא זה מעלה חשד כי הפרמיה על תשואות המק"ם, במיוחד לטווחים הארוכים, איננה קבועה אלא משתנה על פני זמן. יש לציין, שגם המקרים שבהם נמצא כי ערכי המקדם δ נעים בין 0.5 ל-1 עשויים להעיד כי הפרמיה משתנה על פני זמן. שנית, ככל שטווח התחזית עולה, רמת ההסבר של המודל הולכת ויורדת. ממצא זה מצביע, מחד גיסא, על קושי לחזות ריביות ככל שטווח התחזית הולך ועולה, ומאידך יכול לרמוז על חוסר ספציפיקציה של המודל, המתבטאת, ככל הנראה, בהשתנות של הפרמיה. אמידת הפרמיה דרך משוואת Fama בוצעה גם בהנחה שהתשואות העתידיות המחושבות מעקום המק"ם מכילות טעות מדידה (למשל כתוצאה משינוי רנדומאלי בהעדפות הפרטים לגבי טווח ההשקעה). תוצאות האמידה מספקות עדות מובהקת (ראה נספח 1-ג) לקיום של תיאוריית הציפיות בגישה הקלסית בטווחים קצרים לפדיון, ואילו בטווחים ארוכים יותר הממצאים אינם חד משמעיים, בדומה לממצאים העולים מלוח 3.

לסיכום, על פי תוצאות האמידה של רגרסיית Fama לא ניתן לדחות את קיומה של תיאוריית הציפיות לפי הגישה הקלסית (הפרמיה היא אפס או קבועה) בתשואות המק"ם לטווחים הקצרים, אולם הבדיקות עם תשואות לטווחים ארוכים יותר אינן מספקות עדויות חד משמעיות לקיום התיאוריה הזאת.

ממצאים אלה מניעים אותנו לחפש מסגרות אחרות שבהן ניתן לבחון אם הפרמיה קבועה או משתנה על פני זמן.

4. אמידת הפרמיה בגישת מסנן קלמן

אחת הדרכים המקובלות לאמידת פרמיה המשתנה על פני זמן היא בגישת מסנן קלמן (kalman filter); זאת משום שהפרמיה היא משתנה בלתי נצפה, ותהליך זיהויה מתנהל בהנחות מסוימות לגבי התפתחותה הסטוכסטית.

במסגרת אמידת הפרמיה בשיטת מסנן קלמן אנו מניחים שהפרמיה מתפתחת בתהליך אוטו-רגרסיבי בצורה הבאה:

$$(9) \quad EFR_{t,t+i} = \tau_{t,i} + u_{t,t+i}.$$

$$\tau_{t,i} = \alpha_0 + \alpha_1 \tau_{t-1,i} + \varepsilon_t,$$

$$u_{t,t+i} = \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j e_{t+i-j} + e_{t+i}, \quad e_{t+i} \sim N(0, \sigma_e^2),$$

כאשר הפרמטר $\tau_{t,i}$ מסמן את הפרמיה שמתומחרת בתקופה t לנכס שמועד פדיונו בעוד i חודשים. $\frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$

מבטא את התוחלת הבלתי מותנית של הפרמיה, והפרמטר ε_t מבטא את הזעזוע המתרחש בפרמיה בתקופה t .

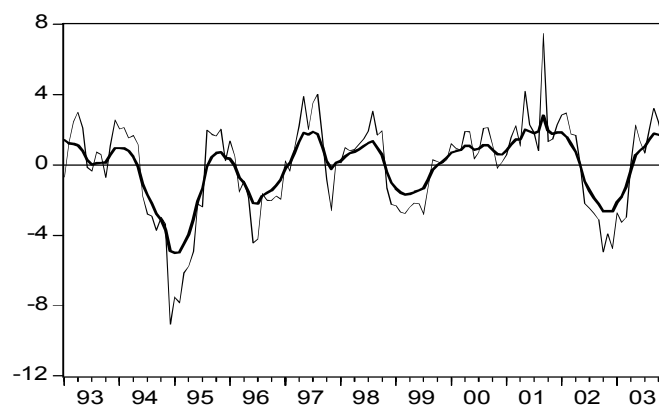
אנו מאפשרים לטעות התחזית ($u_{t,t+i}$) להתפתח בתהליך ממוצע נע מסדר $i-1$.

הואיל ויש אינדיקציות כי הפרמיה עשויה להשתנות רק באופקים הארוכים (ראו אמידת Fama), אנו מגבילים את הדיון בסעיפים הבאים רק לפרמיה הגלומה בתשואות המק"ם ל-12 חודשים. לוח 4 ואיור 2 להלן מתארים את תוצאות אמידת הפרמיה בשיטת מסנן קלמן יחד עם התשואה העתידית העודפת. נציין כי הפרמיה (המוצגת באיור בקו המודגש) מתוארת בהתאם לתימחורה אחד עשר חודשים קודם לכן.

לוח 4 – תוצאות אמידת הפרמטרים בשיטת מסנן קלמן, מתוך התשואה העתידית העודפת, 1993:1 עד 2003:12		
α_0	α_1	Mean Squared Error
0.007 (0.039)	0.945 (0.017)	1.187

*הערכים בסוגריים מציינים את סטיית התקן.

איור 2 - הפרמיה הנאמדת על תשואת המק"ם לשנה



תוצאות האמידה מלמדות כי בתהליך הדיסאינפלציה היו תקופות ממושכות שבהן הריבית בדיעבד הייתה גבוהה מהתשואה העתידית שנדרשה קודם לכן (Ex-ante). כתוצאה מכך, בתקופות אלו הפרמיה הנאמדת היא שלילית. על אף שבספרות ישנם הסברים תיאורטיים לקיומה של פרמיה שלילית,¹² להערכתנו, הפער השלילי שנוצר בין התשואה העתידית לריבית ה-Spot אינו משקף פרמיה שלילית, אלא מבטא בעיקר טעות סיסטמטית בציפיות, שלעיתים מאפיין תהליך של דיסאינפלציה (Gravelle and Morley, 2004; Gordon, 2003). תופעה זו, שלעיתים מוסברת בספרות כ"בעיית הפזו" ("Peso Problem"), מוסברת בעיקר באי-ודאות לגבי המדיניות המנוהלת ומטרותיה.¹³

במדגם הנוכחי "בעיית הפזו" נבעה, ככל הנראה, מאי-הוודאות לגבי מידת מחויבותו של המשטר המוניטרי הנוכחי להשגת יעדי האינפלציה. במצב זה נראה כי הציבור הביא בחשבון את האפשרות שרמת הריבית אשר תשרור בעתיד תהיה נמוכה מזו הנדרשת להשגת יעד האינפלציה. אכן, ניתן לראות מהאיור כי הפער השלילי בין התשואה העתידית לריבית ה-Spot מאפיין בעיקר תקופות שבהן אמינותה של המדיניות המוניטרית ביחס למחויבותה להורדת אינפלציה הייתה נמוכה יחסית. כך, למשל, בשנתיים וחצי הראשונות של משטר יעדי האינפלציה (מהמחצית השנייה של 1994 ועד לסוף 1996),¹⁴ שבהן אפפה אי-וודאות מסוימת את מידת מחויבות הבנק המרכזי למיתון שיעורי האינפלציה, התשואה העתידית העודפת במרבית הזמן הייתה שלילית, תוצאת מדיניות מוניטרית מרסנת לא צפויה.

שתי אפיזודות נוספות שבהן התשואה העתידית העודפת הייתה שלילית הן התקופות שבאו לאחר הפחתות הריבית החדות באוגוסט 1998 (1.5 אחוזים) ודצמבר 2001 (2 אחוזים). הפחתות אלו, שלוו בלחצים אינפלציוניים ובהתערעור אמינותה של המדיניות המוניטרית, הצריכו העלאת ריבית מחדשת, הרבה מעבר לרמה הצפויה. מהלך זה, שהיה דרוש כדי לבסס מחדש את אמינותה של המדיניות, הוביל להטיה ממושכת בציפיות הפרטים לגבי תוואי הריבית. נציין כי ההטיה באותן תקופות אינה מרמזת על כך כי הציפיות אינן רציונליות, אלא משקפת אי-ודאות לגבי דבקותו של הבנק המרכזי בהשגת יעד האינפלציה.

כפי שצוין לעיל, יתרונה הגדול של שיטת מסנן קלמן הוא שהיא מאפשרת לפרמיה הנאמדת להשתנות בתוך תקופת המדגם בתהליך סטוכסטי שנקבע מראש. במדגם הנוכחי, המכיל מספר אפיזודות של הטיה ממושכת בציפיות (מעבר לתהליך ממוצע נע בטעויות התחזית), יתרון זה הוא גם חסרון, משום שההטיה הנובעת מ"בעיית הפזו" אינה מזוהה באמידה, ומתפרשת כירידת הפרמיה לרמה שלילית.¹⁵

¹² למשל: על פי ה-preferred habitat theory, כשהפרטים מעדיפים להשקיע בנכסים ארוכים ולחלוות באופקים קצרים, תיווצר פרמיה שלילית.

¹³ "בעיית הפזו" הוזכרה לראשונה בהקשר של אי-הוודאות לגבי משטר שער החליפין במקסיקו, לפני משבר המטבע במדינה זו ב-1976.

¹⁴ יעדי האינפלציה אומצו באופן פורמלי על ידי הממשלה במחצית השנייה של 1994.

¹⁵ תוואי דומה של הפרמיה הנאמדת התקבל גם באמידת single factor estimation, המניחה, שבכל נקודת זמן, הפרמיה הגלומה בתשואות העתידיות העודפות מושפעת משני רכיבים בלבד: האחד מבטא את אופק הזמן של הנכס, והשני- את הסיכון בעיתוי שבו הנכס מתומחר. גישה זו למעשה מתבססת על אמידה רוחבית, הנעזרת, בכל נקודת זמן, באינפורמציה הגלומה בתשואה העתידית העודפת בכל האופקים, כשהנחה המרכזית היא שהפרמיה עולה מונוטונית ככל שאופק הנכס ארוך יותר, אומנם בקצב הולך ופוחת. (ראה Tzavalis and Wickens, 1997; Gordon, 2003).

חיסרון נוסף באמידה זו שהפרמיה נגזרת אך ורק מרמת התשואה העתידית העודפת, ללא שום קשר לשינויים בשונוותה. באמצעות שימוש במסגרת תיאורטית הראו Engle et al (1987) שאי-וודאות גבוהה יותר מובילה לדרישת פרמיה גבוהה יותר מצד החוסכים. קשר זה נתמך גם בבדיקתם האמפירית. בסעיפים הבאים נתייחס לשני הנקודות שצוינו לעיל (בעיית הפזו והתגובה לרמת אי-הוודאות) באמידת הפרמיה.

5. אמידת הפרמיה, תגובתה על אי-הוודאות וההטיה הסיסטמטית בציפיות

בתהליך הדיסאינפלציה שהתנהל במשק הישראלי היו מספר תקופות שבהן אפפה אי-וודאות גבוהה את תוואי הריבית ואת סביבת האינפלציה. סביר כי אי-וודאות זו, על רקע האמינות הנמוכה של המדיניות, גררה פרמיה גבוהה יותר על הנכסים הפיננסיים, ובמקביל יצרה גם הטיה ממושכת בציפיות. לפיכך, לשם זיהוי הפרמיה הנדרשת מתוך התשואה העתידית העודפת נבצע את האמידה בשני שלבים: בשלב ראשון נזהה את התקופות שבהן אי-וודאות הייתה גבוהה במיוחד. שלב זה הכרחי, משום שבהמשך האמידה נאפשר לפרמיה להגיב על רמת אי-הוודאות. בשלב השני נכליל בתשואה העתידית העודפת, בנוסף לפרמיה וטעות התחזית, רכיב שלישי, שיבטא את ההטיה הממושכת בציפיות, ויזוהה באמצעות מספר הנחות לגבי התנהגותו הסטוכסטית.

5.1 זיהוי התקופות המאופיינות באי ודאות גבוהה

את רמת אי הוודאות האופפת את תוואי הריבית/האינפלציה ניתן לזהות מתוך שונוות התשואה העתידית העודפת, משום שזו מבטאת בין היתר את הפער בין תחזית הפרטים לגבי הריבית בעתיד לבין הריבית שנקבעה בדיעבד. נדגיש כי אחת החולשות של זיהוי זה היא שרמת אי-הוודאות עשויה להיות מושפעת גם מאירועים חריגים שלא הובאו בחשבון בעת תמחור הפרמיה, ואולי לא היו צריכים להשפיע על רמתה. למשל, ניתן לטעון שהפחתת הריבית בתחילת 2002, שפעלה לעלייה חדה בשונוות התשואה העתידית העודפת, לא הייתה ידועה מראש, ולכן אין סיבה שהפרמיה תגיב לפני האירוע. כדי למתן את ההשפעות של אירועים חריגים אלו על הפרמיה נאמוד, בשלב השני של האמידה, רכיב נוסף, שיבטא את ההטיה האפשרית בציפיות ביחס לתוואי הריבית.

מיפוי המדגם על פי רמת אי-הוודאות נעשה בגישת Markov-Switching Regime, כפי שמתואר להלן:

$$(10) \quad EFR_{t,t+i} = \mu_{S_t} + u_{t,t+i}, \quad u_{t,t+i} = \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j e_{t+i-j} + e_{t+i}, \quad e \sim (0, \sigma_{S_t}^2)$$

$$\mu_{S_t} = \mu_0 + \mu_1(1 - S_t), \quad S_t = \{0, 1\}, \quad Pr[S_t = 0] = p, \quad Pr[S_t = 1] = q.$$

$$\sigma_{S_t}^2 = \begin{cases} \sigma_0^2 & \text{iff } S_t = 0, \\ \sigma_I^2 = \frac{\sigma_0^2}{(1 + hS_t)} & \text{iff } S_t = 1, \quad h < 0. \end{cases}$$

כאשר $\mu_0 + \mu_1$ מבטאים את תוחלת התשואה העתידית העודפת במצב שבו אי-הוודאות (השונות) נמוכה ($S=0$), בעוד ש- μ_0 לבדו מבטא את תוחלת התשואה העתידית העודפת במצב שבו אי-הוודאות (השונות) גבוהה ($S=1$). אפריורית, כאשר תוחלת התשואה העתידית העודפת משקפת את תוחלת הפרמיה בלבד, היה ניתן לצפות למתאם חיובי בין השניים: ככל שרמת אי-הוודאות גבוהה יותר סביר כי הציבור ידרוש פרמיה גבוהה יותר בגין הסיכון שבהחזקת נכס מסוג זה. אולם בתקופת המדגם, שבה תוחלת התשואה העתידית העודפת אשר חושבה הושפעה מקיום תהליך ממוצע נע בטעויות התחזית, וככל הנראה שיקפה גם הטיה ממושכת בציפיות כלפי מטה ("בעיית הפזו"), ייתכן שהיה דווקא מתאם שלילי ביניהם.

תוצאות אמידת הפרמטרים μ_1, μ_0 , השונות הגבוהה - σ_I^2 , והירידה בשונות - h , מוצגות להלן בלוח 5 ובאיור

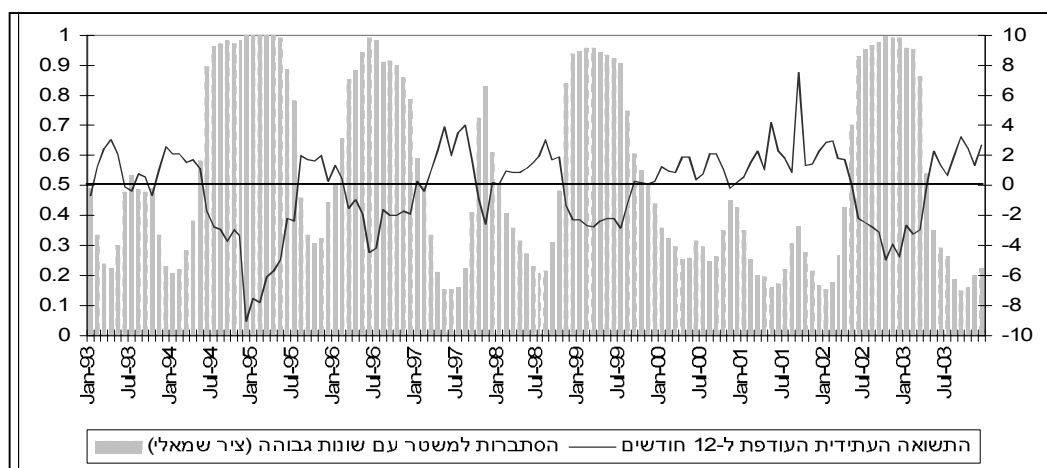
: 3

לוח 5 – תוצאות אמידת הפרמטרים בשיטת Markov-Switching Regime

h	σ_I^2	μ_1	μ_0
-0.881	3.908	0.123	-0.134
(0.052)	(0.854)	(0.178)	(0.096)

* הערכים בסוגריים מציינים את סטיית התקן.

איור 3 – התשואה העתידית העודפת והסתברות למשטר עם שונות גבוהה



תוצאות האמידה אכן מבחינות בין שני המשטרים, שכן בתקופת המדגם ישנן מספר אפיזודות שבהן רמת אי-הוודאות עלתה באופן מובהק. ממצא זה נתמך גם בהסתברות הגבוהה להימצא במשטר שבו השונות גבוהה. (בתקופות מסוימות הסתברות זו קרובה לאחת - ראו איור 3 לעיל). בהמשך נשתמש בהסתברויות אלו למיפוי מצבי אי-הוודאות בתקופת המדגם. מיפוי זה יאפשר לקשור את מידת אי-הוודאות לרמת הפרמיה בשלב הבא של האמידה.

עם זאת נציין כי לא נמצאה עדות לשינוי מובהק בתוחלת התשואה העתידית העודפת בין שני המשטרים. להערכתנו, ממצא זה עשוי ללמד על שני כוחות הפוכים שקיזזו זה את זה: מחד גיסא, אי-הוודאות הגבוהה, שהובילה, ככל הנראה, לדרישת פרמיה גבוהה יותר; מאידך הטיה ממושכת כלפי מטה בציפיות לגבי הריבית.

5.2 אמידת הפרמיה

בשלב זה נרחיב את הבדיקה האמפירית בשני מישורים: ראשית, נאפשר לפרמיה להגיב על רמת אי-הוודאות במשק בהתאם למיפוי שנעשה בשלב הראשון, כך שאמידת הפרמיה תתחשב בתקופות שבהן שררה אי-וודאות גבוהה. אנו מניחים שהעלייה ברמת אי-הוודאות בין שני המשטרים נבעה מטעות התחזית, בעוד ששונות הפרמיה זהה בשני המצבים. שנית, נשלב בפירוק התשואה העתידית העודפת רכיב שלישי (נוסף על הפרמיה והטעות התחזית), שיבטא את ההטיה הממושכת בציפיות לגבי הריבית (כתוצאה מ"בעיית הפזון"). הדרך האופטימלית "לנקות" את ההטיה מהתשואה העתידית העודפת היא לבחור משתנה אקסוגני, שייטיב לבטא את ההטיה, אך הואיל וקשה מאוד לבחור משתנה כזה שלא יהיה מתואם עם הפרמיה, תזוהה ההטיה בציפיות באמצעות הנחה לגבי התפתחותה הסטוכסטית על פני זמן. רכיבי התשואה העתידית העודפת יזוהו כדלקמן:

$$(11) \quad EFR_{t,t+i} = \tau_{i,t} + k_{t,i} + u_{t,t+i}$$

$$\tau_{i,t} = \alpha_{0S_t} + \gamma_{S_t} \log \sigma_t^2 + \alpha_{1S_t} \tau_{i,t-1} + \varepsilon_t, \quad \gamma_{S_t} = \begin{cases} \gamma, & \text{iff } S_t = 1 \\ 0, & \text{iff } S_t = 0 \end{cases}$$

$$k_{t,i} = \beta_1 k_{t-1,i} + \eta_t, \quad \eta \sim N(0, \delta_\eta^2),$$

$$u_{t,t+i} = \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j e_{t+i-j} + e_{t+i}, \quad e_{t+i} \sim N(0, \delta_{S_t}^2), \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2),$$

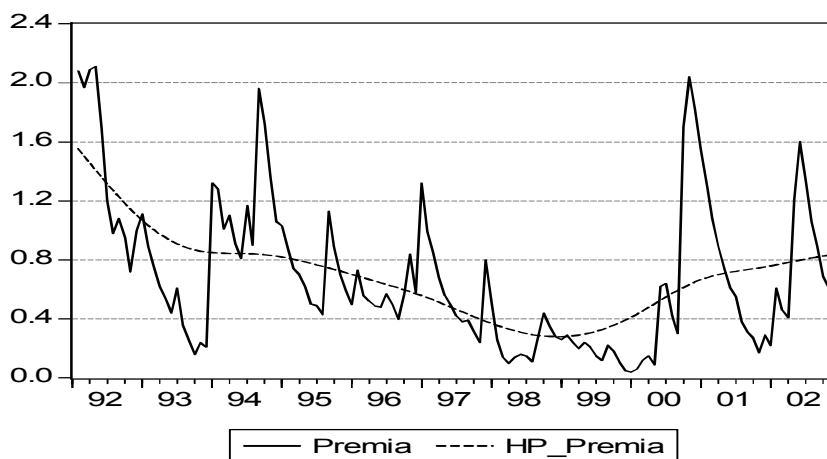
כאשר הפרמטר $k_{t,i}$ מסמן את ההטיה הממושכת בציפיות, כלומר את הפער בציפיות לגבי תוואי הריבית, שנוצרו בתקופה t , לבין הריאליזציה של הריבית שהתרחשה כעבור i חודשים. אנו מניחים כי הטיה זו מתנהגת בהתאם לתהליך אוטורגרסיבי מסדר ראשון, שעשוי לשקף תהליך למידה הדרגתי של הציבור ביחס לאופי של המדיניות הננקטת. נשים לב שמשוואת ההטיה בציפיות ($k_{t,i}$) אינה מכילה גורם קבוע, וזאת משום שבטווח הארוך, בהנחת ציפיות רציונליות, ההטיה הזמנית נעלמת. משוואת הפרמיה ($\tau_{t,i}$) מכילה תהליך אוטורגרסיבי מסדר ראשון (בדומה לאמידה הקודמת) ואת שונות התשואה העתידית העודפת כשאי-הוודאות גבוהה (σ_t^2). לפיכך הפרמטר γ_{S_t} עשוי לקבל ערך חיובי רק במצבי אי-וודאות גבוהה ($S=1$), בהתאם למיפוי שנעשה בשלב הראשון. ביתר המצבים פרמטר זה יקבל ערך אפס. ספציפיקציה זו, המאפשרת לרמת השונות להשפיע על תוחלת הפרמיה בהתאם לגישת ARCH-M של Engle, Lilien and Robins (1987), משולבת באמידת מסנן קלמן במצב של שינוי המשטר כמו בעבודה של Smith (2002). נוסף על כך, בדומה לספציפיקציות הקודמות, טעות התחזית ($u_{t,t+i}$) מתנהגת בתהליך של ממוצע נע (MA).

מתוצאות האמידה, המוצגות באופן מפורט בלוח 6 ומתוארות באיור 4, עולה כי הפרמיה היא סטציונרית (עם קפיצות בתוחלת שמקורן בשינויים במשטר), כשערך המקדם האוטו-רגרסיבי הגבוה במעט מ-0.9, מעיד כי תהליך ההתכנסות לממוצע הוא איטי יחסית. בממוצע הפרמיה הנאמדת (בתקופת המדגם כולה) עומדת על 0.7 אחוז, בעוד שבתקופות המאופיינות באי-וודאות גבוהה ערך הפרמיה עולה אף מעבר לאחוז וחצי.

לוח 6 - תוצאות אמידת הפרמטרים מתוך התשואה העתידית העודפת, 1993:1 עד 2003:12, המודל המורחב				
מצב טבע	α_0	α_1	γ_s	β_1^{**}
S=1 (שונות גבוהה)	0.103 (0.377)	0.938 (0.000)	0.637 (0.086)	0.909 (0.000)
S=0 (שונות נמוכה)	0.266 (0.021)	0.915 (0.000)	-----	0.933 (0.000)

* הערכים בסוגריים מסמנים את ה-P-values. ** תוואי ההטיה בציפיות לגבי הריבית מוצג בלוח 4.3 בנספח.

איור 4 – התפתחות הפרמיה הגלומה בתשואות המק"ם ל-12 חודשים (בעת תמחורה).



כפי שניתן לראות, בתהליך הדיסאינפלציה ניכרת ירידה הדרגתית בפרמיה ככל הנראה הודות לירידה בסיכון האינפלציה. פרמיה זו מגיעה למינימום במהלך 1999 עד הרביע השלישי של שנת 2000, וערכה בתקופה זו 0.2 אחוז. מסוף שנת 2000 ואילך ניכרת עלייה מחודשת בפרמיה, בשל שני אירועים חריגים: האירוע הראשון הוא התפרצות האינפליציה באוקטובר 2000. אירוע זה ככל הנראה יצר חששות ממשבר פיננסי, והוא אכן התבטא בעלייה דרמטית של תשואות המק"ם.¹⁶ האירוע השני שבו ניכרה עלייה חדה בפרמיה התרחש במחצית הראשונה של שנת 2002, שבה נרשם פיחות חד בשקל, על רקע הפחתה לא צפויה של ריבית בסוף שנת 2001 וחריגה ניכרת בתקציב הממשלה. אירוע נוסף שבו נרשם פיחות חד בשקל התרחש במחצית השנייה של 1998. בשונה משנת 2002, שבה העלייה בפרמיה התרחשה על רקע ההידרדרות החדה באמון הציבור במדיניות הכלכלית, בשנת 1998 לא עלתה הפרמיה בצורה משמעותית, וזאת ככל הנראה משום שתגובת הבנק המרכזי לפיחות הייתה מהירה יחסית ונתפשה כאמינה. (אינדיקציה נוספת ליציבות באמינות הבנק המרכזי בתקופה זו ניתן לראות מהשונות הנמוכה של תשואות העתידיות ל-12 חודשים. ראו איור 3.3 בנספח).

¹⁶ החששות ממשבר השתקפו גם במדד המניות הכללי שירד בשיעור של 4.5 אחוזים (בממוצע חודשי) ברביע האחרון של שנת 2000, לעומת עלייה ממוצעת של 1.5 אחוזים במהלך שלושת הרבעים הראשונים של אותה שנה.

6. בחינת טיב האמידה

כדי לבחון איזה מודל מבין שלושת המודלים שנבחנו (אמידת פרמיה קבועה, אמידת פרמיה משתנה בשיטת מסנן קלמן פשוט, ופרמיה משתנה במסנן קלמן המכיל את תגובת הפרמיה לשונות) הוא עדיף לצורך זיהוי הפרמיה, ניתן להשוות את ערכי ה-Log-Likelihood המתקבלים מכל אמידה, ובעזרתם לבצע מבחן Wald. השאלה היא האם האילוצים שהופעלו במעבר מהמודל המורחב למודל המצומצם יותר אינם פוגעים בטיב האמידה. לשם כך ניתן להתייחס למודל השלישי המוצג להלן כאל המודל הרחב (משוואה 11), והמעבר לשתי המסגרות המצומצמות יותר (אמידת ARIMA ואמידת מסנן קלמן פשוט) נעשה על ידי הפעלת האילוצים המתאימים. לוח 7 להלן משווה את ערכי ה-Log-Likelihood לכל אמידה.¹⁷

לוח 7 - בחינת טיב אמידת הפרמיה הגלומה במק"ם ל-12 חודשים, 1992:1 עד 2002:12			
ספציפיקצית האמידה			
אמידת מסנן קלמן המכילה אי-וודאות והטיה בציפיות	אמידת מסנן קלמן פשוטה	אמידת פרמיה קבועה	
(3)	(2)	(1)	
249.45	323.16	553.81	Sum Squared Residuals
-136.91	-154.73	-171.57	Log-Likelihood
Wald Test			
הערך הקריטי – רמת מובהקות 5% (דרגות חופש)	ערך סטטיסטי	אילוצים	
(2) 5.99	33.68	$\alpha_1 = \sigma_\varepsilon^2 = 0$	(2) against (1)
(5) 11.1	35.64	$\alpha_{S_t} = \gamma_{S_t} = \beta_1 = 0,$ $\sigma_\eta^2 = \sigma_{S_t}^2 = 0$	(3) against (2)

*ערכי מבחן Wald מחושבים בצורה הבאה - $(\text{Log-Likelihood}_{\text{unrestricted}} - \text{Log-Likelihood}_{\text{restricted}}) \cdot 2$. ערכים אלו מתפלגים χ^2 ומספר דרגות החופש כמספר האילוצים שמפעילים במעבר מהמודל המורחב למודל המצומצם יותר.

מהלוח עולה כי ניתן לדחות את השערת האפס; משמע שהאמידה של המודל המורחב ביותר (שכולל את תגובת הפרמיה לרמת אי הודאות ואת ההטיה בציפיות כרכיב שלישי בתשואה העתידית העודפת), עדיפה משמעותית על האמידות הקודמות, המכילות מסגרות אמידה מצומצמות יותר.

7. הפרמיה והגורמים המשפיעים על התפתחותה

בחלק זה ננסה לבחון מהם הגורמים שתורמו להתפתחות הפרמיה על פני זמן. לשם כך בחרנו מספר משתנים שהיו נגישים לציבור בעת תמחור הפרמיה ונתנו אינדיקציה מסוימת לגבי תוואי הריבית והאינפלציה עד לתקופת פדיון המק"ם. סביר כי המשתנים הרלוונטיים ביותר לצורך תמחור הפרמיה הם ציפיות הציבור לגבי ההתפתחויות

$$\text{Log Likelihood} = -\frac{T}{2} (1 + \log(2\pi) + \log(\frac{SSR}{T}))$$

¹⁷ ערכים אלו מחושבים בצורה הבאה :

הכלכליות בעתיד, אך הואיל ואין נתונים על משתנים אלה (נתונים המנותקים מעקומי התשואות), אנו משתמשים בהתפתחות המשתנים בעת תמחור הפרמיה, בהנחה שאלו משקפים בחלקם גם את הציפיות של הציבור לגבי ההתפתחויות העתידיות. מבין המשתנים שנעשה בהם שימוש נציין את הפער בין האינפלציה ל-12 החודשים האחרונים לבין היעד לאותה תקופה (*PAAR*). משתנה זה עשוי לבטא את מידת אמינותה של המדיניות המוניטרית ומחויבותה לתהליך של דיסאינפלציה. משתנים נוספים הם הפער בין ריבית בנק ישראל לבין ריבית ה-Fed בארה"ב (*GAPRATE*), שעשוי לבטא את הכוחות הפועלים בשוק המט"ח; השינוי הממוצע בריבית בנק ישראל בשלושת החודשים האחרונים (*DIEF3*), שעשוי לבטא את תגובת הבנק ללחצים אינפלציוניים, סטיית התקן של שינויים אלו במהלך ששת החודשים האחרונים (*SDV6DIEF*), המשקפת את תגובות הבנק המרכזי על אירועים חריגים, והשינוי הממוצע בשיעור החזקת המק"ם בידי הציבור במהלך 12 החודשים האחרונים (*DMAK_PUB12*), שעשוי להצביע על עומקו של שוק המק"ם. כמו כן הוספנו שני משתני דמי: משתנה דמי לרביע האחרון של שנת 2000, המתאר את התפרצות האינפלציה (*DUM_INT*)¹⁸, ומשתנה דמי רציף, שמקבל ערך 1 החל מהמחצית השנייה של שנת 1997 ואילך ואפס אחרת (*DUM97AFT*). משתנה זה נועד לתפוס את ירידת המדרגה בסביבת האינפלציה.¹⁹

נציין כי הפרמיה הנאמדת נגזרת מהתשואה העתידית העודפת המחושבת ליום פדיון המק"ם. לפיכך כל המשתנים המסבירים נלקחו בפיגור של 12 חודשים, שכן זו הייתה האינפורמציה בעת תמחור הפרמיה. תוצאות האמידה מוצגות בלוח 8 להלן. מלוח זה ניתן לראות את מקדמי המשתנים המסבירים, וסימניהם אינם משתנים במידה משמעותית כתוצאה מהוספת משתנים מסבירים נוספים. בנוסף, על אף שתהליך תמחור הפרמיה קשור בגורמים שקשה לכמתם, כגון גורמים פסיכולוגיים, שבין היתר תלויים באווירה הפוליטית-מדינית, וציפיות הפרטים לגבי ההתפתחויות הכלכליות בעתיד, רמת ההסבר שמתקבלת משביעה רצון ועומדת מעל 60 אחוזים. טיב ההתאמה של המודל מוצג באיור נ.1. ניתן לראות, כי העלייה בפרמיה במחצית הראשונה של 2002 אכן מוסברת בחלקה על ידי המודל, וזאת משום שחלק מהמשתנים המסבירים הנמצאים במודל מייצגים את רמת האמינות של המדיניות בעיני הציבור, שכאמור נפגעה משמעותית בתקופה זו.

אשר להשפעת המשתנים – ניתן לראות ממקדמי *PAAR* ו-*PAAR^2* כי לפער בין האינפלציה לבין היעד השפעה סימטרית על הפרמיה, אך לא סביב האפס. כך, למשל, סטייה חיובית של האינפלציה מהיעד תפעל לעליית הפרמיה בקצב הולך וגדל, ואילו סטייה כלפי מטה תפעל לירידת הפרמיה, אולם עד נקודה מסוימת. סטייה מעבר לנקודה זו (שבאמידה מתקבלת כסטייה שלילית של 1.2 אחוזים) תפעל לעליית הפרמיה (איור נ.2 בנספח). להערכתנו, משתנה זה מבטא את רמת האמינות של הבנק המרכזי מבחינת נכונותו להשיג יציבות מחירים בתום תהליך הדיסאינפלציה. מכאן, שסטייה כלפי מעלה (מהיעד) ככל הנראה פגעה באמינות ותרמה

¹⁸ כיוון שלא ניתן להסביר את מלוא העלייה של הפרמיה שהתרחשה ברביע האחרון של שנת 2000 על ידי גורמים כלכליים (אלא ניתן לייחס את העלייה בפרמיה ברובה להתפרצות האינפלציה), השתמשנו במשתנה דמי.

¹⁹ עדות לירידת המדרגה בסביבת האינפלציה בתקופה זו נמצאה בעבודה של לויתן ומלינק (1998).

לוח 8 – הגורמים המשפיעים על התפתחות הפרמיה, 1992:01 עד 2002:12							
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)**
<i>C</i>	0.869 (0.00)	0.832 (0.00)	0.729 (0.00)	0.505 (0.00)	1.341 (0.00)	1.434 (0.00)	1.644 (0.00)
<i>DUM97AFT</i>	-0.443 (0.00)	-0.392 (0.00)	-0.359 (0.00)	-0.305 (0.00)	-0.619 (0.00)	-0.666 (0.00)	-0.706 (0.00)
<i>DUM_INT</i>	1.350 (0.00)	1.453 (0.00)	1.403 (0.00)	1.450 (0.00)	1.210 (0.00)	1.945 (0.00)	1.169 (0.00)
<i>PAAR</i>		0.033 (0.13)	0.035 (0.04)	0.013 (0.45)	0.039 (0.00)	0.029 (0.03)	0.037 (0.02)
<i>PAAR^2</i>			0.011 (0.00)	0.011 (0.00)	0.014 (0.00)	0.012 (0.00)	0.007 (0.06)
<i>SDV6DIEF</i>				0.326 (0.00)	0.382 (0.00)	0.452 (0.00)	0.098 (0.43)
<i>GAPRATE</i>					-0.101 (0.00)	-0.111 (0.00)	-0.101 (0.00)
<i>DIEF3</i>						0.105 (0.12)	0.243 (0.00)
<i>DMAK_PUB12</i>							-0.155 (0.02)
<i>R²-Adjusted</i>	0.32	0.35	0.39	0.53	0.65	0.66	0.63

* הנתונים בסוגריים מתארים את ערכי ה-P-Value בהתאם לתיקון Newey-West.
 ** בשל חוסר בנתונים אמינים על שיעור החזקת המק"ם בידי הציבור עד שנת 1992, תקופת המדגם באמידה בעמודה 7 היא קצרה יותר: מ - 1993:01 עד 2002:12.

להעלאת הפרמיה, ואילו סטייה כלפי מטה עד נקודה מסוימת אותתה לציבור על מחויבות גבוהה לתהליך הדיסאינפלציה, ולפיכך פעלה להפחתת הפרמיה. בדומה לסטיות חיוביות סטייה שלילית משמעותית תרמה אף היא לפגיעה באמינות ולעליית הפרמיה. שלושה משתנים נוספים בעלי השפעה חיובית על הפרמיה הם סטיית התקן של השינויים בריבית בנק ישראל במהלך ששת החודשים האחרונים, השינוי הממוצע בריבית במהלך שלושת החודשים האחרונים ומשתנה דמי לרביע האחרון של שנת 2000, שבו פרצו האירועים הביטחוניים. שלושה משתנים נמצאו בעלי השפעה שלילית על הפרמיה. משתנה אחד הוא הפער בין ריבית בנק ישראל לבין ריבית ה-Fed, שכאמור עשוי לבטא לחצים עתידיים בשוק המט"ח, ודרכם לחלחל בהמשך לאינפלציה ולריבית. המשתנה השני שנמצא בעל השפעה שלילית הוא משתנה הדמי לתקופה המאוחרת של תהליך הדיסאינפלציה (מהמחצית השנייה של שנת 1997 ואילך), שבה ניכרה ירידה משמעותית במדרגת האינפלציה.²⁰ המשתנה השלישי הוא השינוי הממוצע בשיעור החזקת המק"ם בידי הציבור במהלך השנה האחרונה, שכאמור מצביע על עומקו של שוק המק"ם ובכך פועל להורדת הפרמיה הנדרשת. כפי שניתן לראות, האמידה של המודל בהתחשב במשתנה זה (עמודה 7) נעשתה במדגם מצומצם יותר, משום שנתונים אלה זמינים רק משנת 1993.

²⁰ בתהליך האמידה בחנו מספר משתנים מסבירים נוספים כגון רמת האינפלציה, סטיית התקן של אינפלציה, סטיית התקן של השינוי בשיעור החליפין, סטיית התקן של פער התוצר, משתנה דמי לבחירות לכנסת ומשתנה דמי להסרת תקרת המק"ם. משתנים אלו לא נמצאו כבעלי השפעה מובהקת על הפרמיה.

8. דיון ומסקנות

בעבודה זו ניסינו לאמוד את הפרמיה הגלומה בתשואות המק"ם ל-12 חודשים בעת תמחורה בשנים 1992 עד 2002, תקופה שבה המשק הישראלי אופיין בתהליך של דיסאינפלציה. מאחר שהפרמיה אינה משתנה נצפה, נעשה שימוש בשיטת מסנן קלמן, המאפשרת לזהות את הפרמיה באמצעות הנחות מסוימות לגבי התהליך הסטוכסטי שלה. במסגרת הנחות אלו אפשרנו לפרמיה להגיב על רמת אי-הוודאות הנגזרת משונות התשואה העתידית העודפת.

תוצאות האמידה מראות כי הפרמיה היא חיובית, ובממוצע עמדה בתקופת המדגם על 0.7 אחוז. יתרה מזו, הפרמיה השתנתה על פני זמן, ממצא שאינו מתיישב עם הגישה הקלסית של תיאוריית הציפיות. מהניתוח עולה כי הפרמיה אופיינה במגמת ירידה במהלך שנות התשעים, על רקע תהליך הדיסאינפלציה שעבר המשק בתקופה זו, תהליך שגרם לירידה בסיכון האינפלציוני. החל מסוף שנת 2000 ועד סוף שנת 2002, ניכר שינוי במגמה זו, והפרמיה אופיינה במגמת עלייה. נזכיר כי בתקופה זו התחוללו שני אירועים בולטים - התפרצות האירועים הביטחוניים לקראת סוף שנת 2000 ומשבר האמון במדיניות הכלכלית במהלך המחצית הראשונה של שנת 2002 (הפחתה לא צפויה של הריבית ועלייה חדה בגירעון התקציבי).

ממצאים אלו מציבים קושי מסוים בזיהוי הרמה והשינויים בציפיות הציבור לגבי תוואי הריבית העתידי מתוך עקום תשואות המק"ם, וכתוצאה מכך עלולים ליצור הטיה מסוימת בניהול המדיניות המוניטרית. כך, למשל, קובעי המדיניות עלולים לייחס את מלוא העלייה החדה בשיפוע עקום תשואות המק"ם לעליית הציפיות לגבי תוואי הריבית העתידי, בעוד שבפועל עלייה זו משקפת בחלקה גם עלייה מסוימת בפרמיית הסיכון הנדרשת על ידי הציבור.

כמו כן נמצא כי רמת הפרמיה מושפעת מתנאי הסביבה הכלכלית ומרמת אי-הוודאות שבה הציבור מתמחר את נכס המק"ם. בפרט נמצא כי סטייה חיובית של האינפלציה מהיעד פועלת לעליית הפרמיה, ולסטייה שלילית השפעה דומה רק אם היא משמעותית יותר. האמידה מראה גם כי לשינויים חיוביים (שליליים) בריבית בנק ישראל השפעה חיובית (שלילית) ומובהקת על הפרמיה-אולי משום שאלו מבטאים את תגובת הבנק המרכזי על לחצים אינפלציוניים. סטיית התקן של שינויים אלו, המשקפת את תגובת הבנק המרכזי על אירועים חריגים, נמצאה גם היא כבעלת השפעה מובהקת על הפרמיה. בצד המשתנים שנמצאו בעלי השפעה שלילית על הפרמיה נציין את פער הריביות בין המשק לחו"ל (צמצום פער הריביות יוביל לעליית הפרמיה), משתנה דמי רציף למחצית השנייה של 1997 ואילך, המשקף את הירידה בסביבת האינפלציה והסיכון האינפלציוני שנגזר ממנה, והשינוי הממוצע בשיעור החזקת המק"ם בידי הציבור, משתנה המצביע על עומקו של שוק המק"ם.

ביבליוגרפיה

- בלס, א., גיברה, י. (1996). "הודעות מוניטריות ותגובת שוק ההון: ההשפעה הראשונית על המק"ם והאג"ח וההשלכות למנגנון התמסורת." מאמר לדיון 96.11, מחלקת המחקר, בנק ישראל.
- Andersen, N., et al. (1996). *Estimating and Interpreting the Yield Curve*, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, England.
- Bekaert, G., R.J. Hodrick and D.A. Marshall (1995). "'Peso Problem' Explanations for Term Structure Anomalies", *NBER Working Paper No. W6147*
- Campbell, J.Y, and Robert J. Shiller (1991). "Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View", *Review of Economic Studies* 58, 495-514.
- Chib, S., and E. Greenberg (1996). "Markov Chain Monte-Carlo Simulation Methods in Econometrics", *Econometric Theory* 12, 409-431.
- Cook, T. and T. Hahn (1990). "Interest Rate Expectations and the Slope of the Money Market Yield Curve", *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Review* 76, 3-26.
- Engle, R., D. Lilien and R. Robins (1987). "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model", *Econometrica* 55(2), 391-407.
- Fama, E.F. (1984). "The Information in the Term Structure.", *Journal of Financial Economics* 13, 509-528.
- Fama, E.F. and K.R. French (1989). "Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics* 25, 23-49.
- Friedman, B.M. (1979). "Substitution and Expectation Effects on Long-Term Borrowing Behavior and Long-Term Interest Rates", *Journal of Money, Credit, and Banking* II, No. 2, (May), 131-150.
- Froot K.A. (1989). "New Hope for the Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, XLIV, No. 2, 283-305
- Gordon, M. (2003). "Estimates of Time-Varying Term Premia for New Zealand and Australia", *Reserve Bank of New Zealand, Discussion Paper No. 2003/06*.
- Gravelle, T. and J. Morley (2005). "A Kalman Filter Approach to Characterizing the Canadian Term Structure of Interest Rates", *Applied Financial Economics* (forthcoming).
- Hardouvelis, G.A. (1994). "The term structure spread and future changes in long and short rates in the G-7 countries – Is there a puzzle?", *Journal of Monetary Economics* 33, 255-283.
- Hicks, J. (1939). *Value and Capital*, London: Oxford University Press.
- Ilek, A. and D. Elkayam (2004). "The Information Content of Inflationary Expectations Derived from Bond Prices in Israel." *Monetary Studies Discussion Paper Series*, Bank of Israel.
- Iyer, S. (1997). "Time-Varying Term Premia and the Behavior of Forward Interest Rate Prediction Errors", *Journal of Financial Research* 20, 503-507.
- Kessel, R. (1965). "The cyclical behavior of the term structure of interest rates", occasional paper no. 91, *National Bureau of Economic Research, Cambridge, Mass.*

- Kim, C.J. and C.R. Nelson (1999). *State-Space Models with Regime Switching*, Cambridge, Mass. and London: MIT Press.
- Liviatan, N. and R. Melnick (1998). "Inflation and Disinflation by Steps in Israel." *Research Department Discussion Paper* No. 98.01, Bank of Israel.
- Lutz, F.A. (1940). "The Structure of Interest Rates" ,*Quarterly Journal of Economics* 55, 36-63.
- Mankiw, N.G.(1986)."The Term Structure of interest rates revisited", *Brookings Papers on Economic Activity*,1 ,61-96.
- Mankiw, N.G. and J.A. Miron (1986). "The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates" ,*Quarterly journal of Economics*, 101, 211-228.
- Mankiw, N.G. and L.H. Summers (1984). "Do Long-Term Interest Rates Overreact to Short-Term Interest Rates ?", *Brookings Papers on Economic Activity*,1,61-96
- McCulloch, J.(1987). "The Monotonicity of the Term Premium." *Journal of Financial Economics* 18, 185-192.
- Modigliani, F. and R. Sutch (1966)."Innovations in Interest rate policy", *American Economic Review*, 56, 178-97.
- Newey ,Whitney K. and Kenneth .D. West, (1987). "Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica* 55, 703-708
- Smith, R.D. (2002). "Markov-Switching and Stochastic Volatility Diffusion Models of Short-Term Interest Rates" ,*Journal of Business and Economic Statistics*, 20, No. 2.
- Startz, R. (1982). "Do Forecast Error or Term Premia Really Make the Difference between Long and Short Rates ?" *Journal of Financial Economics* 10, 323-329.
- Taylor, M. (1992). "Modeling the Yield Curve" ,*Economic Journal* 102, 524-537.
- Tzavalis, E. and M.R. Wickens (1997). "Explaining the Failures of the Term Spread Models of the Rational Expectations Hypothesis of the Term Structure" ,*Journal of Money Credit and Banking*, 29, 364-380.

מערכת המשוואות (10), המאפשרת לזהות מצבי אי-ודאות, מציגה את התשואה העתידית העודפת כתהליך מקרי, שבו ההתנהגות של התוחלת ושל השונות המותנות ניתנת לתיאור על ידי שרשרת מרקוב בעלת שני מצבים - שונות גבוהה או נמוכה²¹.

כיוון שמספר הפרמטרים במערכת זו גדול, אומדן ההתפלגות המשותפת שלהם מורכב ועתיר זמן. לפיכך אמדנו את הפרמטרים בשיטת הסימולציות (Gibbs-sampling), המפרשת אותם כמשתנים מקריים, כך שניתן לדגום את הערכים שלהם מההתפלגות המתאימה. תהליכי הדגימה מאורגנים כך שבכל איטרציה דוגמים אחד מהפרמטרים, בהסתמך על שאר הפרמטרים, שנתקבלו מהאיטרציה הקודמת. הוכח שתהליך הדגימה, כשחוזרים עליו פעמים רבות, מתכנס לפרמטרים שכאילו נאמדו מההתפלגות המשותפת. האומדן של כל פרמטר מתקבל כממוצע הדגימות שלו, וסטיית התקן בין הדגימות מבטאת את מובהקות האומדן. כדי לנטרל את השפעת הערכים ההתחלתיים מסלקים מספר גדול של הדגימות הראשונות. להסבר תיאורטי מפורט של תהליך הדגימות ראו Chib and Greenberg (1996).

את הפרמטרים של משוואה (10) שבגוף המאמר קיבצנו לשש קבוצות, מ- $g1$ ל- $g6$. אם נסמן ב- k את האיטרציה השוטפת, נתקדם בדגימות מקבוצה לקבוצה, כך שהדגימה בכל קבוצה מסתמכת על ערכי הפרמטרים שנדגמו בקודמתה, וכן על הנתונים שבמדגם (נתוני התשואה העתידית העודפת). להלן הקבצת הפרמטרים בקבוצות:

$$\begin{aligned} g1 &= \{S_t^{(k)}, t=1, \dots, T \mid p^{(k-1)}, q^{(k-1)}, \sigma_0^{2(k-1)}, h^{(k)}, \mu_0^{(k-1)}, \mu_1^{(k-1)}, \theta^{(k-1)}, efr_T\} \\ g2 &= \{p^{(k)}, q^{(k)} \mid S_T^{(k)}\} \\ g3 &= \{\sigma_0^{2(k)} \mid h^{(k-1)}, \mu_0^{(k-1)}, \mu_1^{(k-1)}, S_T^{(k)}, \theta^{(k-1)}, efr_T\} \\ g4 &= \{h^{(k)} \mid \sigma_0^{2(k)}, \mu_0^{(k-1)}, \mu_1^{(k-1)}, S_T^{(k)}, \theta^{(k-1)}, efr_T\} \\ g5 &= \{\theta^{(k)} \mid h^{(k)}, \sigma_0^{2(k)}, \mu_0^{(k-1)}, \mu_1^{(k-1)}, S_T^{(k)}, efr_T\} \\ g6 &= \{\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k-1)} \mid h^{(k)}, \sigma_0^{2(k)}, S_T^{(k)}, \theta^{(k)}, efr_T\} \end{aligned}$$

הערכים ההתחלתיים למקרה של $k=1$ נלקחו מאמידת ARIMA: $\mu_0=0$, $\mu_1=0.5$ (כערך אלטרנטיבי לקבוע שאינו מובהק), $\sigma_I^2=3.08$, $h=-0.5$, כך שהיחס ההתחלתי בין השונויות הוא פי שניים). מקדמי הממוצע הנע, שהתקבלו מ-ARIMA ושימשו ערכים התחלתיים למקדמי θ , מוצגים בלוח א'-1. פירוט תהליכי הדגימה לכל קבוצת הפרמטרים, תוך תיאור ההתפלגויות המתאימות, נמצא אצל Kim and Nelson (1999). בסך הכול בוצעו 1,000 איטרציות, התוצאות של 500 הראשונות סולקו, והפרמטרים נאמדו על סמך 500 האיטרציות האחרונות.

²¹ לא מוטלת מראש מגבלה שלפיה התוחלת הנמוכה מקושרת בהכרח עם השונות הגבוהה.

לוח 1-א'. פרמטרים מ-ARIMA והפילטר הפשוט ששימשו כערכים התחלתיים

lag	ARIMA	Simple Kalman
<i>MA coefficients</i>		
1	0.704 **	0.466 **
2	0.656 **	0.238 **
3	0.537 **	0.145 **
4	0.592 **	0.143 **
5	0.548 **	0.182 **
6	0.424 **	0.107 *
7	0.323 **	0.022
8	0.234 **	0.007
9	0.255	0.000
10	0.096	0.010
11	0.074	0.000
<i>Variance of residuals</i>		
ARIMA	3.086	
Premium term		0.513
MA term		1.189

נספח 1-ב': אמידה של פרמיה והטיה בציפיות באמצעות פילטר מורחב

את מערכת המשוואות (11) לאמידה של פרמיה והטיה בציפיות ניתן להציג דרך הצגת State-Space:

$$EFR_{t,t+12} = Hz_t \quad (11.1)$$

$$z_t = A_{S_t} + Fz_{t-1} + B_{S_t}x_t + \xi_t \quad (11.2)$$

כאשר וקטור-State $z_t = (\tau_t, k_t, u_{t+12}, \dots, u_{t+2})$ מורכב משלושה משתנים בלתי נצפים: פרמיה, הטיה בציפיות ותהליך של ממוצע נע בעל 11 פיגורים. רכיבים אלה הם פירוק מלא של התשואה העודפת; לכן מטריצה H במשוואות המדידה (11.1) היא וקטור-שורה עם ערכי 1 בשלושת המקומות הראשונים ועם אפסים בשאר המקומות.

משוואת המעבר (11.2) מתארת את התפתחותו של וקטור-State, z_t , כתהליך אינרציוני שבתקופות מסוימות מושפע מהגורם האקסוגני של אי-ודאות גבוהה בשווקים הפיננסיים. תקופות אלה - בהתאם ל-(10) ו-(11) – מזוהות על ידי משתנה מצב, $S_t = I$, ומתאפיינות בשונות גבוהה, σ_1^2 , כאשר המשתנה האקסוגני, x_t , במשוואת (11.2) הוא לוג של השונות הגבוהה: $x_t = \log(\sigma_1^2)$.

חלק מהפרמטרים במשוואת המעבר (11.2) הם תלויי מצב, כלומר משתנים במצבי אי-ודאות גבוהה: אלה הם וקטור הקבועים, $A_{S_t} = (\alpha_{S_t}^0, 0, \dots, 0)$, במשוואת המעבר של הפרמיה ומקדמי אוטו-רגרסיה בהתפתחותה של הפרמיה במטריצה F_{S_t} .

השונויות של וקטור השאריות, ξ , של משוואת המעבר (11.2) משתנות גם הן במצבי אי-ודאות גבוהה, ומרכיבות מטריצה אלכסונית תלויה מצב:

$$\text{var}(\xi_t) = \text{diag}(\delta_{S_t}^2, \delta_\eta^2, \sigma_{S_t}^2, \dots, \sigma_{S_{t-11}}^2)$$

כאשר בה רק השונות δ_η^2 של השאריות במשוואות הטיית הציפיות אינה תלויה מצב.

תהליך האמידה של מערכת דומה, הכוללת שינוי של המצבים בהתאם לשרשרת מרקוב, ראו Kim and Nelson (1999). הערכים ההתחלתיים לאמידה נקבעו על סמך הפרמטרים שנאמדו לפילטר פשוט (10), שלא כולל את חילופי המצבים של אי-הוודאות. הערכים ההתחלתיים מוצגים בלוחות א'-1 ו-4. מיפוי מצבי אי-הוודאות והשונויות המתאימות למצבים אלה מקורם במשוואה (11). לאחר שנאמדו הפרמיה, ההטיה בציפיות ותהליך ממוצע נע באמצעות פתרון של מסנן קלמן, הפרמטרים ההתחלתיים מחושבים מחדש, על סמך משוואות SUR.

נספח 1- ג': אמידת משוואות Fama עם טעויות המדידה בחישוב התשואות העתידיות

נניח כעת שקיימת טעות מדידה מסוימת (נסמן אותה ב- ε_t) בספציפיקציה של התשואה העתידית כפי שמופיעה

$$(12) \quad f_{t,t+i} = E_t(r_{t+i}) + \tau_t + \varepsilon_t. \quad \text{במשוואה (3) לעיל, דהיינו:}$$

אחרי הוספת ביטוי $(r_{t+i} - r_t)$ לשני האגפים של משוואה (3) ואחרי סידור אגפים נקבל:

$$(13) \quad (r_{t+i} - r_t) = -\tau_t + (f_{t,t+i} - r_t) + u_{t,t+i} + \varepsilon_t.$$

כפי שראינו לעיל, בדיקת ההשערה בדבר חוסר הטיה של השינויים הצפויים בריבית ביחס לשינויים בריבית שהתרחשו בפועל ניתן להציג בצורה הבאה:

$$(14) \quad (r_{t+i} - r_t) = \alpha + \delta(f_{t,t+i} - r_t) + u_{t,t+i} + \varepsilon_t.$$

אם ישנן טעויות המדידה במודל, אמידת משוואה (14) בשיטת O.L.S. תיתן אומדנים מוטים לפרמטרים, זאת מפני התלות בין התשואה העתידית לבין שאריות במודל (דהיינו, $\text{cov}(f_{t,t+i}, u_{t,t+i} + \varepsilon_t) \neq 0$ כי $\text{cov}(f_{t,t+i}, \varepsilon_t) \neq 0$ מתוך משוואה (12)).

כדי להתגבר על בעיה זו ניתן להעביר את התשואה העתידית לאגף השמאלי של המשוואה:

$$(15) \quad r_{t+i} - r_t - \delta_1 f_{t,t+i} = \alpha - \delta_2 r_t + u_{t,t+i} + \varepsilon_t.$$

נאמוד את מודל (15) ונבחן את קיום תיאוריית הציפיות (בגישה הקלסית) דרך בחינת ההשערה ש-

$$\delta_1 = \delta_2 = 1.$$

דרך נוספת לבחינת השערה זו היא:

$$(16) \quad r_{t+i} - r_t - \delta^{\text{guess}} f_{t,t+i} = \alpha - \delta r_t + u_{t,t+i} + \varepsilon_t.$$

בשלב הראשון ננחש את הפרמטר δ^{guess} , ועל סמך ניחוש זה נאמוד את הפרמטר δ ע"י O.L.S. נבצע את

האמידה במספר איטרציות עד שנקבל ש- $\delta^{\text{guess}} = \delta$. בשלב השני נבדוק את ההשערה ש- $\delta = 1$.

לוח 1 נ.2 מציג את תוצאות האמידה של משוואה (15) ושל משוואה (16) כשתקופות התחזית הן שלושה, שישה, תשעה ושנים עשר חודשים. העמודה השנייה של לוח 1 נ.2 מציגה את הפרמטרים הנאמדים במשוואה (15) ובעמודה השלישית מופיע הערך $pvalue$ לבדיקת ההשערה ש- $\delta_1 = \delta_2 = 1$. בעמודה הרביעית מוצגים הפרמטרים הנאמדים (לפי משוואה 16) בסיום תהליך ההתכנסות של המקדם δ למקדם שניחשנו קודם לכן δ^{guess} ($\delta^{guess} = \delta$). בעמודה האחרונה מוצג $pvalue$ לבדיקת ההשערה ש- $\delta = 1$.

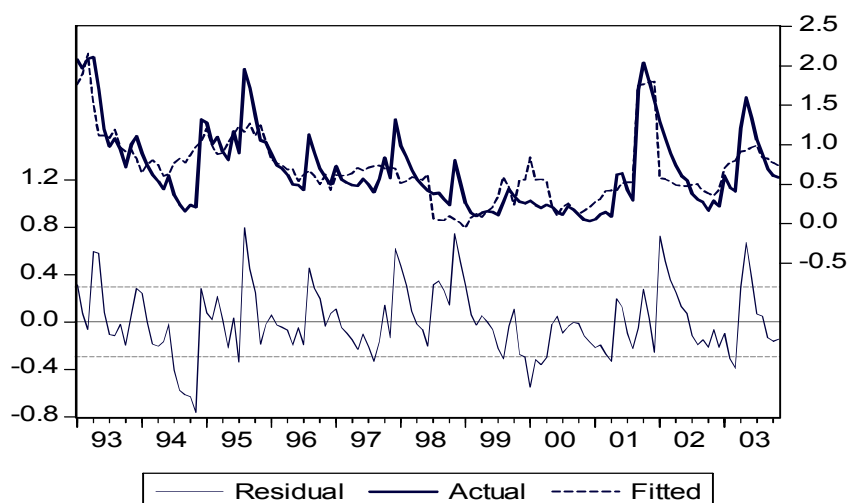
לוח ג' 2 – תוצאות משוואת Fama בהתחשב בטעויות מדידה בחישוב התשובה העתידית

תקופת התחזית (1)	δ_1	δ_2	α	$pvalue$ ($\delta_1 = \delta_2 = 1$)	$(\delta^{guess} = \delta)$ α δ	$pvalue$ ($\delta = 1$)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
3 חודשים	1.402 (0.199)	1.482 (0.215)	-0.189 (0.602)	0.07	1.02 (0.052)	0.067 (0.662)
6 חודשים	0.918 (0.203)	0.938 (0.243)	0.091 (1.423)	0.90	0.838 (0.099)	0.27 (1.339)
9 חודשים	0.759 (0.215)	0.609 (0.208)	1.951 (1.585)	0.12	1.537 (0.115)	1.01 (1.547)
12 חודשים	0.774 (0.233)	0.573 (0.222)	2.28 (1.609)	0.06	2.00 (0.130)	0.68 (1.693)

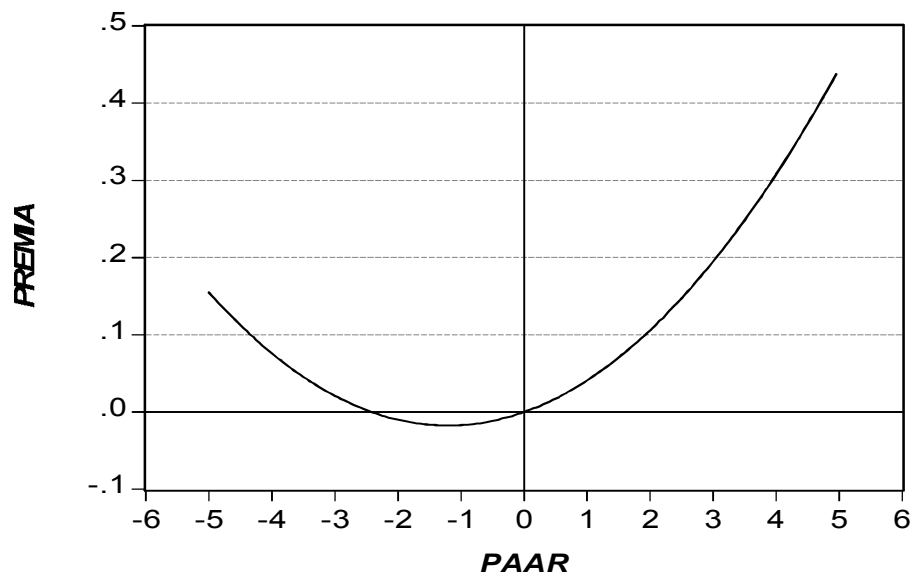
* בסוגריים – סטיות התקן של המקדמים לפי תיקון Newey-West.

נספח 1-ד': איורים

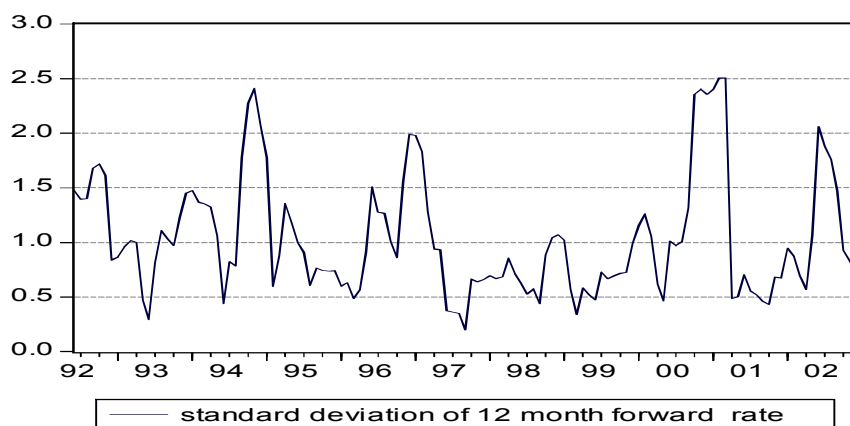
איור נ.1 – התפתחות של הפרמיה – בפועל והחזוי.



איור 2.נ – השפעת הפער בין האינפלציה במהלך 12 חודשים האחרונים לבין היעד על הפרמיה



איור 3.נ – סטיית התקן של התשואה העתידית ל-12 חודשים



איור 4.נ – ההטיה הנאמדת בציפיות לגבי תואי הריבית ($k_{t,12}$)

