



**mdihot ha-shatnotim shel mohiri ha-diyot
bagiashat ha-rechishot ha-chozrot**

נילי בן טובים^{*}, נעם זוסמן^{*} וヨוסי יכין^{*}

**ניירות תקופתיים 2014.01
פברואר 2014**

בנק ישראל – <http://www.boi.org.il>

- חטיבת המחקר, נלי בן טובים – neelie.ben.tovim@boi.org.il, טל' – 02-6552645
- חטיבת המחקר, נעם זוסמן – noam.zussman@boi.org.il, טל' – 02-6552602
- חטיבת המחקר, יוסי יכין – 02-6552616, yossi.yakhin@boi.org.il, טל'

הדעת המובעת במאמר זה אינה משקפת בהכרח את עמדת בנק ישראל

מדידת השתנותם של מחירי הדירות בגין גישת הרכישות החזרות

נילי בן טובים, נעם זוסמן וヨוסי יכין

תקציר

המאמר מתעד שתי שיטות לחישוב מדדי מחיריים של דירות על בסיס עסקאות חוזרות באותו נכסים: (1) אמידה באמצעות משתני עוזר, לפי המודולוגיה של S&P/Case-Shiller ; (2) רגרסיה פשוטה של השינוי במחיר כנגד עיתוי העסקאות, לפי המודולוגיה של Bailey, Muth and Nourse (1963). נוסף על כך, המאמר סוקר את ההבדלים בין הגישה ההדונית, המשמשת את הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה בחישוב מדדי מחירי הדירות, לבין גישת העסקאות החזרות, ומציג את תוצאות המדדים השונים. באופן כללי, שתי הגישות מניבות תמונה דומה מאוד לגבי התפתחות הרמה של מחירי הדירות בישראל, במיוחד במהלך החל מ-2008. בתדרות חודשיות המתאימים בין שיעורי השינוי של המדדים עומדת על כ-0.7.

Measuring Home Price Variation Using Repeated Sales Methodology

Neelie Ben-Tovim, Yossi Yakhin and Noam Zussman

Abstract

This paper documents two methods for calculating home price indices based on repeated sales of the same properties: (1) an estimation using instrumental variables employing the methodology of S&P/Case-Shiller; (2) a simple regression of the change in the selling price of an asset against the timing of the sales, using the methodology of Bailey, Muth and Nourse (1963). Additionally, the paper reviews the differences between the hedonic method, used by the Central Bureau of Statistics for calculating its home price index, and the repeated sales methodology, and presents the results of the different indices. Generally, the two approaches draw a very similar picture with regards to the evolution of the price **level** in Israel, especially starting in 2008. At monthly frequency the correlation between the **rates of change** of the indices is about 0.7.

1. הקדמה

מדדים לשינויים במחירים הדיור משרותים מגוון צרכים בתחוםים שונים – הם מסיעים לקבוע את המדיניות המוניטרית ולהעריך את היציבות הפיננסית, לנתח את התפתחויות בשוק הדיור, למדוד את העושר של הציבור, לקבל החלטות אישיות בנוגע להתנהגות בשוק הדיור, ועוד.¹ ריבוי מדדים מאפשר לקבל תמורה מדויקת יותר של התפתחות מחירים הדיור.

המאמר מתעד שתי שיטות לחישוב מדדים של מחירים דיור על בסיס עסקאות חוזרות באותו נסכים: (1) אמידה באמצעות משתני עוז, בהתאם למетодולוגיה של S&P/Case-Shiller² (2) Bailey, Muth, Nourse (1963) (מכאן ואילך, BMN³).⁴ הרגרסיה פשוטה של השינוי במחיר כנגד מכירות, בהתאם למетодולוגיה של

קיים קושי למדוד את השינוי במחירים הדיור מתוך נתוני עסקאות, מפני שהרכיב הדיור הנמכוות משתנה מחדש כל חודש. אילו תמהיל הדיור היה יותר קבוע במשך הזמן, ניתן היה למדוד את השינוי במחירים באמצעות השוואת בין גובהו העסקה המומוצעים בשתי נקודות זמן. אולם מכיוון שמאפייני הדיור משתנים, אמידה כזו אינה מוגנת רק את השינוי במחירים אלא גם את השינוי בתמהיל הדיור שנמכוו. אם נניח, לשם המחשה, כי אין שינוי במחירים הדיור אך בחודש אחד נמכרו דירות קטנות, ולכן זולות יחסית, בשעה שבחודש העוקב נמכרו דירות גדולות, וכן יקרוות יותר; הרי שאם נשווה בין גובהו העסקה המומוצעים בשני החודשים נראה עלייה, אף על פי שמחירים הדיור נשאו, על פי הנחה, ללא שינוי.

בכדי להתגבר על הקושי הנ"ל נהוג להשתמש בשתי שיטות מדידה עיקריות: אמידה הדונית ואמידה על בסיס רכישות חוזרות של אותו נכס.⁴ בשיטה הדונית מרכיבים ורגסיה של מחירים דיור מעסקאות שבוצעו בשתי נקודות זמן (לפחות) כנגד מאפייני הדיור בעסקאות השונות ומשתנה דמי לעיתוי העסקה. מאפייני הדיור כוללים את מיקום הדיור (עיר/שכונה וכדומה), מספר החדרים והשטח, שנת הבניה, ועוד. בדרך זו מאפייני הדיור תופסים את השינוי של גובהה העסקה המומוצע כתוצאה ממשוני בתמהיל הדיור, ואילו המקדם למשתנה הדמי לעיתוי העסקה מודד את השינוי שחל במחירים הדיור במשך הזמן.

¹ להרחבה ראו:

Eurostat (2013). *Handbook on Residential Property Price Indices (RPPIs)*, European Commission.

² לתיאור מפורט של שיטת החישוב של S&P ראו:

S&P Indices, May 2013. "S&P/Case-Shiller Home Price Indices, Methodology." <http://www.spindices.com/index-family/real-estate/sp-case-shiller>

³ השיטה שונה מזו שקיים ושילר הציגו במאמר המקורי:

Case, K. E., Shiller, R. J., 1987 (September/October). "Prices of Single Family Homes since 1970: New Indexes for Four Cities." *New England Economic Review*, pp. 45-56.

⁴ ראו:

Bailey, M. J., Muth, R. F., Nourse, H. O., 1963. "A Regression Method for Real Estate Price Index Construction." *American Statistical Association Journal* 58(304), pp. 933-942.

⁵ להרחבה על שיטות אלו ואחרות ראו Eurostat (2013).

שיטת הרכישות החזירות נוקטת גישה שונה: במקרים לדרוש מידע על מספר רב ככל האפשר של תכונות הדירה, השיטה מתבססת על מדידת המחיר של אותו נכס בשתי נקודות זמן. בהנחה שתכונות הדירה לא השתנו במשך הזמן, השינוי בגובה העסקה מבטא את השינוי במחיר. שכלל השינוי במחירים של נכסים רבים מאפשר לקבל אומדן לשינוי שחל במחירים הדירות במשך הזמן.

לכל אחת מהשיטות יתרונות וחסרונות, ואלה מתוארים להלן בפירוט, ובלוח 1 – בתמצית.

נתוניות: אמידה בשיטת הרכישות החזירות מצריכה רק מידע על המחיר ועל עיתוי העסקאות. השיטה ההדונית, לעומת זאת, מצריכה מידע מפורט על מאפייני הדירה. מכיוון שמסדי הנתונים בישראל לקוח מדיווחים לצורכי מס, סביר שהנתונים על המחיר והעיתוי מדויקים, ואילו הנתונים על תכונות הדירה מתאפיינים מהימנות נמוכה יותר, לאחר שהם משפיעים על חבות המס.⁵ מנגד, שיטת הרכישות החזירות דורשת לפחות לפחות עסקה נוספת בנוסף לאותו נכס, בנקודת זמן אחרת, כדי לכלול את התצפית במדגם; בשיטה ההדונית אין דרישת כזו, لكن האמידה בשיטה ההדונית תכלול יותר תצפיות ובהיבט זה תביא לאמידה מדויקת יותר.

כיסוי: השיטה ההדונית מביססת על עסקאות בדירות חדשות ובדירות מיד שנייה. שיטת הרכישות החזירות לעומת זאת אינה יכולה להתבסס על דירות חדשות, מכיוון שדירות אלה נרכשו רק פעם אחת. נוסף על כך, שתי הגישות מעניקות ייצוג יתר לנכסים שנמכרים בתדירות גבוהה. בהנחה שלאה נכסים נחוצים יחסית, ועל כן בעלייהם נוטים למכור אותם בתדירות גבוהה יותר, הם יבואו להטיה בתכונות הדירות הנכללות באמידהיחסית להתפלגותן באוכלוסייה.

שליטה במאפייני הדירה: בשיטת הרכישות החזירות מאפייני הדירה קבועים, למעט המאפיינים הכרוכים בהתיישנות, בשיפוצים ובשינויים בסביבת המגורים (למשל ברקע החברתי-כלכלי של התושבים). בשיטה ההדונית מידת השליטה במאפייני הדירה תלולה בזומיות הנתונים ובאיכותם, ולאה מצדן תלויות בדוחות לרשות המס. בדומה לשיטת הרכישות החזירות, גם השיטה ההדונית אינה מנטרלת השפעה של שיפוצים על מחיר הדירה מכיוון שאין מידע על כך; לעומת זאת, היא אכן מנטרלת את השפעתו של גיל הדירה והיא אינה מושפעת ממשינויים בסביבת המגורים. שינויים בסביבת המגורים מתרחשים לרוב באירועים, ומכוון שהשיטה ההדונית נאמדת וגרסיה עם עסקאות בשתי תקופות סמוכות, לרוב בתדריות חודשית, לשינויים אלה יש השפעה זינית בלבד על המדידה. בשיטת הרכישות החזירות, לעומת זאת, חולפות לרוב מספר שנים בין העסקאות באותו נכס, ולכן שינויים בסביבת המגורים ישפיעו על השינוי במחיר הנכס באופן שלא יונטרל במידידה.

עדכון המדד: לאחר שמקבלים מידע על כל העסקאות שבוצעו בשתי תקופות סמוכות, ניתן לחשב את המדד ההדוני ולראות בתוצאה נתון סופי. אולם בשיטת הרכישות החזירות הנתון – באופן עקרוני – אף פעם אינו סופי. הסיבה לכך נועצה בעובדה שכארש מקבלים נתונים על עסקאות שבוצעו לאחרונה, יש לחפש דיווחים על עסקאות שבוצעו באותו נכס בעבר, ודיווחים אלה

⁵ בדיקות נערכו במשרד האוצר הלו כי הנתונים על מאפייני הדירה בכרטסט מחירי הנדל"ן (כרמ"ן) אינם מ暢טיינים באיכות גבוהה (מיןיל הכנסות המדינה (2011). קובץ הכרמיון – האם הנתונים בקובץ חופפים לנתונים המקוריים?).

משמעותם על אומדן השינוי במחירים גם בתקופות קודמות. נניח, לדוגמה, שבחודש האחרון מתקבל דיווח על עסקאות בשני נכסים שונים, והעסקה הקודמת בנכס הראשון בוצעה ביוםaur 2000 בשעה שהעסקה הקודמת בנכס השני בוצעה בפברואר 2000. במקרה זה הנתונים החדשניים כוללים מידע על השינוי שחל במחירים בין ינואר לפברואר 2000.⁶

لוח 1: יתרונות וחסרונות של מדידת ההשתנות במחيري הדירות:

גיישת רכישות חוותות לעומת הגישה ההדונית:

גישת רכישות החזרות	גיישה ההדונית
נדרש מידע נרחב על מאפייני הדירה	נדרש מידע מצומצם
ריבוי עסקאות (זוגות)	נתונים
מהימנות גבוהה (מאפייני הדירות)	מהימנות גבוהה (מחיר ועיתוי העסקאות)
לא כולל דירות מיד רשותן (לא נרכשו פעמיים נוספת)	כולל את כל הדירות (לא כולל זולות יותר)
ייצוג יתר לדירות שנמכרו בתדיירות גבוהה (ב"כ זולות יותר)	ייצוג יתר לדירות שנמכרו בתדיירות מוגבלות ותלויה במידע עליהם (אין מידע על שינוי)
השתCHASEות במאפיינים מוגבלים (למעט התיאשנות/SHIPOTS ושינוי בסביבת המגורים)	שליטה במאפייני הדירה
ערך	ערך הסדרה ההיסטורית

שני גופים בישראל משתמשים כיום במתודולוגיות הניל'ל לחישוב מדדי מחيري דירות. הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (הלמ"ס) משתמשת בגישה ההדונית ומפרסמת את תוצאות המדידה בתדיירות חודשית, ומכוון גזית-אלוב לחקר הנדל"ן (במרכז הבינתחומי הרצליה) משתמש בשיטת הרכישות החזרות ומפרסם מדד בתדיירות רבונית.⁷

מדד הנתונים בו אנו משתמשים בעבודה זו הוא קובץ CRM (כרטסת מחירי נדל"ן), החל מינואר 1998. אותו מסד נתונים משמש גם את הלמ"ס ואת מכון גזית-אלוב.

שאר הדיון בניו כך. תחילת – בחלק 2 – אנו מתעדמים את התנאים להכללת תכניות במסד הנתונים ואת האופן שבו מזיהים עסקאות עסקאות חוותות באותו נכס. בחלקים 3 ו-4 אנו מציגים את שיטות החישוב של מדדי מחירי דירות על בסיס רכישות חוותות: חלק 3 מתמקד במתודולוגיה של S&P/Case-Shiller וחלק 4 – במתודולוגיה של BMN. בחלק 5 אנו מציגים את תוצאות האמידה וטוקרים תוצאות שונות להפיק ממנה. השיטה לחישוב השונות של האומדיים לשיעורי השינוי החדשניים מתוארת בסוף 3.

⁶ כדי להימנע מעדרון תדר של נתונים היסטוריים, אנו מקבעים את המדידים לאחר 12 חודשים. פירוט מופיע בסעיפים 3.3 ו-4.4.

⁷ מכון גזית-אלוב משתמש בשיטת BMN. ראו: "מדד מכון גזית-אלוב לחקר נדל"ן, המרכז הבינתחומי הרצליה, 2012.

2. תנאים להכללת תוצאות

2.1. שלוש קבוצות של תנאים להכללת תוצאות

כדי לכלול תוצאות במדגם המשמש לחישוב מדדי מחירים של דירות לפי רכישות חוזרות, יש לוודא שהיא עומדת בשלוש קבוצות התנאים הבאות. שתי הראשונות מקבילות לתנאי ההכללה של הלמ"ס, ואילו השלישית ייחודית למדגם של עסקאות חוזרות ונוגעת לאופן שבו מזהים עסקה כעסקה חוזרת ולפרק הזמן שחלף בין העסקה הראשונה לשניה. אם תוצאה אינה עומדת באחד התנאים לפחות, ממשיטים אותה מהמדגם.

קבוצת תנאים א' ⁸ (הגדרה של עסקת מכירה של דירת מגורים למשקי בית)

קבוצת א' נועדה להבטיח שמדובר בעסקת מכירה של דירה בבעלות לאדם פרטי. במדגם נכללות תוצאות שבוחן:

- העסקה היא עסקת מכיר (קוד סוג עסקה 1), או חכירה, או חכירת משנה (קוד 2).
- הזכות במרקען היא בעלות (קוד מהות 1), או בעלות כפופה לחכירה (קוד 2), או חכירה מרשות מקרקעי ישראל ⁹ (קוד 3).
- העברת הזכויות היא מפרטי לפרט (קוד סוג קונה/מכיר 11), או מחברה לפרט (קוד 21), או מחברה לרשות מקומית ¹⁰ (קוד 27), או מגוף ממשלתי לפרט (קוד 51).

קבוצת תנאים ב' (תנאים מצטברים על אלו בקבוצה א')

התנאים הבאים נועדו להבטיח שמאפייני הדירה ומחיריה קיימים בקובץ הנתונים והם סבירים:

- הדירה נמצאת ביישוב שככלו ברשימת היישובים של הלמ"ס (ראו נספח 1). הרשימה כוללת יישובים עירוניים גדולים יחסית (כולם יהודים או מעורבים) שמתקיימות בהן מספיק עסקאות, כיוון שהאמידה כוללת משתנה דמי לישוב (Fixed effect).
- דיווחו על העסקה תוך 180 ימים מתאריך ביצועה ("תאריך קובלע"). כאשר חולף זמן רב בין הביצוע לדיווח, העסקה עלולה להיות בלתי סטנדרטית.
- מועד סיום הבנייה החל משנת 1900, שכן עסקאות בנכסים היסטוריים אינן סטנדרטיות.
- מועד סיום הבנייה עד 3 שנים לאחר חודש ביצוע העסקה. אם שנת הסיום מצביעה על משך בנייה ארוך בהרבה מהמקובל, העסקאות עשויות להיות מלوات בהסדריימון מיוחדים המשפיעים על מחיר העסקה.
- גודל הדירה נע מ-5.0 עד 5.5 חדרים ועד בכלל; דירות שגודלו חדר ומיטה עלולות להיות מחסנים, ודירות שגודלו עולה על 5 חדרים הן במקרים רבים צמודות קרקע או דירות גג וכן אין סטנדרטיות.
- נקבע לדירה מחיר מכירה (ሞצהר ו/או מוערך);

⁸ התנאים מופיעים בפרסום הלמ"ס "מתודולוגיה לחישוב מדדי מחירי דירות ומחירים ממוצעים רבעוניים ושנתיים". אוקטובר 2012, המזכיר לרווחן לסטטיסטיקה של מחירים.

⁹ מדובר בדרך כלל על חכירה לשנים ארוכות ("חכירה לדורות") שמשמעותה המשנית היא רכישה. מאוחר שבירושים היו עד תחילת שנות האלפיים בעיות ברישום קרקע, דירות רבות שנרכשו בידי אנשים פרטיים נרשמו ככאלו שנרכשו בידי רשות מקומית.

- השטחים המדווחים של הדירות אינם חורגים מהתחומים הבאים :

מספר חדרים	שטח (מ"ר)
70-12	2.0-1.5
90-41	3.0-2.5
129-61	4.0-3.5
150-81	5.0-4.5

- המחיר המוצחר שווה למחיר המוערך (אם שני המחרירים מופיעים), לאחר מנפים את הדירה מהمدגם.

- הדירות אין מקיימות את התנאי הבא, לאחר מנפים אותן : מחירן למ"ר היה נזקק מ-0.45 0.45 פעמיים המחיר המוצע למ"ר באותו יישוב (לפי קובץ יישובים 2011) בשלושת החודשים שקדמו לחודש הדיווח, או גבוהה מ-2.2 פעמיים המחיר המוצע למ"ר באותו יישוב. ביישובים (לפי קובץ יישובים 2011) שהיו בהם פחות מ-25 עסקים בשלושת החודשים שקדמו לחודש הדיווח, יחשב המחיר המוצע לכל היישובים באזורי הגדרת הלמ"ס.

קבוצת תנאים ג' (עסקאות חוזרות) :

- זהותה לפחות עסקה אחת נוספת בנכס בתקופת המדגם (ראו סעיף 2.2).
- חלפו לפחות 180 יום בין העסקה הראשונה לשניה,¹¹ לאחר שתי העסקאות מושmatות מהדגם.

2.2. קישור בין רכישה קודמת לנוכחות – זיהוי עסקאות חוזרות בקובץ כרמ"ן

ה קישור בין רכישה קודמת לנוכחת מבוצע בכל השנים (כלומר החל מינואר 1998). כל קישור בין שתי עסקאות מבוסט על תאיימות בשדות : יישוב, גוש, חלקה ותת-חלקה,¹² פרט למקומות הבאים :

א. תת-החלוקות בדירות מיד ראשונה אין מוסדרות לעיתים קרובות, משום שהדירות בבניין טרם נרשמו באטבו. בשלב מאוחר יותר, עם הרישום בטאבו ולפni מכירתה החוזרת של הדירה, מסדרים את תת-החלוקת ומספרה יכול להשתנות יחסית למצב שරר בעת הקנייה מהקבלן. לפיכך לא ניתן להשתמש בתת-החלוקות כדי לקשר עסקאות הבאות באותו בניין. لكن ברכישות מיד ראשונה מעניקים לתת-החלוקות חשיבות משנה (פירוט בהמשך).

ב. כאשר תת-החלוקת הינה 0, לא ניתן לבצע קישור ישיר גם בדירות מיד שנייה, אותה סיבת. כדי לקשר בין שתי רכישות במקרה זה, יש לעורך התאמת לפי מאפייני הדירה : קומה ומספר חדרים.

ה שיטה המהינה ביזור לקשר בין דירות עוברת דרך התאמת בין מספר הזוחות (פיקטיבי¹³) של הקונה בעסקה אחת לבין מספר הזוחות (פיקטיבי) של המוכר בעסקה שהתבצעה יותר מאוחר.

¹¹ S&P/Case-Shiller מציבים תנאי זהה. עסקאות שפער הזמן ביניהן קצר מעוררות את החשד של לפחות אחד ממחורי העסקאות אינו משקף את מחיר השוק, או שחלו בנכס שינויים (SHIPMENTS) שמשינו את תוכנותיו בין העסקה הראשונה לשניה.

¹² דירות בבתים משותפים רשומות כתת-חלוקת.

¹³ קובץ הנתונים המתkeletal מרשות המסים מכיל מספרי זוחות פיקטיביים (כלומר מספרי זוחות אמתיים שהומרו באופן חד-חד ערכי למספרים פיקטיביים) כדי לשמור על האנווניות של הרוכשים והמורים.

במקרה של רכישות מיד ראשונה תבוצע ההתאמה עבור עסקאות בהוצאה חלקה, ובמקרה של רכישות מיד שנייה – עבור עסקאות בהוצאה תת-חלקה.

יש לשים לב לכך שברישומי כרמי'ן מופיע מספר זהות (פיקטיבי) של קונה/mourך אחד בלבד, וגם זאת רק משנת 2002. במקרה שהיה יותר מקונה/mourך אחד (למשל במקרה של בני זוג, אחים וצדומה), רק אחד מהם מופיע, נראה זה שנרשם ראשון בטופס. על כן, אם אין קישור לפי מספר זהות (פיקטיבי), יבוצע קישור עם עסקה קודמת בהוצאה תת-חלקה גם עבור רכישות מיד ראשונה, אך לא עבור עסקאות שבחן תת-חלוקת היא 0. נוסף על כך, ברכישות מיד ראשונה שבחן תפקוד הנושא הוא קופטgi' חד-משפחתי (קוד 50) או בית בודד (קוד 65), יבוצע קישור לפי מספר חלקה בלבד (ambilי להתחשב במספר תת החלוקת).

2.3. מאפייני המדגמים לאחר ניפוי התכפיות

לוח 2 מסכם את מספר התכפיות שנעפו בתקופת המדגם, המשתרעת בין ינואר 1998 ודצמבר 2012. איור 1 מציג את מספר העסקאות שזיהינו בכל חודש עסקה ראשונה ושניה בזוג. נכון למועד כתיבת המאמר, נתוני 2013 אינם שלמים ולכן אינם מוצגים. מידת הכיסוי מוגבלת: רק כ-14 אחוזים מסך העסקאות בקובץ כרמי'ן שורדות לאחר ניפוי התכפיות ומוזוגות לעסקאות אחרות. כמו כן, מתחילת המדגם ועד 2006 מספר הזוגות המופיע בכל חודש עומד על כ-800 (הסכום של העסקאות הראשונות והשניות), והחל מ-2008 – לאחר השיפור בכיסוי של קובץ כרמי'ן – מספר הזוגות גדל לכ-200. באופן טבעי, מספר העסקאות הראשונות קטן במשך הזמן ומספר העסקאות השניות גדל במשך הזמן.

איור 2 מציג את התפלגות מספר העסקאות בכל נכס בשנים 1998-2012. מהאיור עולה שכ-88 אחוזים מהעסקאות שמשתתפות במדגם התבכשו בדירות בהן זהו רק שתי עסקים, וכי פחות מ-2 אחוזים התבכשו בדירות בהן זהו ארבע או יותר עסקים. מכאן שмедиון מחירים המבוססים על רכישות חוזרות אינם כרוכים במידה כה רבה של ייצוג יתר של נכסים הנשחרים לעיתים תכופות. יזכיר כי תופעה דומה קיימת גם במידדים המבוססים על הגישה ההדונית.

איורים 3 ו-4 מציגים את מאפייני הדירות שמשתתפות במידה של מדדי המחיר על בסיס רכישות חוזרות, בהשוואה למאפייני הדירות הנכללות במדד הדוני שיחסבנו בעזרת מתודולוגיה דומה זו של הלמ"ס. בשתי הגישות יש לעסקאות התפלגות גיאוגרפית דומה (איור 3). אשר להתפלגות של גודל הדירות, בגישת הרכישות החוזרות קיים ייצוג גדול יותר לדירות קטנות (איור 4). הדבר נובע מכך שגישה זו אינה כוללת עסקאות בדירות חדשות מכיוון שהן טרם נמכרו לפחות פעם אחת נוספת, והדירות אלה גדולות יחסית. הגישה הדונית, לעומת זאת, כוללת דירות חדשות.

לוח 2: מספר העסקאות המשתפות באמידות
(ינואר 1998 עד דצמבר 2012¹)

השיעור מסה"כ (%)	סה"כ	סה"כ העסקאות
100	1,057,198	סה"כ העסקאות
26.1	275,861	סה"כ העסקאות החזירות
(100)	(163,278)	(זוגות)
24.2	255,970	עסקאות חוזירות שעומדות בקבוצת תנאים א' ²
(92.2)	(150,579)	(זוגות)
15.6	165,195	עסקאות חוזירות שעומדות בתנאים א' ו-ב' ^{2,3}
(57.4)	(93,699)	(זוגות)
14.3	151,350	סה"כ העסקאות המשותפות באמידות⁴
(51.5)	(84,134)	(זוגות)

1. נתוני העסקאות אינם מתעדכנים אחורה לאחר שחלפו 6 חודשים מהחודש השוטף, וכך הנתונים עד דצמבר 2012 הם סופיים.

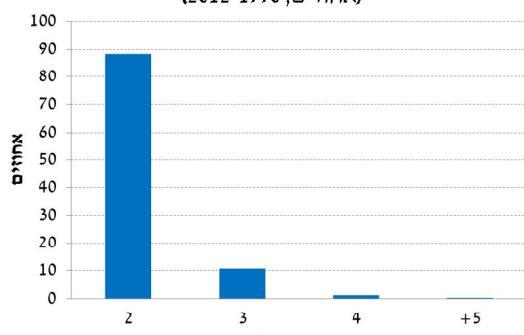
2. קבוצת התנאים א': עסקת מכר של דירה בבעלות konkנה פרטיה.

3. קבוצת התנאים ב': דיווח על העסקה תוך חצי שנה, הירחה נובנה מ-1900 ואילך, גודל הדירה 5.0-1.5 חדרים, מחיר המכירה שווה למחיר המעובד,יחס סביר בין שטח הדירה למספר החדרים, נחיר סביר למ"ר.

4. סה"כ העסקאות חוזירות שעומדות בקבוצות התנאים א' ו-ב' וכן בתנאי שבין העסקה הראשונה לשנייה החלפו לפחות 180 ימים.

איור 2: התפלגות מספר העסקאות באחתה דירה¹

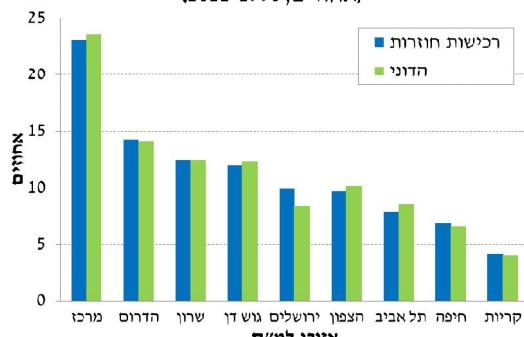
(אחוזים , 2012-1998)



המקור: רשות המסים בישראל ועיבודו המחברים.
(1) דירות שהיו בהן לפחות שתי עסקאות.

איור 4: התפלגות העסקאות לפי שיטת אמידה

(מספר החדרים)
(אחוזים , 2012-1998)



המקור: רשות המסים בישראל ועיבודו המחברים.

איור 1: מספר העסקאות המזוהות בכל חודש בעסקה ראשונה וכעסקה שנייה ומהספר הזוגות

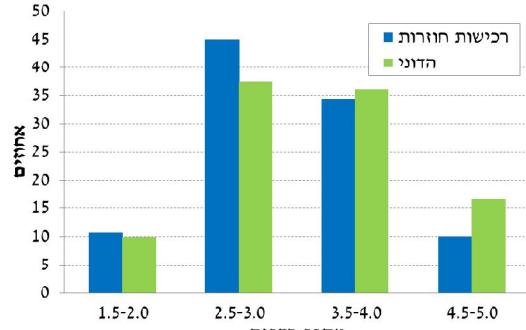
(ממוצע נס 12 חודשים , 2012-1998)



המקור: רשות המסים בישראל ועיבודו המחברים.

איור 3: התפלגות העסקאות לפי שיטת אמידה ואזרוי למ"ס

(אחוזים , 2012-1998)



המקור: רשות המסים בישראל ועיבודו המחברים.

3. חישוב מדד מחירי דירות לפי S&P/Case-Shiller

חלק זה מציג את השיטה לחישוב מדדים של מחירי דירות על בסיס מכירות חוזרות לפני המתוודולוגיה של S&P/Case-Shiller. אנו מבחינים בין חישוב המדד לתקופת מדגם ראשונית ובין חישובו באופן שוטף, כאשר מגעים נתונים חדשים. הסיבה להבנה היא שנ נתונים חדשים מתייחסים אמנים לעסקאות בהן הרכישה החוזרת של הנכס התרחשה לאחרונה, אולם יתכן שהרכישה הראשונית התרחשה לפני שנים רבות. כתוצאה לכך יש בתוצאות חדשות מידע על השנות המחרירים גם בעבר ועל כן הן יכולות לשנות את ערכי המדד בתקופות קודמות, אם כי סביר שרק במידה ניכרת מעדכנים תכופים של טירות ההיסטוריות אלו מתחילה מחישוב המדד לתקופת מדגם ראשונית, ואחרי'כ מציגים את הדרך בה מעדכנים רק את ערכי המדד האחרוניים לנוכח מידע חדש. כמו כן, תחילת מחשבים את המדד ברמה אזורית ולאחר מכן משקללים את המדדים האזוריים לכדי מדד ארצי.

סעיף 3.1 מציג את הדרכן לרכיב את הנתונים בצורה נוחה לשימוש; סעיף 3.2 מסביר את אופן החישוב של המדד לתקופת מדגם ראשונית וסעיף 3.3 מראה את השיטה לעדכן את המדד עם הגעתם של נתונים חדשים. החישובים בסעיפים אלה מתייחסים לרמה אזורית, וסעיף 3.4 מראה כיצד משקללים אותם לכדי מדד ארצי. סעיף 3.5 מתעכבר על ההבדלים בין החישוב שלנו לזה של S&P/Case-Shiller. לסיום, סעיף 3.6 מביא דוגמא הממחישה את שיטת החישוב.

3.1. השיטה לרכיב הנתונים

א. כלל

תפיפית = זוג עסקאות הקשורות בנכס ספציפי.

בנכיסים שהתבצעו בהם יותר משתי עסקאות, נניח m עסקאות ($2 < m$), יוגדרו $1-m$ זוגות: כל עסקה תיכנס לשתי תקופה, פעם כעסקה הראשונית הזוג ופעם כעסקה השנייה, למעט העסקאות הראשונית והאחרונה במדגם.

נסמן ב- P_{it} את מחיר העסקה הזוג i בתקופה t (לכל זוג יש שני מחרירים, אחד בעסקה הראשונית ואחד בשניה). נסמן ב- N את מספר הזוגות במדגם וב- T את מספר התקופות (חודשיים). נגידר את המטריצה Data שתתעד את כל זוגות המכירה במדגם. גודל המטריצה הוא $T \times N$, כלומר כל שורה מתעדת זוג עסקאות והעמודות מתייחסות לעיתוי העסקאות. האיבר בשורה i -ה ועמודה t -ה במטריצה Data יקבל את הערך P_{it} – אם העסקה הראשונית הזוג i התרחשה בתקופה t , את הערך P_{it} אם העסקה **השנייה** הזוג i התרחשה בתקופה t , ואת הערך אפס אם הזוג i לא התרחשה עסקה בתקופה t . כלומר:

$$\text{Data}_{it} = \begin{cases} -P_{it} & \text{אם העסקה הראשונית הזוג } i \text{ התרחשה בתקופה } t \\ P_{it} & \text{אם העסקה השנייה الزوج } i \text{ התרחשה בתקופה } t \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

סדר התצפויות נקבע לפי תאריך הרכישה השנייה, וכן קבלת נתונים חדשים נוספים מוסיפה שורות בתחתית המטריצה מבלי לשנות את מספר התצפויות הקודמות (למעט עדכון הנתונים בפיגור).¹⁴ נגידר גם את המטריצה Trans שתתעד את עיתוי העסקאות. האיבר בשורה i -ה ובעמודה j -ה במטריצה Trans יקבל את הערך 1 – אם העסקה הראשונה בזוג i התרחשה בתקופה j ; את הערך 0 אם העסקה השנייה בזוג i התרחשה בתקופה j ; ואת הערך אפס אם בזוג i לא התרחשה עסקה בתקופה j . כלומר:

$$Trans_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{if } Data_{it} < 0 \\ 1 & \text{if } Data_{it} > 0 \\ 0 & \text{if } Data_{it} = 0 \end{cases}$$

ניתן לחשב על המטריצות Data ו-Trans סדרות המסכמות T לכל אחת, כאשר בכל סדרה N תצפויות.

ב. ניוף מספר התצפויות

כדי לחשב את המדד לתקופה t , תזק ניוף מספר התצפויות על פוי k תקופות, נתיחס גם לעסקאות שהתרחשו במהלך $k-1$ התקופות הקודומות כאילו גם הן התרחשו בתקופה t . (במדד ההזוני של הלמ"ס $k=2$, ובמדד קיים שליר האמריקאי $k=3$.)

בהתאם לכך נגידר מחדש את המטריצות Data ו-Trans, נקרא להן $Data_k$ ו- $Trans_k$. מתחת לכל שורה במטריצה המקורית יתווסף 1- k שורות, כאשר השורה הראשונה תומסף תקופה אחת קדימה (במקום האיבר הראשון יכתב אפס והאיבר האחרון יימחק), השורה השנייה תומסף שתי תקופות קדימה (במקום שני האיברים הראשונים יכתבו שני אפסים ושני האיברים האחרונים יימחקו), השורה ה- $1-k$ תומסף $k-1$ תקופות קדימה (במקום 1- k האיברים הראשונים יכתבו 1- k אפסים ו-1- k האיברים האחרונים יימחקו).

יוצא דופן: יש לשים לב לכך שבשורות התחתונות של המטריצה Data רשומים זוגות שבהם העסקה השנייה התרחשה לאחרונה, ולכן הסטן של שורות אלה קדימה בזמן תמחק את העסקה השנייה מהמטריצה. במקרים אלה יש להוסיף שורות עד אשר העסקה השנייה בזוג תום מקום בעמודה האחוריונה של המטריצה, עמודה T .

14 חשוב לוודא שבמטריצה Data אין עמודות עם אפסים, שכן אז לא ניתן לחשב את המדד עבור תקופות אלה. מכז זה יתכן בעיקר בתחילת המודם. במקרה כזה ניתן להשמיט את העמודה הביעיתית, ואו לא לחשב המדד עבור אותה תקופה. ניתן להחמיר ולדרוש שככל עמודה (תקופה) תכלול מספר מיינימלי של עסקאות. אולם אין למחוק את העמודות בהן מספר העסקאות אינו מספק, שכן בבי הזוג של העסקאות הנ"ל נמצאים במדגם בעמודות אחרות (ניתן למחוק את העמודה הביעיתית אם במקביל מוחקים גם את השורות של העסקאות הרלוונטיות).

3.2. חישוב המדד לתקופת המדגם הראשונית

בשלב ראשון מחשבים את המדד לכל אוצר בנפרד. לאחר מכן משקללים את המדדים האזוריים לכדי מדד ארצי. תחילת יש לבחור תקופת בסיס (למשל ינואר 1998 – תחילת המדגם). נגידו:

$Y_{N \times T}$ – העמודה של תקופת הבסיס במטריצה $Data_k$ **בסיון מינוס**.

$X_{N \times T-1}$ – המטריצה $Data_k$ ללא העמודה של תקופת הבסיס.

$Z_{N \times T-1}$ – המטריצה $Trans_k$ ללא העמוד שתקופת הבסיס.

נבחן את משווות הרגסיה הבא:

$$Y = X\beta + U$$

איברי הווקטור β מודדים את (ההופכי של) שיעור השינוי הממוצע במחירים הדירות ביחס לתקופת הבסיס.

חישוב האומדן $\hat{\beta}$ מתקבל באמצעות משתני עזר (IV) תוך שימוש ב- Z כמשתנה עזר ל- X , כלומר:

$$\beta_{IV} = (Z'X)^{-1}Z'Y$$

מדד קייס שילר בכל תקופה שווה להופכי של $\lambda_{IV}^2 / \text{כפול } 100$, ובתקופת הבסיס הוא שווה 100.

הסיבה לשימוש באמידת משתני עזר היא שיתכננו טעויות מדידה שהן ספציפיות לנכס, וכתוכאה מכך ייווצר מתאים בין טעות המדידה במחיר עסקה ראשונה לבין המחיר בעסקה השנייה באותו נכס. משתנה העזר הוא משתנה דמי לעתויי העסקאות (1- לעסקה ראשונה, 1 לעסקה השנייה, ו-0 בכל נקודת זמן אחרת). משתנה זה מתואם חיובית עם סדרת המחיר (מינוס המחיר בעסקה ראשונה, המחיר בעסקה השנייה, ו-0 בכל נקודת זמן אחרת), אך הוא אינו מתואם עם טעויות המדידה של המחיר.

3.3. חישוב המדד עם הגעתם של נתונים חדשים

בשיטת החישוב שモוצגת לעיל, אומדני המדד מתעדכנים לאחר בכל חודש עם הגעתם של נתונים חדשים. כפי שהוסבר לעיל, הסיבה לכך היא שבכל חודש מתווספות תוצאות בהן העסקה השנייה התרחשה לאחרונה, ואולם העסקאות הראשונות בכל תצפית התרחשו קודם. כתוצאה לכך, בכל חודש מתקבל מידע חדש על השתנות המחירים בעבר. לדוגמה, נניח שמתקבלות שתי תוצאות חדשות: בתצפית אי העסקה השנייה התרחשה בחודש האחרון והעסקה הראשונה התרחשה ביוני 2000, בתצפית ב' העסקה השנייה התרחשה בחודש האחרון והעסקה הראשונה התרחשה בפברואר 2000. בתוצאות אלה גלום מידע על השתנות המחירים בין ינואר לפברואר 2000, וכן הוסףו למדגם תונה את ערכי המדד בעבר.

על מנת להימנע מערכו תדר של ערכי המדד בעבר, ערכיו עד דצמבר 2012 (תקופת המדגם הראשונית) חושמו, כמוואר בסעיף 3.2, בהתאם על הנתונים שהיו קיימים עד דצמבר 2013.

לאחר מכון 12 החודשים האחרונים ייאמדו מדי חודש.¹⁵ לאחר 12 חודשים מחודש ההתיעחות מכורים על המדי המתkeletal בעל נתון סופי והוא אינו מתעדכן יותר (עד להחלטה לעדכן את כל נתוני המדי בהתאם למידניות שתיקבע). בambilים אחרות, 11 האומדנים הראשונים למדד חודש ההתייחסות הם ארעים, והאומדן ה-12 הופך לנתון סופי.

לפניהם נציג את שיטת העדכון נציג כי מכיוון שבנתונים החדשניים יש מידע על השתנות המהירים גם בתקופה שבה המדי כבר נחשב לסופי, נוצרות טויות קלות באמידה של שיעורי השינוי החדשניים בתקופה זו. טויות אלה מתקבלות משך התקופה שבה המדי נחשב לסופי ו מביאות לטעות קטנה באמידה של רמת המדי. טעות זו נספגת בנקודת התפר שבין הנתונים הארעים לאלה שנחשבים לסופיים, ועל כן נוצר עיות באומדן של שיעור השינוי החודשי בדיק בchodש בו הנתון הארכי הופך לסופי. יודגש שטעות זיהה ברמת המדי, למשל מס' שיעור השינוי האחו על פני מעלה מעשר, עלולה ליצור טעות משמעותית באומדן של שיעור השינוי החודשי.

ב כדי להתגבר על בעיה זו אנו אומדים את החודשים ל-13 החודשים האחרונים, ומהם מחשבים 12 שיעורי שינוי חודשיים. הנתון לפני 13 חודשים משמש כדי לסייע את הטעות בתפר שבין המדי הקבוע למדד הארכי. ככלומר, בחלוקת (trade off) שבין דיק ברמת המדי לדיק במדד שיעור השינוי החודשי, אנו בוחרים במדד נכונה של שיעור השינוי החודשי.¹⁶ התיקון של רמת המדי יבוצע ע"י עדכון – אחת למספר שנים, בהתאם למידניות שתיקבע¹⁷ – של תקופת המדגמים הראשונית ואמידה, כמפורט בסעיף 3.2. עדכון זה יביא לפירוט סדרה חדשה של המדי מתחילה המדגמים.

העדכון החודשי מתkeletal מאמידת הרוגסיה, כמפורט בסעיף 3.2, תחת המגבלה שהמקדמים עברו T-13 החודשים הראשונים במדד הם קבועים (ז' גודל המדגם). מ-13 המקדים החדשניים אנו מחשבים את שיעור השינוי של המחיר ל-12 החודשים האחרונים במדד. מתוך אלה, ובעזרת סדרת המדי שהכרזנו עלייה בעל קבועה, אנו מחשבים את רמת המדי לשנה האחורונה. הנתון המתkeletal עבור חודש T-12 הופך מרעי קבוע.

פורמלית, העדכון החודשי מבוצע כך:

- נסמן ב- β_{fix} את מספר החודשים עבורם טרם הוכרזו נתון סופי ועוד 1 ($temp1 = 12 + 1 = 13$).
- נסמן ב- β_{fix} את וקטור המקדים (ההופכי של המדיים כפול 100) עבור החודשים בהם המדי נחישב קבוע ללא הנתון האחרון, ככלומר β_{fix} הוא באורך $T-temp1$.

¹⁵ מדד S&P/Case-Shiller מותעדן עד 24 חודשים לאחר.

¹⁶ סעיף 5.3 מציג סיכום של האופן שבו העדכון החודשי בתונם הארעים היה מותנהג בתקופה 2008–2012 לו תקופת המדגם הראשונית הייתה 1998–2007. בשיטה המוצגת כאן, גודל העדכון הממוצע לחודש נתון הולך ופוחת עם הזמן עד שהוא הופך לנתון סופי. מנגד, כאשר מותקנים בגין טויות המדייה המציגרת של רמת המדי, מתkeletal עדכון משמעותי יחסית דווקא בנקודת הזמן האחרון הארכי הופך לסופי.

¹⁷ כדי לקבל החלטה מושכלת יש לעקוב באופן שוטף אחר התפתחות הפער בין סדרת המדי הרשמית לבין תוכאות האמידה על בסיס המדגם השלים.

- נגידר את X_{fix} כמטריצה X ללא $temp1$ העמודות האחוריות, המכילה זוגות (שורות) עם עסקאות ב- $temp1$ החודשים האחורוניים (איור 5).
- נגידר את Y כוקטור Y המכיל רק זוגות (שורות) עם עסקאות ב- $temp1$ החודשים האחורוניים (איור 5).
- נגידר : $Y_{adj} \equiv Y_{temp1} - X_{fix} \times \beta_{fix}$
- נגידר את X_{adj} כמטריצה X המכילה רק את $temp1$ העמודות האחוריות ואת העסקאות (shoreot) ב- $temp1$ החודשים האחורוניים (איור 5).
- לבסוף, נגידר את Z_{adj} כמטריצה Z המכילה רק את $temp1$ העמודות האחוריות ואת העסקאות (shoreot) ב- $temp1$ החודשים האחורוניים.

כעת נחשב β -ות עברו $temp1$ החודשים האחורוניים :

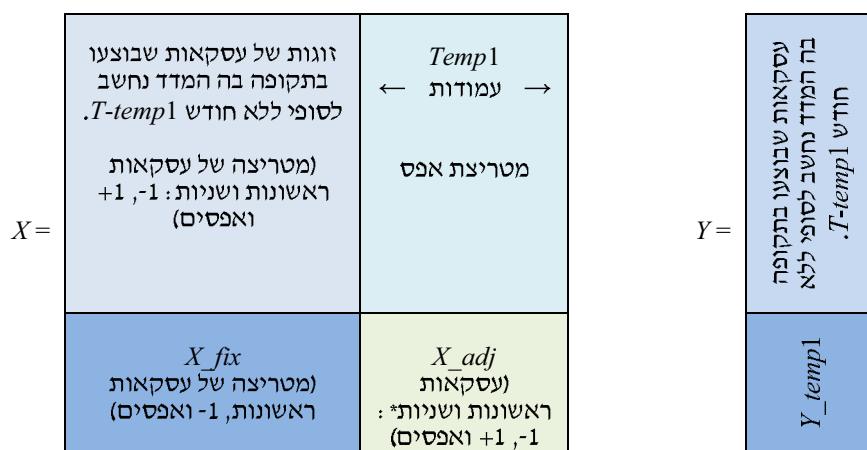
$$\beta_{IV,temp1} = (Z_{adj}' X_{adj})^{-1} Z_{adj}' Y_{adj}$$

ונחשב את המדדים עבור $temp1-1$ התקופות האחוריות באמצעות :

$$Index_t = Index_{t-1} \times \frac{\beta_{IV,temp1,t-1}}{\beta_{IV,temp1,t}} \quad \text{for } t = T - temp1 + 1, \dots, T$$

כאשר המدد לתקופה $T-temp1+1$ הופך מנתון ארעי לנตอน קבוע.

איור 5 : הגדרת המטריצות X_{adj}, X_{fix} והוקטור Y_{temp1}



* כזכור, אנו מנפים תכפיות בהן הפער בין מועד העסקה הרואהנה למועד העסקה השניה נמוך משיש המשדים. לכן, כאשר $temp1 > 6$ המטריצה X_{adj} יכולה להכיל גם עסקאות ראשונות, ובמצב זה המטריצה X_{fix} תכיל שורות אפסים.

4.3. שקלול המדדים האזוריים לכדי מדד ארצי

המדדים האזוריים מחושבים לפי אזורי הלמ"ס. סעיף זה מציג תחילת את שיטת החישוב המשמשת ליצירת מדד ארגטיבי, ולאחר מכן מתעד את הדרך לחישוב המשקלות האזוריים.

א. ארגזציה של מדדים אזוריים

נסמן ב- $V_{r,t}$ את שווי מצבת הדירות באזור למ"ס r בתקופה t . משקלו של אזור r בתקופה t , $w_{r,t}$, הוא שווי מצבת הדירות באזור r בתקופה t , מוחלך בשוויי הדירות בכל האזוריים ייחדיו:

$$w_{r,t} = \frac{V_{r,t}}{\sum_j V_{j,t}}$$

אנו מעדכנים את המשקלות אחת לשנתיים, כמפורט למטה בסעיף ב'.

נסמן ב- $Index_{r,t}$ את המדד של אזור r בתקופה t . המדדים האזוריים והמדד הארצי מקבלים את הערך 100 בתקופת הבסיס, ובכל תקופה אחרת המדד הארצי מחושב לפי הנוסחה הבאה:

$$National_Index_t = National_Index_{t-1} \times \prod_r \left(\frac{Index_{r,t}}{Index_{r,t-1}} \right)^{w_{r,t}}$$

ב. חישוב השווי של מצבת הדירות

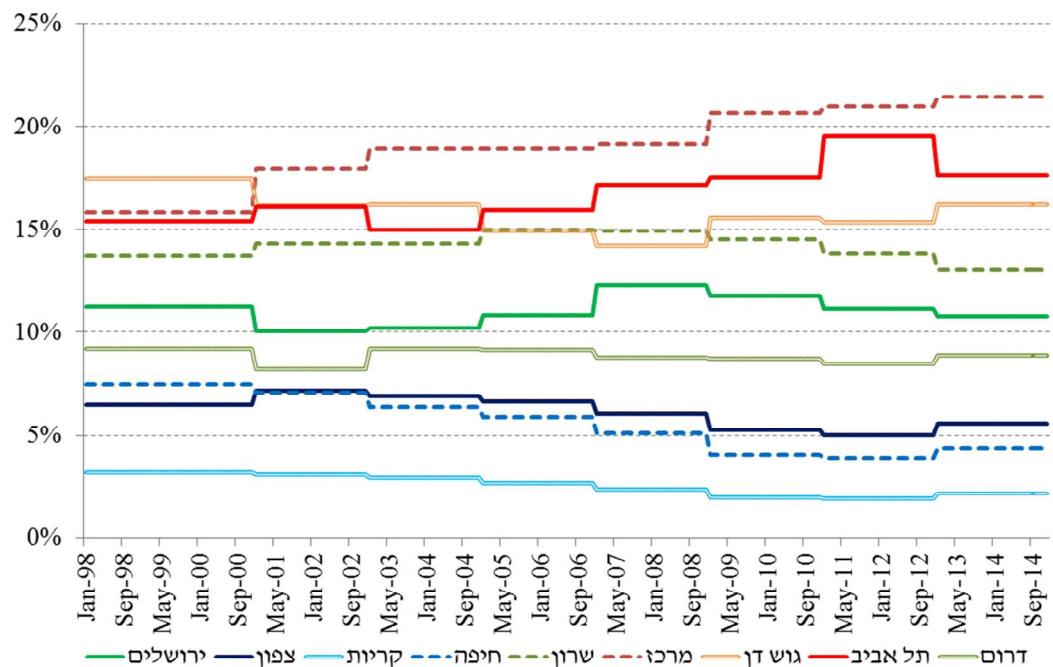
כאמור, אנו מעדכנים את המשקלות אחת לשנתיים. התקופות שעל בסיסן אנו מחשבים את המשקלות יקראו בחלק זה "תקופות הבסיס". יש להציג כי אין מדובר בתקופת הבסיס של המדד, לו קיימות תקופות בסיס אותן ערכו הוא 100, אלא בתקופות שעל בסיסן המשקלות מתעדכנים. לוח 3 מציג את תקופות הבסיס לכל קבוצת שנים.

לוח 3: תקופות הבסיס לחישוב המשקלות האזוריים

שנת הבסיס	שנת העסקה המאוחרת
1997	2000-1998
2000	2002-2001
2002	2004-2003
2004	2006-2005
2006	2008-2007
2008	2010-2009
2010	2012-2011
2012	2014-2013

השווי של ממצבת הדירות באזור הוא ממצבת הדירות באזור בתקופת הבסיס כפול השווי הממוצע של דירה באזור בתקופת הבסיס. השווי הממוצע של דירה (לדירות בניות 5.0-1.5 חדרים) בתקופת הבסיס חושב מתוך קובצי כרמי"ן. ממצבת הדירות בתקופת הבסיס מבוססת על מספר משקי הבית שהתגوروו בדירות בניות 5.0-1.5 חדרים ביישובי האזור (לפי רשימת היישובים שכלה הלמ"ס בכל אזור משנת 2011), בעת המפקד של 2008 (שנערך בסוף השנה). ממצבת הדירות חושבה מתוך קובץ המפקד¹⁸, ושורשה במספר משקי הבית בתקופת הבסיס על פי השינוי בסך האוכלוסייה בין שנת 2008 לבין שנת הבסיס, וזאת בהנחה שבין שתי התקופות שיעור השינוי של מספר משקי הבית ביישובי האזור המתגוררים בדירות בניות 5.0-1.5 חדרים דומה בקירוב לשיעור השינוי באוכלוסייה באותו יישובים. את אוכלוסיית היישובים (בסוף השנה) ניתן למצוא בקובצי היישובים שהלמ"ס פרסמה מדי שנה¹⁹ או בשנות הסטטיסטיקי. איור 6 מציג את אומדי המשקלות האזוריים.

איור 6: אומדי המשקלות האזוריים, 1998 עד 2014



3.5. ההבדלים בין שיטת החישוב שלנו לשיטת החישוב של S&P

קיים שלושה הבדלים בין שיטת החישוב שהציגו לעיל לבין הדרך ש-S&P מחשבת את מדד Case-Shiller האמריקאי – שניים מהם נוגעים לשיטת השקול והשלישי נוגע לדרך העדכון של המדד עם קבלתם של נתונים חדשים. בשיטת החישוב של S&P שני סוגים של משקלות: הראשון מתייחס לשקלול האזורי, והשני מתייחס למחיינות של תצפויות ספציפיות ומתבסס על פער הזמן שבין שתי העסקאות.

¹⁸ במפקד מקובצות דירות בניות 5 חדרים ויוטר לקובוצה אחת של גודל דירה, כך שלא ניתן להוציא דירות בניות 5 בחדרים בדוח. לפיכך נערכה התאמה על סמך סקר הוצאות משק הבית 2008, משום שבו יש זיהוי של דירות בניות 5 בחדרים בדוח.

¹⁹ http://www.cbs.gov.il/ishuvim/ishuvim_main.htm

א. שקלול אזורי

S&P מחשבים ממוצע משוקל של המדדים האזוריים כדי לקבל את המדד הארץ. שיטה זו שונה מהחישוב שלנו, שכן אנו משללים את שיעורי השינוי ולא את רמתם המוחלטת של המדדים.

ב. פער הזמן בין העסקאות

S&P מייחסים לכל תקופה משקל הולך וקטן ככל שפער הזמן בין העסקאות גדול. השקלול נכנס לאמידה דרך דריך מטריצת משקלות וחישוב אומד GLS מתאים – ראו פירוט בספח 2. באמידה שביצעו עם השקלול הניל ובלנדיו, קיבלנו תוצאות זהות כמעט; لكن, ולמען הפשטות, ויתרנו עליון.²⁰

ג. עדכון המדד

כפי שהוסבר בסעיף 3.3, בחרנו שלא לתקן את הטעות המצטברת ברמת המדד כתוצאה מקיבוע ערכיו לאחר 12 חודשים. תיקון זהה נספג בחודש העוקב לתקופה שבה מכריזים על המדד בעל סופי, וכתוצאה מכך מתקבל עיוות של הנתון החודשי בחודש זה; ביתר פירוט, טעות קטנה יחסית ברמת המדד (למשל אחד בלבד עשור) מinterpretת לטעות גדולות בשיעור השינוי החודשי (אחד אחד) בתפר בין המדד הסופי לניטויים הארעיים. בקובץ התיעוד של S&P אין התיאشيرות לנקודת זו.

3.6. דוגמא

סעיף זה ממחיש, באמצעות דוגמא פשוטה, את הדרך לאorgan את הנתונים במטריצות ולהחשב את המדד. התוצאה המתתקבלת נותנת משמעות אינטואיטיבית לממד הנazor מהאמידה. לשם הפשטות הדוגמא מניחה כי $k=1$.

נניח שברשותנו נתונים על 5 זוגות של עסקאות חוזרות במשך 3 תקופות רצופות. נסמן ב- P_{ij} את המחיר בזוג i בתקופה j . המטריצות $Data$ ו- $Trans$ נתונות ביד:

$$Data = \begin{bmatrix} -P_{11} & P_{12} & 0 \\ -P_{21} & P_{22} & 0 \\ -P_{31} & 0 & P_{33} \\ -P_{41} & 0 & P_{43} \\ 0 & -P_{52} & P_{53} \end{bmatrix}, \quad Trans = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

בהתאם להגדרות בסעיף 3.1, בדוגמה שלפנינו מתקיים כי באربעת הזוגות הראשונים העסקה הראשונה הייתה בתקופה הראשונה, ובזוג האחרון העסקה הראשונה הייתה בתקופה השנייה.

²⁰ נוסף על כך התקבלו בחלק מהאמידות האזוריות מקדים בסימן הפוך מהצפוי, כלומר המשקל גדול ככל שגדל פער הזמן בין העסקאות.

בשני הזוגות הראשונים העסקה השנייה הتبכעה בתקופה השנייה, ובשלושת הזוגות האחרונים היא הتبכעה בתקופה השלישית. התוצאות מסודרות לפי מועדי העסקאות השנייה.

כעת נבחר בתקופה 2 לתקן תקופת הבסיס. כתוצאה לכך המטריצות X, Y ו- Z נתונות בידי (ראו הגדרות בסעיף 3.2):

$$Y = \begin{bmatrix} -P_{12} \\ -P_{22} \\ 0 \\ 0 \\ P_{52} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} -P_{11} & 0 \\ -P_{21} & 0 \\ -P_{31} & P_{33} \\ -P_{41} & P_{43} \\ 0 & P_{53} \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

בהתאם להגדרות, 1. הווקטור Y הוא **מינוס העמודה השנייה** (תקופת הבסיס) של המטריצה ; 2. המטריצה X היא המטריצה Data ללא העמודה השנייה (תקופת הבסיס); 3. המטריצה Z היא המטריצה Trans ללא העמודה השנייה.

כעת נחשב את הווקטור β_{IV} באמצעות :

$$\beta_{IV} = (Z'X)^{-1}Z'Y$$

בדוגמא שלפנינו :

$$\beta_{IV,1}^{-1} = \frac{P_{11}+P_{21}+P_{31}+P_{41}}{P_{12}+P_{22}+\beta_{IV,2}(P_{33}+P_{43})}, \quad \beta_{IV,2}^{-1} = \frac{P_{33}+P_{43}+P_{53}}{\beta_{IV,1}(P_{31}+P_{41})+P_{52}}$$

כלומר המדד בתקופה 1 הוא המחיר (המוצע) של העסקאות שבוצעו בתקופה 1 יחסית למחיר (הממוצע) של העסקאות באותו נכסים בתקופת הבסיס, היא תקופה 2. יש לשים לב לכך שהעסקה השנייה בזוגות 3 ו-4 בוצעה בתקופה 3, ולכן מחיריה מנוכנים בהתאם למדד של תקופה 3 ($\beta_{IV,2}$ - האיבר השני בווקטור β_{IV}).

בדומה לכך, המדד בתקופה 3 הוא המחיר (הממוצע) של העסקאות שבוצעו בתקופה 3 יחסית למחיר (הממוצע) של העסקאות באותו נכסים בתקופת הבסיס, היא תקופה 2. יש לשים לב לכך שהעסקה הראשונה בזוגות 3 ו-4 בוצעה בתקופה 1, ולכן מחיריה מנוכנים בהתאם למדד של תקופה 1 ($\beta_{IV,1}$ - האיבר הראשון בווקטור β_{IV}).

4. חישוב מדד מחירי דירות לפי BMN

אפשר לחשב מדד מחירים על בסיס נתוני רכישות חוזרות בדרך פשוטה יותר – באמצעות רגרסיה OLS של השינוי במחיר הנכס על משתני דמי לעיתוי בו הוא נמכר. השיטה מוצגת בעבודתם של Bailey, Muth and Nourse (1963)

4.1. מתודולוגיה

נסמן ב- P_{it} את מחירו של הנכס בזוג עסקאות t בתקופה t . נניח שהיעור השינוי במחיר הנכס בין תקופה t ל- t' שווה לשיעור השינוי של רמת מחירי הנכסים הכלליות, $B_t/B_{t'}$, כפול זעוזע ספציפי לזוג העסקאות, $U_{it'}$:

$$\frac{P_{it'}}{P_{it}} = \frac{B_{t'}}{B_t} U_{it'}$$

נוציא לוג על הבסיס הטבעי משנה צדי המשווה ונקבל:

$$p_{it'} - p_{it} = b_{t'} - b_t + u_{it'}$$

כאשר האותיות הקטנות מייצגות את הלוג של המשתנים המתאימים באותוות גדולות. משווה זו עולה כי בהנחות -(1) $u_{it'}$ הוא זעוזע ספציפי לזוג העסקאות t , (2) יש לו תוחלת אפס, ו-(3) הוא אינו מתואם עם עסקאות אחרות ואינו מתואם עם עיתון, ניתן לקבל אומדן למדד המקרים מרגרסיה OLS פשוטה של השינוי של לוג המחיר, $p_{it'} - p_{it}$, על משתני דמי המקבילים את הערך 1 בתקופה t' , מועד ביצוע העסקה השנייה, ואת הערך 1 – בתקופה t , מועד ביצוע העסקה הראשונה.

ספקטיבציה זו יוצרת קו-lienarיות מושלמת בין המשתנים המסבירים, שכן הם תמיד מסתכנים לאפס. על מנת להתגבר על הבעיה, נרמל את המדד של תקופת הבסיס ל-1, ולכן $b_0 = 0$; מכאן שנייתן להשミת מהרגרסיה את משתני תקופת הבסיס. אומדני המדד הם האקספוננט של מקדמי הרגרסיה (כפול 100) :

$$BMN_t = 100 \times \exp(\hat{b}_t)$$

4.2. ארגון הנתונים

ארגון הנתונים דומה לזה שהוצע בסעיף 3.1.

נסמן ב- log_{it} את לוג מחיר העסקה בזוג i בתקופה t . נגדיר את המטריצה \log_Data , שתתעד את כל זוגות המכירה במדגם. האיבר הכללי במטריצה מוגדר בידיו:

$$\log_{it} = \begin{cases} -p_{it} & \text{אם העסקה ראשונה בזוג } i \text{ התרחשה בתקופה } t \\ p_{it} & \text{אם העסקה השנייה בזוג } i \text{ התרחשה בתקופה } t \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

לשם ניפור מספר התכפיות נגידר את המטריצה $\log_{-}Data_k$, כמפורט בסעיף 4.1.3.ב. נוסף על כך נעשה שימוש במטריצה $Trans_k$, כפי שזו הוגדרה בסעיף 4.1.3.ב.

4.3. חישוב המדד למדגם הראשוני

כדי לחשב את המדד יש לבחור תקופה תקינה בסיס (למשל ינואר 1998 – תחילת המדגם). נגידר:
 $Y_{N \times T}$ – וקטור שללוג היחס בין מחיר הרכישה השנייה למחיר הרכישה הראשונה (סכום העמודות של $\log_{-}Data_k$).

$X_{N \times T-1}$ – המטריצה $Trans_k$ ללא העמודה של תקופה הבסיס.

נבחן את משווהת הרגרסיה הבאה:

$$Y = Xb + U$$

איברי הווקטור b מודדים את שיעור השינוי הממוצע במחירים הדירות.
 חישוב האומדן ל- b מתקבל באמצעות OLS, כלומר:

$$b_{OLS} = (X'X)^{-1} X'Y$$

מדד BMN בכל תקופה שווה לאקספוננט $Sols$ כפול 100, ובתקופה הבסיס הוא שווה 100.

4.4. חישוב המדד לחודש העוקב עם הגעתם של נתונים חדשים

בשיטת החישוב שモצגת לעיל, אומדני המדד מתעדכנים לאחר כל חדש עם הגעתם של נתונים חדשים, בדומה לאומדני S&P/Case-Shiller.

העדכו החודשי מבוצע כך:

- נסמן ב- $temp1$ את מספר החודשים עברום טרם הוכרז נתון סופי ועוד 1 ($temp1=12+1=13$).
- נסמן ב- β_{fix} את וקטור המקדמים (לוג של המדד מחולק ב-100) עבור החודשים בהם המדד נחשך קבוע ללא הנתון האחרון, כלומר β_{fix} הוא באורך $T-temp1$.
- נגידר את X_fix כמטריצה X ללא $temp1$ העמודות האחרונות, המכילה זוגות (שורות) עם עסקאות ב- $temp1$ החודשים האחרונים.
- נגידר את Y_{temp1} כווקטור Y המכיל רק זוגות (שורות) עם עסקאות ב- $temp1$ החודשים האחרונים.
- נגידר: $Y_{adj} \equiv Y_{temp1} - X_{fix} \times \beta_{fix}$.
- נגידר את X_{adj} כמטריצה X המכילה רק את $temp1$ העמודות האחרונות ואת העסקאות (שורות) ב- $temp1$ החודשים האחרונים.

כעת נחשב β -ות עבור $temp1$ החודשים האחרונים :

$$b_{OLS,temp1} = (X_adj' X_adj)^{-1} X_adj' Y_adj$$

ונחשב את המדדים עבור $temp1-1$ התקופה האחוריות באמצעות :

$$Index_t = Index_{t-1} \times \exp(b_{OLS,temp1,t} - b_{OLS,temp1,t}) \quad \text{for } t = T - temp1 + 1, \dots, T$$

כאשר המدد לתקופה $T-temp1+1$ הופך מנתון אראי לקבוע.

4.5. שקלול המדדים האזוריים לכדי מדד ארצי

מדד BMN שתואר לעיל מחושב לכל אזור למ"ס בנפרד. הארגזיה של המדדים לכדי מדד ארצי מבוצעת באופן המתואר בסעיף 3.4.

4.6. דוגמא

סעיף זה ממחיש, באמצעות דוגמא פשוטה, את הדרך לארון הנתונים במטריצות ולהשאבת המדד. התוצאה המתבקשת נותרת משמעות אינטואיטיבית למדד הנגור מהאמידה. לשם הפשות הדוגמא מניחה כי $k=1$.

אנו שבים ומציגים את הנתונים ששימשו אותנו כדי להציג את שיטת קיס שילר בסעיף 3.6. המטריצות $Data$ ו- $Trans$ נתונות בידי :

$$Data = \begin{bmatrix} -P_{11} & P_{12} & 0 \\ -P_{21} & P_{22} & 0 \\ -P_{31} & 0 & P_{33} \\ -P_{41} & 0 & P_{43} \\ 0 & -P_{52} & P_{53} \end{bmatrix}, \quad Trans = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

נבחר את תקופה 2 לתפקיד תקופת הבסיס. כתוצאה מכ"ם המטריצות X ו- Y נתונות בידי (ראו הגדרות בסעיף 4.3) :

$$Y = \begin{bmatrix} p_{12} - p_{11} \\ p_{22} - p_{21} \\ p_{33} - p_{31} \\ p_{43} - p_{41} \\ p_{53} - p_{52} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

כעת הווקטור b_{OLS} מחושב באמצעות :

$$b_{OLS} = (X'X)^{-1} X'Y$$

בדוגמא של פנינו :

$$b_{OLS,1} = -\frac{\frac{n_{12}\bar{r}_{12}}{n_{13} + n_{23}} + \frac{n_{13}n_{23}}{n_{13} + n_{23}}(\bar{r}_{13} - \bar{r}_{23})}{\frac{n_{12}}{n_{12} + n_{13}} + \frac{n_{13}n_{23}}{n_{13} + n_{23}}} , \quad b_{OLS,2} = \frac{\frac{n_{12}n_{13}}{n_{12} + n_{13}}(\bar{r}_{13} - \bar{r}_{12}) + n_{23}\bar{r}_{23}}{\frac{n_{12}n_{13}}{n_{12} + n_{13}} + n_{23}}$$

כאשר \bar{r} הוא הממוצע של ההפרש הלוגריתמי (שיעור השינוי הממוצע, בקירוב) של המחיר בזוגות העסקאות בהן העסקה הראשונה התרחשה בתקופה 2 והשנייה בתקופה 1, ו- n הוא מספר הזוגות הללו, כלומר:

$$\bar{r}_{t't} = \frac{\sum_i (p_{it'} - p_{it})}{n_{t't}}$$

בנהנחות על $t=1, n=4$ שפורטו בסעיף 4.1, השינוי הממוצע של (לוג) המחיר מתקופה 2 לתקופה 3, \bar{r}_{23} הוא אומד חסר הטיה $-b_2$, אך כך גם $\bar{r}_{12} - \bar{r}_{13}$, כלומר השינוי הממוצע של המחיר מתקופה 1 לתקופה 3, בניכוי השינוי הממוצע מתקופה 1 לתקופה 2. אומדOLS הוא ממוצע משקלל של שני האומדים, ובנהנחת של שונות שווה של $t=1, n=4$, המשקלות פרופורציוניות להופכי של שונות האומדים. השקלול הזה מיטבי במובן זה שהוא מיניב אומד חסר הטיה בעל שונות מזערית.²¹

בדומה לכך, השינוי הממוצע של (לוג) המחיר מתקופה 1 לתקופה 2 (בSIGNIFICAНCE, $\bar{r}_{12} - \bar{r}_{13}$) הוא אומד חסר הטיה $-b_1$, אך וכך גם $(\bar{r}_{23} - \bar{r}_{13})$, כלומר השינוי הממוצע של המחיר מתקופה 1 לתקופה 3 בניכוי השינוי הממוצע מתקופה 2 לתקופה 3. אומדOLS הוא ממוצע משקלל של שני האומדים. סימן המינוס נובע מכך שתתקופה 1 קודמת לתקופת הבסיס. בזמןים של עליית מחירים נצפה שהאקספוננט של מקדמי הרגרסיה בתקופות שקדומות לתקופת הבסיס יהיה קטנים מ-1 ועל כן מקדמי הרגרסיה עצם יהיו שליליים.

²¹ השונות של \bar{r}_{23} היא $\sigma^2/n_{23} + \sigma^2/n_{13} + \sigma^2/n_{12}$, כאשר σ^2 היא שונות $t=1, n=4$.

5. התוצאות

חלק זה מתאר בקצרה את התוצאות של הסדרות ומציג את תוצאות האמידות.

5.1. התוצאות

תקופת האמידה הראשונית משתרעת בין ינואר 1998 לדצמבר 2012. לאחר מכן ניתן לבדוק את המדד באופן שוטף, כאשר 11 הtcpfios האחרוניות הן ארעיות, עם קבלת האומדן ה-12 לחודש שוטף מカリיזים על הנתון כל סופי. בכך לשומר על השוואת תקפה עם נתוני הלמ"ס, המדד העיקרי בו נתמך יהיה בנფוח מספר tcpfios דו-חודשי, ככלmr 2.k.

כדי לקבל אינדיקציה לשינוי המחרירים בקרה המדגם, ובפרט בחודש האחרון, חושבו מדדים עם 1.k. עם זאת, עקב מיעוט tcpfios ברמה האזורית, במיוחד בשני חודשים הדיווח הראשוניים, המדד מחושב גם ברמה הארץית (לא כולל אזורי).

לבד מהמדד הארץית חושבו שני מדדים: לפי חלוקה למרכז (תל אביב, ירושלים, גוש דן, שרונה, מרכז) ולפריפריה (צפון, חיפה, קריות חיפה, דרום); ולפי יוקר הדירות – אשכול יקר (תל אביב, ירושלים, גוש דן), אשכול בינוני (שרונה, מרכז, חיפה) ואשכול זול (צפון, קריות חיפה, דרום).

5.2. הממצאים

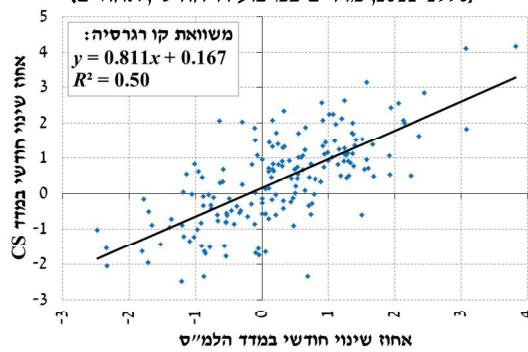
אנו משווים את התוצאות המתקבלות ממדי הרכישות החזרות לאלה של מדד מחירי הדירות של הלמ"ס, המחשב בשיטה ההדונית.²² איור 7 מציג את התוצאות עבור השנים 1998-2012. מהאיור ניכר כי מדדי הרכישות החזרות (BMN ו-CS) מאד דומים זה לזה בהтенגותם, והחל מ-2008, לאחר שהכיסוי של קובץ הכרמי"ן השתפר משמעותית, המדדים גם דומים למדד הלמ"ס.

בתדרות חודשיות קיימים מתאם בלתי מבוטל בין שיעורי השינוי של המדדים (איור 8). בין שיעורי השינוי החודשיים של מדד הלמ"ס לבין אלה של מדד CS יש מתאם של 0.70 במשך כל תקופה המדגם, ועם השינויים במדד BMN יש מתאם של 0.68. בין שיעורי השינוי החודשיים של שני מדדי הרכישות החזרות יש מתאם של 0.98.

איור 9 מציג את מדדי הרכישות החזרות עם כולל אזורי לפי מובלט הדירות (סעיף 3.4) ובלעדיו. ניתן לראות כי אין הבדל משמעותי בין צורות החישוב השונות, במיוחד בשנים האחרונות.

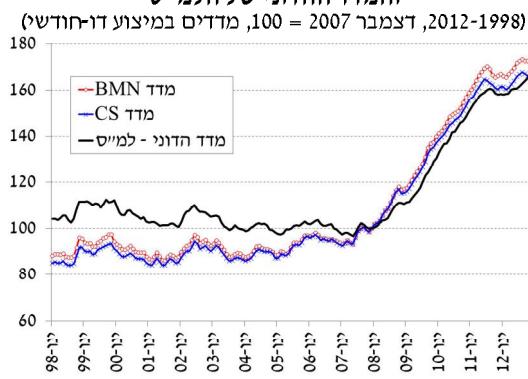
²² להרבה ראו: הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (2013), מתודולוגיה לחישוב מדד מחירי דירות ומחרירים ממוצעים וב uninimous ונתוניים, ירחוב לסטטיסטיקה של מHALIM, אוקטובר.

איור 8: שיעור השינוי החודשי במדד CS לעומת מדד החזוני של הלמ"ס
לעומת המדד החזוני של הלמ"ס
(1998-2012, מדדים במיצוע דו-חודשי, אחוזים)



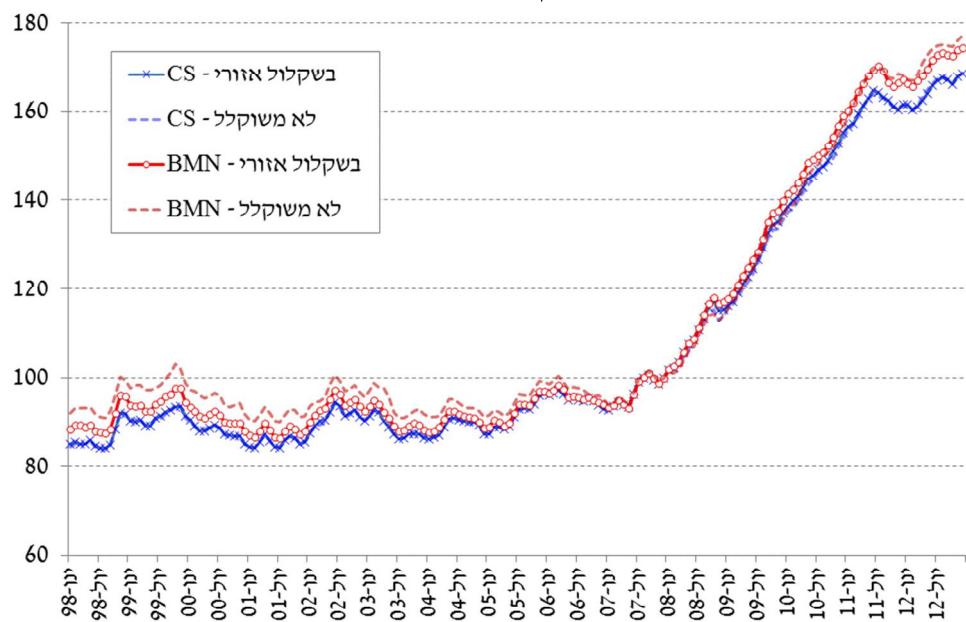
המקור: הלמ"ס, רשות המסים בישראל ועיבודי המחברים.

איור 7: מדדי הרבישות החוזרות (BMN ו-CS)
והמדד החזוני של הלמ"ס



המקור: הלמ"ס, רשות המסים בישראל ועיבודי המחברים.

איור 9: מדדי הרבישות החוזרות – השפעת השקלול האזרחי
(100 = דצמבר 2007, 2012-1998)

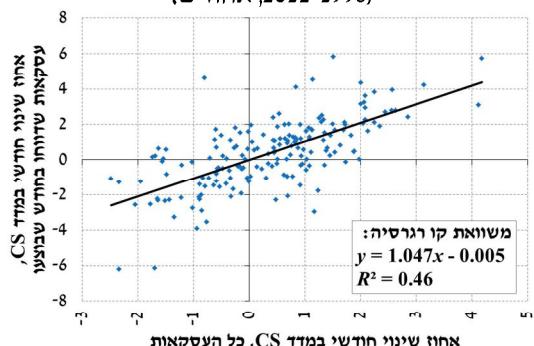


המקור: רשות המסים בישראל ועיבודי המחברים.

איורים 10 ו-11 בוחנים, עבור מדד CS, כיצד חלקיות הנתונים, עקב פיגור בדיווח, משפיעה על המדידה. איור 10 מראה בין המדד המתתקבל מנתונים המבוססים רק על זוגות של עסקאות שדווחו בחודש שבו בוצעה העסקה המאוחרת בזוג, המדד המתתקבל משימוש בעסקאות שדווחו עד חמודשים מיום ביצוע העסקה, והמדד המתתקבל משימוש בכל העסקאות (הדיווח – עד 180 ימים מביצוע העסקה). ההשוואה נועדה להעריך עד כמה האומדן הראשוניים, המבוססים על מיעוט תכיפות, משקפים את אלו שהתקבלו בסופו של דבר, כאשר המידע המלא עמד לרשותנו.²³ יש להציג כי בחודש ביצוע העסקה מדווחות רק כ-20 אחוז מהעסקאות, לאחר בחודש נוספת מדווחות במצטבר כ-70 אחוזים מהעסקאות, ולאחר 180 ימים מדווחות כל העסקאות הכלולות בחישוב המדדים. ההשוואה מצביעה על כך שלמדדים יש מגמות דומות (איור 10), אבל ברמה החודשית (איור 11) קיימים לעיתים פער בלתי מבוטל בין האומדן הראשוני לבין המדד הסופי (לאחר 180 ימים).

²³ בהקשר זה ראה בסעיף 5.3 בchnerה של התנהלות הנתונים הארעיים עד הכרזתם כסופיים.

איור 11: שיעור השינוי החודשי במדד CS, המוחשב על בסיס המדגם המלא, לעומת שיעור השינוי החודשי המוחسب על בסיס עסקאות שדוחו בחודש שבו הונבעו (1998-2012, אוחזים)



המקור: רשות המסים בישראל ועיבודו המחברים.

איור 10: מדדי CS לפי עיתוי הדיווח על העסקאות (1998-2012, דצמבר 2007 = 100)



המקור: רשות המסים בישראל ועיבודו המחברים.

איור 12 מושווה בין החישוב של מדד CS, שבמסגרתו העסקאות חייבות לעמוד בקבוצות התנאים Ai ו-Bi (בדומה למדד מחירי הדיירות של הלמ"ס), לבין חישוב חלופי, שבמסגרתו העסקאות בishiובם למ"ס וועמדות בקבוצות התנאים Ai בלבד. קבוצת התנאים Bi נועדה להבטיח שמאפייני הדירה, הכלולים באמידה ההדונית, הם סבירים. אולם במדד הרכישות החזרות בוחנים הדירה, הבדלים באמידה ההדונית, הם סבירים. אולם במדד הרכישות החזרות בוחנים עסקאות באותו נכס, ולכן אין צורך להבטיח את סבירותם של מאפייני הדירה, פרט כמפורט מהאיור עולה שני המדדים מניבים תוצאות דומות מאוד.

איור 13 מושווה בין שלושה מדדים: מדד הדוני למחירי דירות שהি�שכנו במתודולוגיה דומה זו המשמש את הלמ"ס תוך שימוש בכל התצפויות הזמניות, ומדד הדוני שחושב רק על יסוד העסקאות שמשתתפות בחישוב מדדי הרכישות החזרות (כ-14 אחוז מהעסקאות – ראו לוח 2). הבדיקה נועדה לבחון האם מתקנים הבדלים שיטתיים כתוצאה שימוש בתת-מדד של התצפויות. מהאיור עולה שאין הבדלים משמעותיים בין המדדים, בעיקר החל מ-2008.

איור 13: מדד הדוני על בסיס מדדים שונים ומדד CS (1998-2012, דצמבר 2007 = 100)



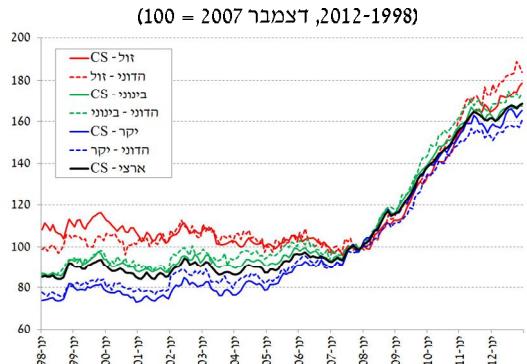
איור 12: מדד CS לפי הגדרות שונות להכללת עסקאות¹ (1998-2012, דצמבר 2007 = 100)



(1) קבוצת התנאים Ai: עסקאות מכר של דירה להגויים לאדם פרטי. קבוצת התנאים Bi: עסקאות ביישובי למ"ס בדירות בנות 5.0-1.5 חדרים, עם מאפייני דירה סבירים (שטח למינימום חדרים ועוד), ומהירות למ"ר סביר.

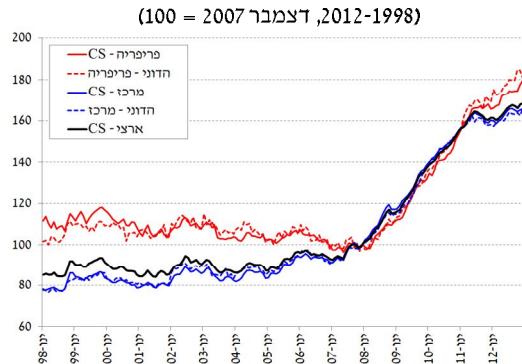
לבסוף, איורים 14 ו-15 מציגים את מדדי CS ואת המדד הדוני שהשיבו לפי חלוקות שונות של הארץ – מרכז ופריפריה – ולפי יוקר הדיירות (יקר/בינוני/זול). בכלל, ניכר כי עד 2008 נרשם בפריפריה (האזורים הזרים) קיפאון ברמת המחרירים הנומינלית, בשעה שבמרכזם הם עלו בהתמדה, אף כי בקצב מתון יחסית. מתחילת 2008 ועד אמצע 2011 המחרירים בכל חלקי הארץ עלו בקצב מהיר ובשיעור אחיד;²⁴ לאחר מכן עליית המחרירים מתמקדת בעיקר באזורי הפריפריה, בשעה שבמרכז הארץ קצב העלייה מתון יותר.

איור 14: מדדי CS ומדד הדוני מרכז הארץ ופריפריה¹
מדד הדוני בחלוקת אזורית לפי רמות מחירים²



המקור: רשות המסיםيشרואל ועיבודו המחברים.
(1) זול: אזור הלבנטין הצפוני, קריית והדרות.
בינוני: אזור הלבנטין חיפה, מרכז וחדרון.
יקר: אזור הלבנטין תל אביב, גוש דן וירושלים.

(100 = דצמבר 2007, דצמבר 2012-1998)



המקור: רשות המסיםישרואל ועיבודו המחברים.
(1) מרכז הארץ: אזור הלבנטין תל אביב, גוש דן, מרכז, השדרון
ורווחלים.
פריפריה: אזור הלבנטין הצפוני, קריית, חיפה והדרות.

5.3. עדכון התוצאות

עם קבלתם של נתונים חדשים, האומדן ל-12 החודשים האחרונים מटעדכנים בהתאם. בכך קיבל אינדיקציה למתנות הנחות הארכיעים, ערכנו סימולציה לעדכון הנתונים בהתאם למידע שהוא קיים בכל נקודת זמן. תקופת המדגם הראשונית היא ינואר 1998 עד דצמבר 2007, ובה אומדי המדדים נחשבים לסופיים. על בסיס נתונים אלה אמדנו את המדדים עבור ינואר 2008 עד דצמבר 2008, ולאחר מכן הוספנו למוגם בכל חודש נתון נוסף, בהתאם למידע שהיה קיים בו.²⁵ בכל חודש הכרזנו על הנתון הארצי ביותר בעל נתון סופי. הוספנו תוצאות עד אוקטובר 2013, בהתאם למידע שהיה זמין בעת כתיבת המאמר.

כל נתון מटעדכן 11 פעמים מאמידתו הראשונה ועד שמכരיזים עליו בעל נתון סופי. לוח 4 מציג סטטיסטיקה תיאורית של גודל העדכונות בסימולציה שביצעו.

²⁴

האצת המחרירים במרכז הארץ החלה קצר יותר מוקדם מאשר בפריפריה.

²⁵

כלומר לא כל נתוני החודש השוטף הידועים יכולים לכלול באמידה. למשל, חלק מהעסקאות שבוצעו בינואר 2009 דווחו רק באפריל 2009, ולכן זה התווסף למוגם רק באפריל, כפי שקרה במקרה.

לוח 4: סטטיסטיקה תיאורית לגודל עדכון הנתונים הארכיים (אחוזים)

		מס' התצפיות		המיניםום		המקסימום		סטטיסטיקת התקן		הממוצע		עדכון מס'
CS	BMN	CS	BMN	CS	BMN	CS	BMN	CS	BMN	CS	BMN	עדכון מס'
58	58	-0.97	-0.87	1.01	1.22	0.42	0.47	0.08	0.14	1		
58	58	-0.64	-0.92	0.52	0.47	0.27	0.28	-0.03	-0.03	2		
58	58	-0.40	-0.34	0.38	0.38	0.17	0.17	-0.03	-0.01	3		
58	58	-0.36	-0.32	0.38	0.28	0.13	0.12	0.01	0.02	4		
58	58	-0.20	-0.27	0.28	0.30	0.10	0.11	0.03	0.01	5		
58	58	-0.20	-0.23	0.34	0.20	0.08	0.08	-0.02	-0.03	6		
58	58	-0.14	-0.17	0.18	0.16	0.06	0.06	-0.01	-0.02	7		
58	58	-0.35	-0.43	0.14	0.25	0.07	0.09	-0.03	-0.02	8		
58	58	-0.15	-0.16	0.29	0.35	0.08	0.08	0.00	0.00	9		
58	58	-0.09	-0.09	0.26	0.22	0.06	0.06	0.02	0.02	10		
58	58	-0.12	-0.12	0.16	0.18	0.06	0.07	0.00	0.01	11		
<hr/>												מזהם
48	48	-0.88	-1.24	0.97	1.22	0.41	0.51	0.07	0.14	הראשון ועד		
<hr/>												לנתון הסופי

מהלך עולה שהעדכון הממוצע הוא אפסי, למעט העדכון הראשון של הנתונים, שערך הממוצע עומד על כ-0.1 נקודות אחוז. ככל הנראה, תוצאה זו נובעת מתקופת המדגם, שאופיינית בשיעור גביה של עליית מחירים, שכן סביר שעסקאות שנעשו בתחילת החודש, ועל כן דוחו ריאטיבית, יהיו במחיר מעט נמוך מהעסקאות שבוצעו בסוף החודש ודוחו מאוחר יותר.

עוד עולה מהלך שסטטיסטיקת התקן של העדכנים הולכת ופוחתת באופן מונוטוני עד העדכון השביעי, ולאחריו היא נשארת יציבה.²⁶ בפרט ניכר ששתי הקריאות הריאטיביות של הנתונים אינן מהימנות, שכן סטטיסטיקת התקן של העדכון שלثان גדולה – כ-0.4 עד 0.5 נקודות אחוז בעדכון הראשון וכ-0.3 נקודות אחוז בעדכון השני. לבסוף, נראה שהעדכון האחרון, ככלומר זה שהופך את המדי לנתון סופי, הוא קטן ובבעל סטטיסטיקת תקן הנמוכה מ-0.1 נקודות אחוז.

²⁶ כזכור, בכך ששת החודשים הראשונים מתווספות לתכיפות לחודש השוטף והן משפיעות ישירות על האומדן לחודש זה.

**נספח 1: רשימת היישובים שהלשכה המרכזית לסטטיסטיקה כוללת בחישוביה
ואזורייהם, ינואר 2011 ואילך**

האזור	קווי האזורי	היישוב	סהם היישוב	מדגמי לפני 2011
דרום	9	אופקים	0031	
מרכז	6	אור יהודה	2400	
דרום	9	אלילת	2600	1
מרכז	6	אלעד	1309	
דרום	9	אשדוד	0070	1
דרום	9	אשקלון	7100	1
דרום	9	באר שבע	9000	1
מרכז	6	בית שמש	2610	
מרכז	6	בית עילית	3780	
גוש דן	7	בני ברק	6100	1
גוש דן	7	בית ים	6200	1
מרכז	6	גבעת שמואל	0681	
גוש דן	7	גבעתיים	6300	1
דרום	9	גדרה	2550	
דרום	9	דימונה	2200	1
שרון	5	הוו השרוון	9700	1
שרון	5	הרצליה	6400	1
צפון	2	זכרון יעקב	9300	
שרון	5	חדרה	6500	1
גוש דן	7	חולון	6600	1
חיפה	4	חיפה	4000	1
צפון	2	טבריה	6700	
צפון	2	טירת הכרמל	2100	
מרכז	6	יבנה	2660	1
מרכז	6	יהוד	9400	
צפון	2	יקנעם עילית	0240	
ירושלים	1	ירושלים	3000	1
שרון	5	כפר סבא	6900	
צפון	2	כרמיאל	1139	1
מרכז	6	לוֹד	7000	
מרכז	6	מبشرת ציון	1015	
צפון	2	מגדל העמק	0874	
מרכז	6	מודיעין-מכבים-רעות	1200	
מרכז	6	מודיעין עילית	3797	
מרכז	6	מעלה אדומים	3616	
צפון	2	מעלות-תרשיחא	1063	
צפון	2	נהריה	9100	1
מרכז	6	נס ציונה	7200	
צפון	2	נצרת	7300	
צפון	2	נऋת עילית	1061	1
צפון	2	נשר	2500	
דרום	9	נתיבות	0246	
שרון	5	נתניה	7400	1
צפון	2	עכו	7600	1
צפון	2	עפולה	7700	1
דרום	9	ערד	2560	1
צפון	2	פרדס תנה-כרכור	7800	
מרכז	6	פתח תקווה	7900	1

המשך ...

אזור	קו איזור	ישוב	סמל ישוב	מזהם לפני 2011
צפון	2	צפת	8000	1
מרכז	6	קריית אונו	2620	
קריות	3	קריית אתא	6800	1
קריות	3	קריית ביאליק	9500	1
דרום	9	קריית נת	2630	1
צפון	2	קריית טבען	2300	
קריות	3	קריית ים	9600	1
קריות	3	קריית מוצקין	8200	1
דרום	9	קריית מלאכי	1034	
צפון	2	קריית שמונה	2800	
מרכז	6	ראש העין	2640	
מרכז	6	ראשון לציון	8300	1
מרכז	6	רחובות	8400	1
מרכז	6	רملה	8500	1
גוש דן	7	רמת גן	8600	1
שרון	5	רמת השרון	2650	1
שרון	5	רעננה	8700	1
דרום	9	שדרות	1031	1
תל אביב	8	תל אביב-יפו	5000	1

נספח 2: אמידת GLS

הчисובים של מדדי המכירים מבוססים על אמידת רגסיה מהצורה:

$$Y = X\beta + U$$

כאשר המטריצה X והוקטור Y מוגדרים בסעיף 3.2 עבור מדד S&P/Case-Shiller ובסעיף 4.3 עבור מדד BMN.

בשני המקרים ניתן להניח של u_i , האיבר ה- i -י בוקטור U , שני רכיבים. הרכיב הראשון נובע מסטיות מקניות ובלתי תלויות של מחיר העסקה משווי השוק של הנכס. נסמן רכיב זה ב- t_m ונניח שהוא רעש לבן המתפלג ($\sigma_m^2, N(0)$). הרכיב השני תלוי בפער הזמן שבין העסקאות והוא נובע משלינויים שמצוברים בנכס במשך הזמן. נסמן רכיב זה ב- t_h ונניח שהוא מתפלג ($\sigma_h^2, N(t', t)$, קלומר השונות שלו גדלה באוון ליתר עסוקה בין העסקה הראשונה לשנית. لكن שנות ההפרעה המקראית u_i נתונה ע"י:²⁷

$$Var(u_i) = \sigma_m^2 + (t' - t)\sigma_h^2$$

השנות של u_i משתנה, אם כן, מזוג עסקאות אחד לשני בהתאם לפער הזמן שבין העסקה הראשונה לעסקה השנית. תיקון האומדים מתבצע באמצעות אמידת GLS והוא נערכ בשלושה שלבים:

- א. אמידה ראשונית תוקן התעלומות מביעית השונות השונה.
- ב. חישוב השנות של u_i לכל תקופה, על בסיס שאריות הרגסיה משלב א'.
- ג. חוזרת על האמידה של שלב א' תוך שילול התוצאות באמצעות GLS.

שלב א': אמידה ראשונית

למדד S&P/Case-Shiller נחשב את אומד משנתה העוז ואת וקטור השאריות:

$$\hat{\beta}_{IV} = (Z'X)^{-1}Z'Y \quad \hat{U} = Y - X\hat{\beta}_{IV}$$

X, Y, Z מוגדרים בהתאם להגדרות בסעיף 3.2.

עבור מדד BMN נחسب את אומד ה-OLS ואת וקטור השאריות:

$$b_{OLS} = (X'X)^{-1}X'Y \quad \hat{U} = Y - Xb_{OLS}$$

X, Y מוגדרים בהתאם להגדרות בסעיף 4.3.

²⁷ ראו דיוון ב:

S&P Indices, May 2013. "S&P/Case-Shiller Home Price Indices, Methodology." <http://www.spindices.com/index-family/real-estate/sp-case-shiller>

וכן אצל קיס ושיילר, שמשלבים את אמידת GLS באמצעות BMN: Case, K. E., Shiller, R. J., 1987 (September/October). "Prices of Single Family Homes since 1970: New Indexes for Four Cities." *New England Economic Review*, pp. 45-56.

שלב ב': חישוב האומדנים לשוניות ההפרעות המקריות
נגדיר gap_i כמספר החודשים שעברו בין העסקה הראשונה לשניה בזוג עסקאות i .

באמצעות האומדנים לשוניות הרגرسיבית משלב א' נאמוד את הרגרסיבית הבאה :

$$\hat{u}_i^2 = \sigma_m^2 + \sigma_h^2 gap_i + v_i$$

ונגדיר :

$$\hat{\sigma}_{U_i}^2 = \hat{\sigma}_m^2 + \hat{\sigma}_h^2 gap_i$$

נרכז את השוניות במטריצה אלכסונית, $\hat{\Sigma}$:

$$\hat{\Sigma}_{ij} = \begin{cases} \hat{\sigma}_{U_i}^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

שלב ג': אמידת GLS

האומד המתוקן לממד S&P/Case-Shiller נתון ע"י :

$$\hat{\beta}_{IV-GLS} = (Z' \hat{\Sigma}^{-1} X)^{-1} Z' \hat{\Sigma}^{-1} Y = (\tilde{Z}' \tilde{X})^{-1} \tilde{Z}' \tilde{Y}$$

כאשר המשתנים שמעליהם מופיע הסימן ~ מצינים את המשתנים המקוריים, וכל שורה בהם מחולקת בסטיית התקן המתאימה, $\hat{\sigma}_{U_i}$.

האומד המתוקן לממד BMN נתון ע"י :

$$b_{OLS-GLS} = (X' \hat{\Sigma}^{-1} X)^{-1} X' \hat{\Sigma}^{-1} Y = (\tilde{X}' \tilde{X})^{-1} \tilde{X}' \tilde{Y}$$

כאשר המשתנים שמעליהם מופיע הסימן ~ מצינים את המשתנים המקוריים, וכל שורה בהם מחולקת בסטיית התקן המתאימה, $\hat{\sigma}_{U_i}$.

נספח 3: שונות האומד לשיעור השינוי החודשי

בשתי שיטות המדידה, האומד לשיעור השינוי החודשי של המחירים בחודש t הוא פונקציה של מקדמי הרגרסיה בחודשים $t-1$ ו- t , $\hat{\beta} = [\hat{\beta}_{t-1}, \hat{\beta}_t]$. כיוון ש- $f(\hat{\beta})$ היא פונקציה דטרמיניסטית, השונות של האומד שלאה נובעת מהשונות של $\hat{\beta}$, ומכיון שהיא איננה לינארית, ניתן לקבל ערך מוקרב לשונות שלאה באמצעות קירוב מסדר ראשון סביב β (ה- "Delta Method"):

$$VAR[f(\hat{\beta})] \approx \nabla f(\beta)' E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'] \nabla f(\beta)$$

כאשר $\nabla f(\cdot)$ הוא וקטור הנגורות הראשונות של $f(\cdot)$ ו- $E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)']$ הוא מטריצת השונות של $\hat{\beta}$.

באמידה של S&P/Case-Shiller, האומד לאחزو השינוי החודשי נתון ע"י:

$$f_{CS}(\hat{\beta}_{t-1}, \hat{\beta}_t) = \frac{\hat{\beta}_{t-1}}{\hat{\beta}_t} - 1$$

ואילו בשיטת BMN:

$$f_{BMN}(\hat{\beta}_{t-1}, \hat{\beta}_t) = e^{\hat{\beta}_t - \hat{\beta}_{t-1}} - 1$$

לכן אומדי השונות לשיעור השינוי החודשי ייחסו ב_amp;ם<sup>ב</sup> באמצעות:

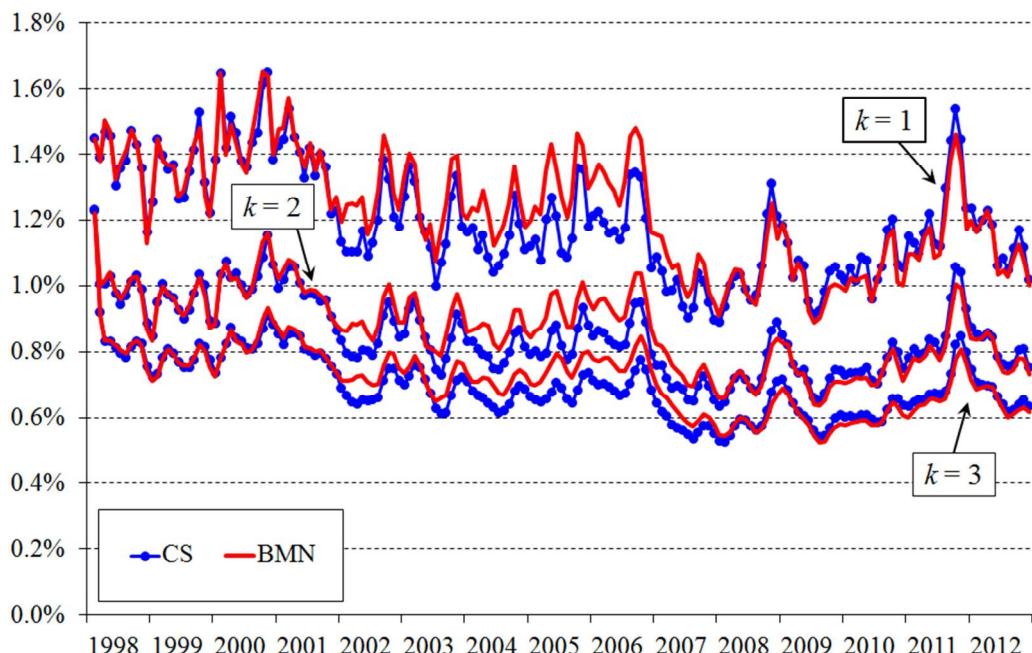
$$\hat{VAR}[f_{CS}(\hat{\beta})] \approx \begin{bmatrix} \hat{\beta}_t^{-1} & -\hat{\beta}_{t-1}\hat{\beta}_t^{-2} \\ -\hat{\beta}_{t-1}\hat{\beta}_t^{-2} & C\hat{O}V(\hat{\beta}_{t-1}, \hat{\beta}_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_t^{-1} \\ -\hat{\beta}_{t-1}\hat{\beta}_t^{-2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{VAR}[f_{BMN}(\hat{\beta})] \approx \begin{bmatrix} -e^{\hat{\beta}_t - \hat{\beta}_{t-1}} & e^{\hat{\beta}_t - \hat{\beta}_{t-1}} \\ e^{\hat{\beta}_t - \hat{\beta}_{t-1}} & C\hat{O}V(\hat{\beta}_{t-1}, \hat{\beta}_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -e^{\hat{\beta}_t - \hat{\beta}_{t-1}} \\ e^{\hat{\beta}_t - \hat{\beta}_{t-1}} \end{bmatrix}$$

אומדנים אלה ניתן לחשב רוחי סמך לשיעור השינוי החודשי. לצורך להציג שניתן לבצע את החישוב הנ"ל רק עבור המדדים האזוריים, מכיוון שעבור המדד הארץין אין ברשותנו אומדנים לשונות המשותפת של המקדים בין האזוריים השונים, שכן אלה נאמדו ברגressionות שונות. ניתן לחשב ממוצע משוקל של רוחי הסמך, אולם אין לייחס לו פרשנות של רוח סמך לשינוי הארץין במחירים. לחילופין אפשר להתייחס אל המדינה כל אזור אחד ולכלול באמידה את הנסיבות של כל האזוריים; במקרה זה ניתן לחשב רוח סמך לשינוי הארץין במחירות, אולם בעלות של אובדן המשקלות האזוריים.

איור נ-1.3 מציג את סטיית התקן הנameda של שיעור השינוי החודשי במחירים הדיורות עבור אמידות ללא שקלול אזורי, ככלומר אמידות שבוחן מתוינים אל נתוני עסקאות מכל הארץ כל נתוניים מאזור אחד. החישוב בוצע על בסיס נתונים עד סוף 2012, מפני שעלייהם היה דיווח מלא בעת כתיבת המאמר, ועבור אמידה ללא נייפוח מספר התצפיות ($k=1$) כמו גם עבור נייפוח דו-חודשי ותלת-חודשי ($k=2,3$). לוח נ-1.3 מציג את סטיית התקן הממוצעת בכל אמידה.

איור נ-1.3: אומדנים לסטיות התקן של שיעור השינוי החודשי במחירים הדיורות
(אמידות ללא נייפוח מספר תצפיות, $k=1$, ובניפוח דו-חודשי ותלת-חודשי, $k=2,3$, 1998-2012)



לוח נ-1.3: סטיית התקן הממוצעת של שיעור השינוי החודשי במחירים הדיורות, 1998-2012

S&P/CS	BMN	נייפוח של מספר התצפיות
1.20%	1.23%	$k=1$
0.85% (0.707)	0.87% (0.707)	$k=2$ $STD(k=2)/STD(k=1)$
0.70% (0.580)	0.71% (0.580)	$k=3$ $STD(k=3)/STD(k=1)$

מספר תוצאות עלות מהאמידה : (1) האומדנים לסטיות התקן בשיטת S&P/Case-Shiller דומים לאלה המתבבלים בשיטת BMN. (2) סטיית התקן קטנה ככל שמספר התצפויות גדול. מוקדם המתאים בין סטיית התקן החודשית לבין מספר העסקאות (ראשונות ושניות) באותו חודש נע בין 0.82 - 0.94-. (3) ככל שמנפחים את מספר התצפויות, למשל ככל ש- k גדול, סטיית התקן קטנה. בפרט יש לציין שבמעבר מאמידה ללא ניופח לאמידה בניופח דו-חודשי, סטיית התקן קטנה. הממוצעת במדגם יורדת בפקטור של 0.707 (בשתי שיטות האמידה); ובמעבר לאמידה בניופח תלת-חודשי, סטיית התקן הממוצעת יורדת בפקטור של 0.580. יחסית לאמידה ללא ניופח (גם כזו בשתי שיטות האמידה). התוצאות נובעות מהגידול במספר התצפויות; כאשר מספר התצפויות גדול פי 2, סטיית התקן יורדת בפקטור של $\sqrt{2} = 0.707$; וכן כאשר מספר התצפויות גדול פי 3, סטיית התקן יורדת בפקטור של $\sqrt[3]{2} = 0.577$. (4) לבסוף, יש לציין את גודלו של סטיות התקן. ללא ניופח במספר התצפויות, האומדן הממוצע של סטיית התקן עומד על כ-1.2 אחוז, ובניופוח תלת-חודשי, שמקטין את סטיית התקן, האומדן הממוצע עומד על כ-0.7 אחוז.²⁸ את אלה יש להשוות לשיעור הממוצע של העליה החודשית במחירים, שיעור שעמד על כמעט 0.4 אחוז בתקופת המדגם. אומדנים אלה מבטאים חוסר ודאות רב ביחס להשתנות החודשית של המחירים, ולכן יש להתייחס להערכת החודשית בהתאם.

²⁸ לשם השואה, גם באמידה הדונית מתקבלות סטיות התקן מאד גדולות, אף כי נוכחות מלאה המתबבלות בשיטת הרכישות החוזרות. אמידה הדונית ללא ניופח של מספר התצפויות הניבה סטיית התקן ממוצעת של כ-0.9 אחוז לעומת מדגם, לעומת 1.2 אחוז בשיטת הרכישות החוזרות. סביר להניח (אף כי הדבר לא נבדק) שבニアוף מספר התצפויות, סטיית התקן תקטן בפקטור דומה לזה שהתקבל באומדני הרכישות החוזרות.