

מחלקת המחקר



בנק ישראל

**פרמיית סיכון שער החליפין שקל-דולר
לטווח הקצר תחת ציפיות רציונליות¹**

יוסי יכין* ויואב פרידמן**

סדרת מאמרים לדיון 2004.08
יולי 2004

¹ ברצוננו להודות לפרופ' ניסן לויטן על הערותיו המועילות ולאוהד רייך על העזרה בהכנת בסיס הנתונים.

* סטודנט לדוקטורט UCLA.

** מחלקת המחקר, בנק ישראל <http://www.boi.gov.il>

הדעות המובאות במאמר זה אינן משקפות בהכרח את עמדת בנק ישראל

מחלקת המחקר, בנק ישראל ת"ד 780 ירושלים 91007
Research Department, Bank of Israel, POB 780, 91007 Jerusalem, Israel

תקציר

אנו אומדים את פרמיית סיכון שער החליפין שקל-דולר לטווח של חודש מתחילת תקופת משטר האלכסון (ינואר 1992) באמצעות ארבע שיטות שונות: (1) רגרסיה לינארית (Kalman Filter (2) (3) אמידה תחת ההנחה כי שער החליפין הוא מהלך מקרי (4) שימוש בתחזיות שער החליפין מהסקטור הפרטי. כל השיטות מתבססות על כך שניתן לפרק את פרמיית ה-forward (הפער שבין שער ה-forward ושער ה-spot העתידי) לפרמיית סיכון ולשגיאת תחזית. אנו מניחים ציפיות רציונאליות ולכן על שגיאת התחזית להתנהג כרעש לבן. אנו משתמשים, בין היתר, בדרישה זו על מנת לבחון את סבירות אומדני פרמיית הסיכון. מבחינת התנהגות האומדנים סביב אירועים כלכליים בולטים ניכר שאומדני הרגרסיה הלינארית שונים מאומדני שלוש השיטות האחרות. עם זאת, ממבחנים שערכנו לסדרות השונות על כל תקופת המדגם קשה לקבוע כי שיטה אחת עדיפה משמעותית על פני האחרות. בתקופת המדגם, (1992 עד 2003) החופפת ברובה את תקופת הדיסאינפלציה, פרמיית הסיכון נעה בתחום רחב ובממוצע עומדת על 1.7 אחוזים במונחים שנתיים.

* ברצוננו להודות לפרופ' ניסן לויטן על הערותיו המועילות ולאוהד רייך על העזרה בהכנת בסיס הנתונים.

פרמיית סיכון שער החליפין מוגדרת כפער שבין שער ה-forward והציפיות לשער ה-spot העתידי. אם השחקנים בשוק אדישים לסיכון הרי שעל פער זה להיות בממוצע אפס. סטייה עקבית בין השניים מעידה על קיומה של פרמיית סיכון.

בעבודה זו אנו אומדים את פרמיית הסיכון בשער החליפין שקל-דולר לטווח של חודש ממועד הנהגת האלכסון ברצועת הניוד (ינואר 1992). לצורך כך אנו משתמשים בארבע שיטות אמידה:

(1) גרסיה לינארית המתבססת על תנאי שיווי משקל, Kalman Filter (2) המשתמש במאפייני סדרה עתית של משתנה נצפה בכדי להסיק על התנהגות פרמיית הסיכון שאיננה נצפית ישירות מהנתונים, (3) אמידה תחת ההנחה כי שער החליפין הוא מהלך מקרי, (4) מדידה המתבססת על תחזיות שער חליפין מהסקטור הפרטי. בנספח לעבודה אנו אומדים את פרמיית הסיכון העולה מהתכנונים המוניטריים השנתיים שנערכו בבנק ישראל.

שתי הגישות הראשונות, גרסיה לינארית ו-Kalman Filter, אומדות ישירות את פרמיית הסיכון. יתרונה של הרגרסיה הלינארית הוא הפשטות שבקבלת האומדנים לפרמיית הסיכון, בעוד שחסרונה הוא ההנחה כי תיק הנכסים של המשקיעים מורכב משני נכסים בלבד. אמידת ה-Kalman Filter לעומת זאת קשה יותר ליישום אך ההנחות הכלכליות היחידות החבויות בה הן ציפיות רציונאליות וקיומו של חוסר ארביטראז'. הנחות שגם הרגרסיה הלינארית מתבססת עליהן.

שתי הגישות הנוספות, מהלך מקרי ותחזיות שע"ח, אומדות את הציפיות לפיחות וגזרות את פרמיית הסיכון מתוך הגדרתה. ההתבססות על תחזיות שע"ח מהסקטור הפרטי מודדת את פרמיית הסיכון בצורה הישירה ביותר. הבעיה בשיטה זו היא מיעוט החזאים והטווח הקצר יחסית של נתונים זמינים (החל מאפריל 2001).

תופעה ידועה בספרות היא ששער ה-forward הוא אומד מוטה לשער החליפין העתידי. אנו מוצאים כי הטיה זו קיימת גם בשער החליפין שקל-דולר במהלך העשור האחרון. שני ההסברים המקובלים ביותר לתופעה זו הם ציפיות לא רציונאליות ופרמיית סיכון המשתנה על פני זמן. בעבודה זו אנו מאמצים את ההסבר השני, כלומר באמידות השונות אנו מניחים ציפיות רציונאליות כך שהפער שבין שער ה-forward והציפיות על שער החליפין נובע מקיומה של פרמיית סיכון (כפי שהוסבר לעיל).

עם זאת יש לציין כי ההסבר הראשון, כלומר ציפיות לא רציונאליות, מקבל תמיכה במספר עבודות¹. Froot and Frankel (1989) למשל, מגיעים למסקנות המנוגדות למקובל בספרות המניחה ציפיות רציונאליות כמעט בכל פרמטר נמדד. בעבודתם הם משתמשים בתחזיות על שערי חליפין שונים המתקבלות מסקרים. לכן, מכיוון שתחזיות אלו אינן כוללות מרכיבי סיכון, הם יכולים למדוד את פרמיית הסיכון ישירות מהנתונים. Froot ו-Frankel מוצאים כי לא ניתן לדחות את ההשערה שכל ההטיה בשער ה-forward נובעת משגיאת תחזית, ודוחים את ההשערה שכל ההטיה נובעת מפרמיית סיכון. כמו כן הם אינם יכולים לדחות את ההשערה שפרמיית הסיכון קבועה על פני זמן, וזאת בניגוד למתקבל מההסבר התומך בציפיות רציונאליות.

¹ ראה למשל (1981) Bilson, (1981) Longworth, (1989) Froot and Frankel.

מממצאים אלו מסיקים החוקרים כי תנודות בשער ה-forward נובעות אחת לאחת משינויים בציפיות לפיחות, ומכיוון ששער ה-forward הינו אומדן מוטה לשער החליפין הרי שציפיות השוק אינן רציונאליות.

לשילוב שבין הנחת הרציונאליות והממצא כי שער ה-forward הוא אומדן מוטה לשער החליפין יש השלכות על התנהגות פרמיית הסיכון והציפיות לפיחות. בפרט, שילוב זה מעיד על מתאם שלילי בין השניים, ועל כך שפרמיית הסיכון תנודתית ביחס לציפיות לפיחות. אנו משתמשים בתכונות אלה על מנת לבחון את סבירות האומדנים לפרמיית הסיכון המתקבלים בגישות השונות. כמו כן אנו בוחנים האם שגיאת התחזית המתקבלת מהאמידות השונות מתנהגת כרעש לבן כנדרש משגיאת התחזית תחת ציפיות רציונאליות.

אנו מוצאים שעל בסיס קריטריונים אלה קשה לקבוע כי סדרה אחת עדיפה על פני הסדרות האחרות, אם כי קיים יתרון מסוים לסדרות ה-Kalman Filter וחזאי הסקטור הפרטי, כיוון שאומדני שגיאת התחזית המתקבלים מהם קרובים יותר בהתנהגותם לרעש לבן.

מניתוח התוצאות אנו מוצאים שעיקר ההבדל בין הסדרות מתבטא בתקופות המאופיינות באירועים חריגים. כך למשל, בסוף 1998 ותחילת 2002 אומדן פרמיית הסיכון של הרגרסיה הליניארית מצביע על התנהגות הפוכה מזו של ה-Kalman Filter, המהלך המקרי והחזאים (בחצי הראשון של 2002). שני האירועים אופיינו בפיחות חד. בשני המקרים ה-Kalman Filter מצביע על ירידה בפרמיית הסיכון ואחריה עלייה, בעוד שאומדן הרגרסיה עולה תחילה ורק אחר כך יורד.

ההבדל בפרמיית הסיכון הנאמדת בשיטות השונות נעוץ כמובן בהבדלים בשיטות האמידה. ה-Kalman Filter מאפשר שינוי, בתוך תקופת המדגם, בקשרים שבין פערי הריבית, התפתחות שער החליפין ופרמיית הסיכון. אולם, גמישות זו מהווה גם חסרון מכיוון שרעש באחד המשתנים הנמשך לאורך תקופה מסוימת יתפרש כשנוי בפרמיית הסיכון. לעומת זאת, הרגרסיה הליניארית אינה מאפשרת גמישות בקשרים בין המשתנים השונים בתוך תקופת המדגם. כתוצאה מכך "רעשים" שונים לא אמורים להשפיע על האומדן לפרמיית הסיכון בכל תקופה. במידה שבתוך תקופת המדגם אכן התרחש שינוי בקשרים בין המשתנים, ללא התערבות חיצונית, אין לרגרסיה את הגמישות הנדרשת ולכן אומדני הרגרסיה ייפגעו.

בדיעבד, התשובה לשאלה מה הייתה פרמיית הסיכון באפיזודות השונות תלויה בפרשנות הניתנת לאירועים שהתרחשו. ככלל, במידה והפיחותים היו צפויים הרי שפרמיית הסיכון הייתה נמוכה, אך אם הפיחותים נתפסים כהפתעה הרי שפרמיית הסיכון גבוהה יותר.

המשך העבודה מאורגן כדלקמן: בסעיף 2 של העבודה אנו מגדירים את המשתנים הרלוונטיים לאמידת פרמיית הסיכון ואת הקשרים ביניהם. סעיף 3 מציג ממצאים אמפיריים בדבר ההטיה שבשער ה-forward. סעיפים 4-7 מציגים את שיטות האמידה השונות. סעיף 8 מציג את התוצאות ומשווה בין האומדנים השונים. סעיף 9 דן בממצאים ו-10 מסכם.

2 מתודולוגיה

בחלק זה אנו מציגים תנאי חוסר ארביטראז' הקושר את שער ה-forward לשער החליפין (spot) ופערי הריבית. כמו כן אנו מגדירים את פרמיית ה-forward ואת פרמיית הסיכון של שער החליפין. המשך העבודה מבוסס על הגדרות אלו, והן עקביות עם ההגדרות המקובלות בספרות².

2.1 תנאי חוסר ארביטראז'

בפני משקיע, העומד בתקופה t , הרוצה להבטיח קבלת יחידה אחת של מטבע חוץ בתקופה $t+1$, עומדות שתי אפשרויות. האחת, לחתום על עסקת forward ולשלם בעתיד F_t (שער ה-forward) יחידות של המטבע המקומי. במונחי זמן t העלות היא $F_t/(1+i_t)$, כאשר i_t הוא שיעור הריבית המקומית. מנגד, בהינתן הריבית בחו"ל, i_t^* , ניתן לקנות היום $1/(1+i_t^*)$ יחידות של מטבע חוץ ולהפקידן בחו"ל. העלות של עסקה זו במונחי המטבע המקומי בזמן t היא $S_t/(1+i_t^*)$, כאשר S_t הוא שער החליפין (שער ה-spot). כיוון ששתי העסקות מניבות את אותו תקבול עתידי, תחת ההנחה שאין עלויות עיסקה, תנאי חוסר ארביטראז' מחייב:

$$(2.1) \quad \frac{F_t}{1+i_t} = \frac{S_t}{1+i_t^*}$$

לאחר הוצאת לוג וקירוב לינארי מתקבל:

$$(2.2) \quad f_t - s_t = i_t - i_t^*$$

כאשר:

$$f_t - \ln(F_t) \text{ - לוג שער ה-forward בזמן } t \text{ ביחס לשער החליפין בתקופה } t+1$$

$$s_{t+1} - \ln(S_{t+1}) \text{ - לוג שער החליפין (שער ה-spot) בזמן } t+1$$

משוואה (2.2) ידועה בספרות כ-CIP) Covered Interest Parity).

2.2 פרמיית סיכון שער החליפין

פרמיית סיכון שער החליפין מוגדרת כתשואה העודפת הנגזרת משער ה-forward לעומת הציפיות לשער ה-spot העתידי:

$$(2.3) \quad \rho_t \equiv f_t - E_t^m(s_{t+1})$$

כאשר:

$$\rho_t \text{ - פרמיית סיכון שער החליפין בין תקופה } t \text{ לבין } t+1$$

$$E_t^m(\cdot) \text{ - ציפיות השוק בזמן } t.$$

² ראה לדוגמה (1984) Fama, (1996) Engel, (1986) Hodrick and Srivastava ועוד.

כיוון שהמשתנה היחיד ב-(2.3) אותו ניתן לצפות הוא שער ה-forward לא ניתן למדוד את פרמיית הסיכון ישירות מהנתונים. אנו נניח כי ציפיות השוק רציונאליות ולכן שוות לתוחלת שער החליפין, כלומר:

$$(2.4) \quad E_t^m(s_{t+1}) = E_t(s_{t+1})$$

משימוש בתנאי חוסר ארביטרז', משוואה (2.2), ניתן להציג את פרמיית הסיכון כהפרש שבין פער הריביות והפיחות הצפוי:

$$(2.5) \quad \rho_t = i_t - i_t^* - [E_t(s_{t+1}) - s_t]$$

נדגיש, כי פרמיית הסיכון על פי הגדרתה מתייחסת ליחידת זמן מסוימת ואין סיבה לחשוב שפרמיות הסיכון ליום, לחודש ולשנה, למשל, תהיינה שוות.

מעבר להגדרה המתמטית של פרמיית הסיכון המופיעה במשוואות (2.3) ו-(2.5), נשאלת השאלה מה היא משקפת במובן הכלכלי. המשמעות הפשוטה של פרמיית סיכון היא תשואה עודפת של נכס מסוכן ביחס לנכס חסר סיכון. במקרה כזה לא תהיה משמעות לפרמיית סיכון שלילית. משמעות מרחיבה יותר יכולה להיות תשואה עודפת של נכס מסוכן אחד ביחס לנכס מסוכן אחר. במקרה כזה שינויים בפרמיית הסיכון ישקפו שינויים בסיכון היחסי בין שני הנכסים. הגדרת פרמיית הסיכון, משוואה (2.3), לא מונעת את קיומה של פרמיית סיכון שלילית, ולכן בעבודה זו אנו מאמצים את המשמעות המרחיבה.

2.3 פרמיית ה-forward

פרמיית ה-forward (fp), מוגדרת כתשואה העודפת של שער ה-forward ביחס לשער ה-spot העתידי:

$$(2.6) \quad fp_{t+1} \equiv f_t - s_{t+1}$$

ממשוואות (2.3), (2.4) ו-(2.6) מתקבל:

$$(2.7) \quad fp_{t+1} = \rho_t + \varepsilon_{t+1}$$

כאשר:

$$(2.8) \quad \varepsilon_{t+1} = E_t(s_{t+1}) - s_{t+1}$$

כלומר, ניתן לפרק את פרמיית ה-forward לפרמיית סיכון שער החליפין ולשגיאת התחזית. תחת ההנחה של ציפיות רציונאליות, הרי שלשגיאת התחזית, ε_{t+1} , חייבת להיות תוחלת אפס והיא אינה מתואמת עם משתנים הידועים בזמן t .

כמו כן, ממשוואות (2.2) ו-(2.6) ניתן לבטא את פרמיית ה-forward גם כהפרש שבין פער הריביות והפיחות בשער החליפין:

$$(2.9) \quad fp_{t+1} = i_t - i_t^* - (s_{t+1} - s_t)$$

בהעדר נתונים על שער ה-forward, לצרכי האמידה, נשתמש במשוואה (2.9) בכדי למדוד את פרמיית ה-forward.

היחס שבין פרמיית הסיכון והציפיות לפיחות - ממצאים אמפיריים

מפיתוח פרמיית ה-forward, משוואה (2.7), עולה כי תוצר לוואי של אמידת פרמיית הסיכון הוא אומדן לשגיאת התחזית. לכן לאחר אמידת פרמיית הסיכון ניתן יהיה להעריך בדיעבד מה היו הציפיות לפיחות, ומכאן שנוכל לעמוד גם על הקשר שבין השניים.

Fama (1984) בחן את התנהגות שער ה-forward ביחס לשערי חליפין שונים. הוא התעניין בשאלה האם ניתן לראות בשער ה-forward אומדן חסר הטיה לשער החליפין העתידי. לשם כך נבחנה הרגרסיה הבאה:

$$(3.1) \quad s_{t+1} - s_t = \alpha + \beta(f_t - s_t) + u_{t+1}$$

מהתוצאות ש-Fama קיבל הוא הסיק כי לא זו בלבד שהאומדן מוטה ($\beta \neq 1$), אלא שבמקרים רבים המתאם בין הפיחות בפועל והפיחות הנגזר משער ה-forward שלילי, כלומר $\beta < 0$. תוצאה זו קיבלה ביסוס במחקרים אמפיריים רבים על תקופות זמן ושערי חליפין שונים. Froot (1990) מצוין כי הערך הממוצע של β ב-75 אומדנים שהתפרסמו עומד על -0.88, רק חלק קטן מהם חיובי, ואף לא אחד מהם גדול מ-1. Fama הסיק כי תחת הנחה של ציפיות רציונאליות המתאם בין פרמיית הסיכון והציפיות לפיחות חייב להיות שלילי וכן על שונות פרמיית הסיכון להיות גדולה משונות הציפיות לפיחות.

מכיוון שאין בידינו נתונים על שער ה-forward שקל-דולר בישראל לתקופה שלפני שנת 2002³ הצבנו במשוואה (3.1) את הפרשי הריביות $i_t - i_t^*$ במקום הפער $f_t - s_t$, על פי משוואה (2.2)⁴. והרצנו את הרגרסיה הבאה:

$$(3.2) \quad s_{t+1} - s_t = \alpha + \beta(i_t - i_t^*) + u_{t+1}$$

כאשר, $s_{t+1} - s_t$ הוא הפיחות בשער החליפין שקל-דולר במשך חודש, i_t היא תשואת מק"מ לחודש, ו- i_t^* היא ריבית הליביד לחודש על הדולר. את הרגרסיה הרצנו על תקופות משתנות בין ינואר 1992 (תחילת תקופת משטר האלכסון) ועד יולי 2003. תוצאות האמידה מוצגות בטבלה 3.1 ובדיאגרמה 3.1.

טבלה 3.1: תוצאות אמידת משוואה (3.2)

Coefficient	Estimate	STD.	T-Stat.	Prob.
α	0.085	0.059	1.5	0.064
β	-0.35	0.74	-0.47	0.15
$R^2 = 0.002$		$H_0 : \beta = 1$	1.8	0.036

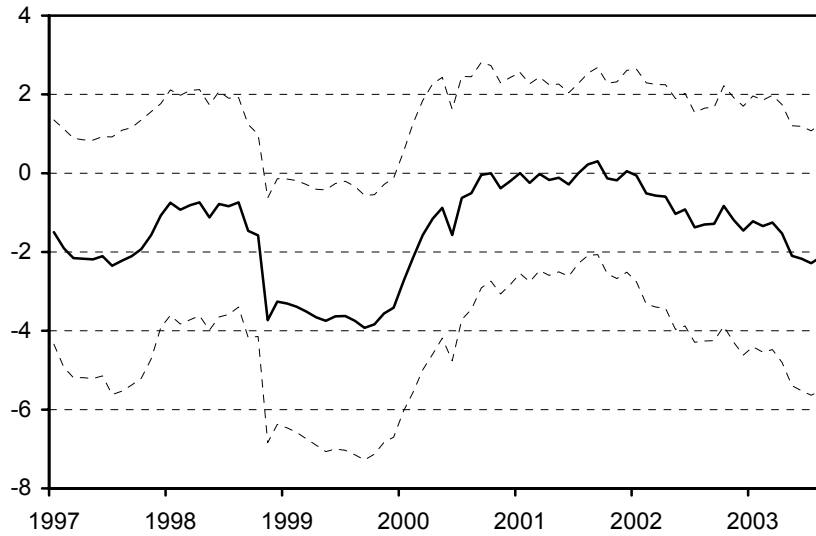
נתונים חודשיים ינואר 1992 ועד יולי 2003, 139 תצפיות.

³ החל מנובמבר 2001 ניתן לחשב את עקום ה-forward מתוך עסקאות מעבר לדלפק בבנקים המסחריים. לאופן החישוב ראה הכת (2002).

⁴ להשוואה בין התשואה השיקלית בפועל לתשואה הנגזרת מעקום הפורוורד ראה הכת ולרקין (2003).

דיאגרמה 3.1: האומד ל- β ב"רגרסיה מתגלגלת" ($\beta \pm 2 \cdot std$)

$$s_{t+1} - s_t = \alpha + \beta(i_t - i_t^*) + u_{t+1} \text{ : רגרסיה}$$



* כל נקודה בגרף מתארת אומד ל- β ברגרסיה על פני 5 שנים.

טבלה 3.1 מראה כי המקדם של פער הריביות ברגרסיה, β , שונה באופן מובהק מ-1, והאומדן הנקודתי אף שלילי (אם כי אינו שונה באופן מובהק מאפס). דיאגרמה 3.1 מציגה את תוצאות הרגרסיה לתקופות זמן משתנות של חמש שנים כל אחת, וממנה ניתן לראות כי התוצאה המתקבלת היא חזקה ואינה תלויה בבחירת המדגם⁵. שטיין (2002) מציג רגרסיה דומה לתקופה שבין 1995 ל-2001 כשהמקדם המתקבל אצלו עבור פערי הריבית גם כן קטן מ-1 אך חיובי⁶.

התופעה עליה הצביע Fama אינה פוסחת אם כן על שער החליפין שקל-דולר. תחת הנחה של ציפיות רציונאליות, תוצאה זו מלמדת על פרמיית סיכון תנודתית יחסית לתוחלת הציפיות לפיחות וכן על מתאם שלילי בינה ובין הפיחות הצפוי. בכדי לראות זאת יש לשים לב כי משימוש ב-(2.2):

$$(3.3) \quad P \lim \hat{\beta} = \beta = \frac{Cov(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t)}{Var(f_t - s_t)}$$

כלומר שהסימן של β נקבע על ידי השונות המשותפת בין הפיחות ובין $f_t - s_t$. אם נוסף ונחסיר $E_t(s_{t+1})$ בתוך השונות המשותפת, נשתמש בהגדרה של פרמיית הסיכון, משוואה (2.3), ונניח ציפיות רציונאליות, נקבל:

$$Cov(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t) = Cov[E_t(s_{t+1}) - s_t + \varepsilon_{t+1}, \rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t]$$

כאשר ε_{t+1} הוא שגיאת התחזית. שגיאה זו אינה מתואמת עם מידע הקיים בזמן t , לכן:

$$(3.4) \quad Cov(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t) = Cov[E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t]$$

⁵ לפחות מאז החל משטר האלכסון.

⁶ יחידת הזמן אצל שטיין (2002) שונה. כמו כן, מפאת מגבלת נתונים, שטיין בחר להריץ את הרגרסיות תוך קיום מתאם סידרתי מובנה של המשתנה המוסבר.

נפתח את השונוות המשותפת :

$$\text{Cov}(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t) = \text{Var}[E_t(s_{t+1}) - s_t] + \text{Cov}[E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t]$$

אך מ-(3.3) $\beta \leq 0$ משמעותו, $\text{Cov}(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t) \leq 0$, לכן :

$$(3.5) \quad \text{Var}[E_t(s_{t+1}) - s_t] + \text{Cov}[E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t] \leq 0$$

מכיוון ששער החליפין הוא משתנה מקרי שונות שגיאת התחזית חייבת להיות חיובית ועל המתאם בין פרמיית הסיכון והפיחות הצפוי להיות שלילי. אינטואיטיבית, Hodrick and Srivastava (1986) מסבירים את המתאם השלילי בכך שפרמיית הסיכון מוגדרת במונחי תשואה דולרית. נצפה כי כאשר חלה עליה בפיחות הצפוי תגדל גם התשואה הנומינלית השקלית. כעת יש לשים לב כי ניתן לקבל תשואה שקלית ממכירת שקלים ב-forward וקנייתם חזרה ב-spot, תשואה זו היא $s_{t+1} - f_t$, ותוחלת התשואה היא $-\rho_t$. כאשר הפיחות הצפוי עולה, עולה גם התשואה השקלית, או במילים אחרות פרמיית הסיכון, ρ_t , יורדת.

התוצאה השנייה המתקבלת מההטיה שבשער ה-forward היא שעבור $\beta \leq 1/2$ שונות פרמיית הסיכון גדולה או שווה לשונות התחזית לפיחות. בכדי לראות זאת נשתמש ב-(3.3) ו-(3.4) :

$$(3.6) \quad \beta = \frac{\text{Cov}(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t)}{\text{Var}(f_t - s_t)} = \frac{\text{Cov}(E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t)}{\text{Var}(f_t - s_t)} \leq \frac{1}{2}$$

$$(3.7) \quad 2\text{Cov}(E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t) \leq \text{Var}(\rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t) \quad \text{לכן :}$$

מפיתוח השונוות והשונוות המשותפת :

$$\text{Cov}(E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t) = \text{Var}(E_t(s_{t+1}) - s_t) + \text{Cov}(E_t(s_{t+1}) - s_t, \rho_t)$$

$$\text{Var}(\rho_t + E_t(s_{t+1}) - s_t) = \text{Var}(\rho_t) + \text{Var}(E_t(s_{t+1}) - s_t) + 2\text{Cov}(\rho_t, E_t(s_{t+1}) - s_t)$$

נציב ב-(3.7) ונקבל :

$$(3.8) \quad \text{Var}(\rho_t) \geq \text{Var}[E_t(s_{t+1}) - s_t]$$

כלומר, שונות פרמיית הסיכון גדולה משונוות הפיחות הצפוי (אין מדובר בשונוות הפיחות בפועל). החשיבות של ממצא זה היא בכך שפרמיית הסיכון מהווה מרכיב משמעותי בקביעת שער ה-forward. כלומר, שינויים ב-forward (ולכן גם בפער הריביות) נובעים בעיקר מסיכון ולא מציפיות על השתנות שער החליפין בעתיד.

4 אמידת פרמיית הסיכון באמצעות רגרסיה לינארית

בגישה זו נחשב את פרמיית הסיכון לטווח קצר כפי שהיא נגזרת ממשוואה (2.7) בהנחה שבפני משקיע עומדים שני נכסים: השקעה בדולר כנכס חסר סיכון והשקעה בשקלים לא צמודים כנכס מסוכן. התייחסותנו לאפשרות השקעה בשני נכסים בלבד כשההשקעה במטבע חוץ היא חסרת סיכון כמובן שמפשטת מאוד את המציאות אך מטרתה לאפשר חישוב אומדן לפרמיית סיכון משתנה על פני זמן. מאחורי בחירת הדולר כנכס הבטוח עומד ההיגיון הבא :

1. בישראל יש מנגנון הצמדה לא פורמלי למטבע חוץ שיוצר קשר הדוק בין מדד המחירים לצרכן ושער החליפין של השקל ביחס לדולר. בראייה היסטורית של 10 השנים האחרונות היחס בין

השינוי בשער החליפין והשינוי במדד המחירים לצרכן נע סביב 0.9. בהנחה שהצמדת ההשקעה למדד המחירים לצרכן היא חסרת סיכון השקעה בדולר מאפשרת השקעה עם קורלציה חזקה למדד המחירים לצרכן. נציין כי בטווח הקצר הקשר בין מדד המחירים לצרכן פחות הדוק כשהתמסורת בין שער החליפין ומדד המחירים לצרכן המתקבלת מרגרסיות שונות עומדת על כ-0.3 עד 0.5⁷.

2. באופן מעשי אין השקעה בטוחה הצמודה למדד המחירים לצרכן לטווח קצר. משקל היבוא הגבוה בתוצר - מעל 40% - מצביע על ההשפעה החזקה שיש לשער החליפין על מחירי התפוקה ומכאן הביטוח (החלקי אמנם) שהוא נותן.

להלן פיתוח שהוצג על ידי Dornbusch (1983) לפרמיית סיכון כאשר בפני משקיע עומדים שני נכסים: נכס חסר סיכון ונכס מסוכן. הנכס לגביו התשואה ידועה הוא הדולר ואילו התשואה הדולרית על ההשקעה בשקלים אינה בטוחה ותלויה בשער החליפין בתום התקופה. נניח כי לפרט תועלת שהיא פונקציה של התוחלת והשונות של הרכוש שלו בדולרים בסוף התקופה:

$$(4.3) \quad U = U(\bar{w}_{t+1}, \sigma_{w_{t+1}}^2)$$

כאשר \bar{w}_{t+1} ו- $\sigma_{w_{t+1}}^2$ הם התוחלת ושונות הרכוש של הפר בדולרים בתקופה $t+1$. פרט j בעל רכוש $w_{t,j}$ בתקופה t המשקיע פרופורציה x מרכושו בשקלים ו- $(1-x)$ בדולרים יהנה בתקופה $t+1$ מרכוש (בדולרים) בסך:

$$(4.1) \quad w_{t+1,j} = x_j \cdot w_{t,j} \cdot (1+i_t) \cdot \frac{S_t}{S_{t+1}} + (1-x_j) \cdot w_{t,j} \cdot (1+i_t^*)$$

ובקירוב:

$$(4.2) \quad w_{t+1,j} = x_j \cdot w_{t,j} \cdot (1+i_t) + x_j \cdot w_{t,j} \cdot (s_t - s_{t+1}) + (1-x_j) \cdot w_{t,j} \cdot (1+i_t^*)$$

כאשר התוחלת והשונות של הפרט בתקופה $t+1$ נתונה על ידי:

$$(4.4) \quad \bar{w}_{t+1,j} = x_j \cdot w_{t,j} \cdot (1+i_t) + x_j \cdot w_{t,j} \cdot (s_t - E(s_{t+1})) + (1-x_j) \cdot w_{t,j} \cdot (1+i_t^*)$$

$$\sigma_{w_{t+1}}^2 = x_j^2 \cdot w_{t,j}^2 \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2$$

ו- $\sigma_{\Delta s_{t+1}}^2$ היא שונות שגיאת התחזית של שער החליפין⁸.

מקסימיזציה של התועלת בהינתן משוואות (4.3) ו- (4.4) נותנת את הפרופורציה האופטימלית להשקעה בנכס השיקלי:

$$(4.5) \quad x_j = \frac{(i_t - i_t^* + s_t - E(s_{t+1}))}{\Theta_j \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2}$$

⁷ ראה למשל (Leiderman and Bar-Or (2000).

⁸ בזמן t , שונות השינוי בשער החליפין שווה לשונות שגיאת התחזית של שער החליפין.

כאשר Θ היא מקדם שנאת הסיכון של הפרט :

$$(4.6) \quad \Theta_j \equiv -2 \cdot \frac{U_{2,j} \cdot W_{t,j}}{U_{1,j}}$$

שיווי המשקל מתקבל על ידי אגרגציה של הביקוש וההיצע בשוק השיקלי, שהרי היצע הנכסים במטבע חוץ בריבית i^* הוא בלתי מוגבל. נסמן ב- B את היצע הנכסים השיקליים וב- W את סך הנכסים שבידי הציבור (להשקעה בטווח הקצר). תנאי שיווי משקל יהיה אם כן :

$$(4.7) \quad \frac{(\hat{i}_t - i_t^* + s_t - E(s_{t+1}))}{\Theta \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}} \cdot W_t = B_t$$

כאשר :

$$(4.8) \quad \Theta \equiv \sum \frac{\Theta_j}{w_{t,j} / W_t}$$

הצבה של משוואה (2.5) המקשרת בין פרמיית הסיכון ופערי הריבית במשוואה (4.7) נותנת לנו את פרמיית הסיכון כפונקציה של שונות שער החליפין, משקל הנכסים הלא צמודים בתיק הנכסים לטווח קצר ושנאת הסיכון המשוקללת של הפרטים :

$$(4.9) \quad \rho_t = \Theta \cdot \frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2$$

אם נניח כי מקדם שנאת הסיכון המשוקלל באוכלוסיה קבוע הרי שמשוואה (4.9) צופה כי פרמיית הסיכון תהיה פרופורציונית לשונות שגיאת התחזית של שער החליפין מוכפל ביחס של הנכסים השיקליים לטווח קצר בסך הנכסים לטווח קצר שבידי הציבור. הצבה של משוואה (2.7) המקשרת בין פרמיית הסיכון, פרמיית הפורוורד ושגיאת התחזית נותנת :

$$(4.10) \quad fp_{t+1} = \beta \cdot \frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2 + \varepsilon_{t+1}$$

כאשר ε_{t+1} היא שגיאת התחזית. תחת ציפיות רציונליות ε_{t+1} הוא רעש לבן ולכן ניתן לאמוד את משוואה (4.10) ברגרסיה פשוטה של ריבועים פחותים כשהאומדן לפרמיית הסיכון הוא :

$$(4.11) \quad \hat{\rho} = \hat{\beta} \cdot \frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2$$

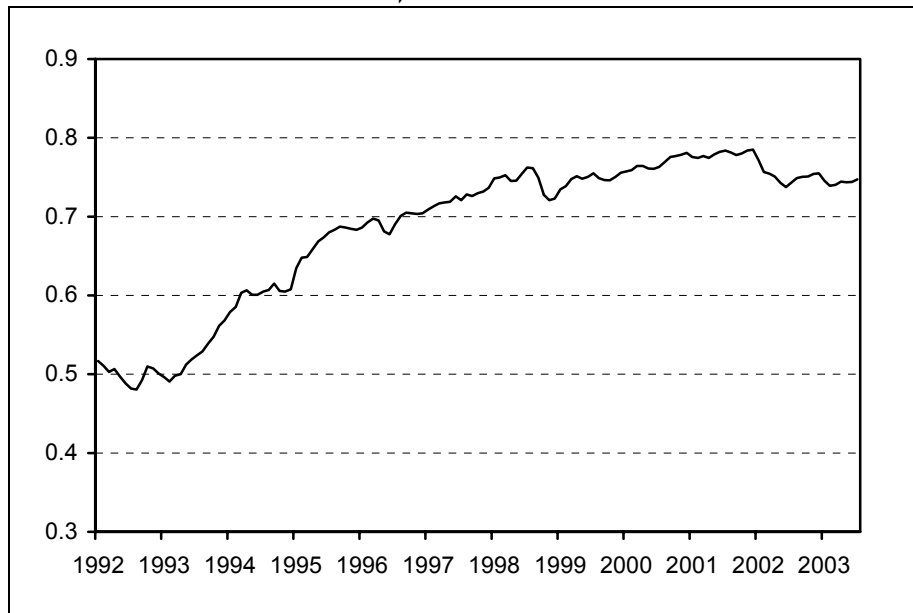
אמידת הרגרסיה

נתוני פרמיית ה-forward בהם השתמשנו לאמידת הרגרסיה הם אלו שהשתמשנו לאמידת הרגרסיה של Fama בסעיף 3. משתנה שונות שגיאת התחזית של שער השקל-דולר יוצג לחלופין על ידי אחת משתי הסדרות הבאות :

1. שונות השינוי ההיסטורי בשער החליפין - לכל חודש השתמשנו בשונות השינוי בשער החליפין בחודש הקודם.

2. השונות הגלומה במחירי אופציות call - סדרה זו נבנתה על סמך מחירי אופציות על שער הדולר הנסחרות בבורסה בת"א בהתאם לנוסחה של (Garman and Kohlhagen (1983). מחירי האופציות ששימשו לצורך חישוב סטיית התקן הגלומה היו מחירי הסגירה. סטיית התקן הגלומה חושבה על פי אופציות שמחיר המימוש שלהן נע בין 0 ל-2 אחוזים ממחיר ה-spot (השער היציג באותו היום) ובין 30 ל-35 ימים ליום המימוש. באופן כזה נוטרלה, עד כמה שניתן, השפעת שער המימוש ופרק הזמן לפדיון על סטיית התקן הנגזרת.⁹ לסדרת השונות הגלומה במחירי האופציות יתרון בכך שנתונים אלו משקפים הסתכלות קדימה של השחקנים בשוק לגבי תנודתיות שער החליפין, אולם חסרונה בכך שנתונים אלו כוללים "רעש" שמקורו באופן חישוב הסדרה. כיחס בין הנכסים השקליים לטווח קצר לסך הנכסים שבידי הציבור לטווח קצר השתמשנו ביחס שבין M2 ל-M3. M2 הוא מצרף הכולל את הפקדונות השיקליים של הציבור בבנקים לטווח של עד שנה יחד עם המק"מ ו-M3 כולל את סך פקדונות הציבור בבנקים לטווח של עד שנה ואת המק"מ. לאורך השנים 1992 עד 2003 נמצא היחס M2/M3 במגמת עלייה (דיאגרמה 4.1). עיקר העלייה נרשמה בשנים 1993 עד 1997 כתוצאה ממדיניות הדיסאינפלציה שהתבטאה בפערי ריבית בין שקלים למטבע חוץ ומקצב פיחות איטי באופן יחסי.¹⁰ תוצאות הרגרסיות המוצגות בטבלאות 4.1 ו-4.2 ובדיאגרמות 4.2 ו-4.3 מצביעות על הקשר החיובי בין פרמיית ה-forward ושונות שער החליפין (מוכפל ביחס M2 ל-M3) ובאמצעותן ניתן לקבל אומדן לפרמיית הסיכון בתקופות שונות.

דיאגרמה 4.1: היחס בין M2 ו-M3



⁹ על פי ההנחות שבבסיס תמחור האופציות לא אמורה להיות השפעה למחיר המימוש ולזמן לפדיון על סטיית התקן הגלומה במחיר האופציה, אולם בדיקות אמפיריות מעלות כי נוסחת תמחור האופציות אינה "נקייה" ולמחירי המימוש והזמן לפדיון השפעה על סטיית התקן הגלומה במחיר.

¹⁰ עד ראשית שנת 1996 בנק ישראל התערב במסחר במטבע חוץ גם בתוך תחום רצועת הניוד. לניתוח מדיניות שער החליפין בראשית שנות התשעים ראה בן בסט (1995).

בהתאם לציפיות מהמודל, הקבוע ברגרסיה כשהמשתנה המסביר היה השונות ההיסטורית, היה בדרך כלל לא מובהק. על פי רגרסיה זו פרמיית הסיכון הממוצעת במדגם נעה בין 3.5 ל-6.5 אחוזים¹¹. כאשר השתמשנו לצורך אמידת פרמיית הסיכון בשונות הגלומה במחירי האופציות הקבוע ברגרסיה התקבל כשלילי (עם t סטטיסטי סביב 1.5) ובגודל שנע סביב 10%. גודלו של הקבוע ברגרסיה מצביעה על אחת משתיים: (1) השמטנו משתנה המשפיע על פרמיית ה-forward ואשר תרומתו לפרמיית ה-forward בממוצע בתקופת המדגם הייתה שלילית. (2) פרמיית ה-forward בניכוי פרמיית הסיכון הייתה בממוצע שלילית בתקופת המדגם. המשמעות, במקרה כזה, היא שבתקופת המדגם היה בממוצע פער שלילי בין התחזית להתפתחות שער החליפין להתממשותו בפועל.

בדיאגרמות 4.2 ו-4.3 ניתן לראות את האומד למקדם של שונות שער החליפין (מוכפל

ביחס M2/M3) ב"רגרסיה מתגלגלת" על פי משוואה (4.10). תופעה בולטת היא ירידת האומד למקדם של השונות בתחילת 2002 ועלייתו בחזרה במחצית השנייה של 2002 ותחילת 2003. ניתן אמנם לחשוב שהחל מינואר 2002, לאחר הפחתת הריבית על ידי בנק ישראל והפיחות שבא בעקבותיה, התרחש שינוי במקדם המוכפל בשונות שער החליפין לקביעת פרמיית סיכון שער החליפין, אך קביעה זו אינה מתיישבת עם העלייה ההדרגתית במקדם החל במחצית השנייה של 2002 ותחילת 2003. הקשר בין פרמיית הסיכון הנאמדת (ירידה במחצית הראשונה של 2002 ועלייה במחצית השנייה ותחילת 2003) ומדיניות הריבית של בנק ישראל מעלה את השאלה לגבי ההשפעה של מדיניות בנק ישראל על פרמיית הסיכון כפי שהיא מוגדרת (ראה דיון בסעיף 9).

¹¹ נציין כי בחלק מהגרסאות של הרגרסיה עם השונות ההיסטורית של שער החליפין השמטנו את התצפיות של החודשים אוקטובר ונובמבר 1998 ובאחרות השתמשנו במשתנה דמה המקבל את הערך 1 באותם החודשים. מכיוון שתצפיות אלה הן חריגות בצורה קיצונית (outliers) ללא השמטתן נפגעת הרגרסיה.

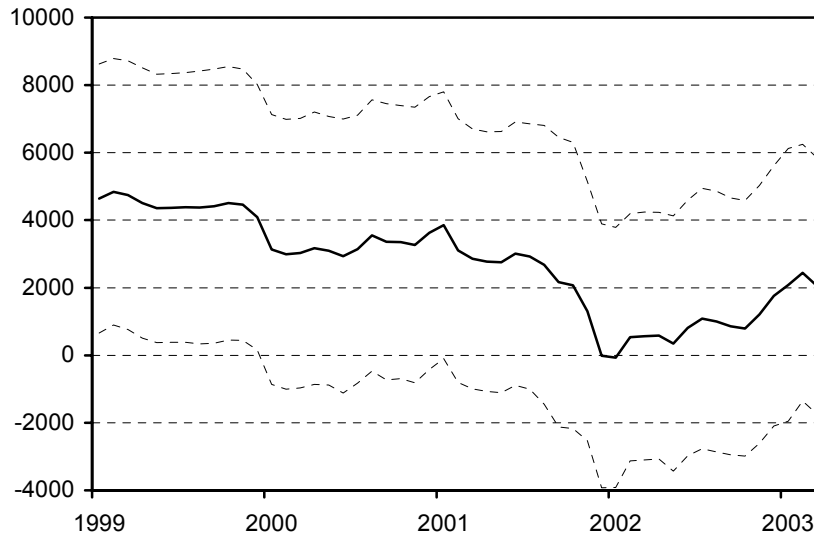
**טבלה 4.1: תוצאות אמידת משוואה (4.10)
משתנה מסביר: השונות ההיסטורית של השינוי בשער החליפין**

יוני 1994 עד יולי 2003*	יוני 1994 עד יולי 2003	יוני 1994 עד יולי 2003*	יולי 1997 עד יולי 2003*	יולי 1997 עד יולי 2003	יולי 1997 עד יולי 2003*	
0.006 (0.1)	-0.02 (-0.7)	--	-0.003 (-0.1)	-0.035 (-1.1)	--	קבוע
3080 (1.5)	5480 (4.5)	3352 (2.3)	2890 (1.2)	5500 (4.2)	2770 (1.7)	$\frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{t+1}^2$
--	-1.1 (-5.4)	--	--	-1.1 (-5.0)	--	**Dum98
0.02	0.23	0.02	0.02	0.28	0.021	R ²
108	110	108	71	73	71	מס' תצפיות
1.7	1.6	1.7	1.6	1.5	1.6	DW

* ללא התצפיות של אוקטובר ונובמבר 1998.
** dum98 - משתנה דמה המקבל את הערך 1 בחודשים אוקטובר ונובמבר 1998.
*** בסוגריים מצוינים ערכי t סטטיסטי.

**דיאגרמה 4.2: האומד ל-β ב"רגרסיה מתגלגלת" (β ± 2 · std)
משתנה מסביר: שונות שער החליפין ההיסטורית**

$$\text{רגרסיה: } fp_{t+1} = \beta \cdot \frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2 + \varepsilon_{t+1}$$



**טבלה 4.2: תוצאות אמידת משוואה (4.10)
משתנה מסביר: שונות שער החליפין הגלומה במחירי האופציות**

יוני 1994 עד יולי 2003	יוני 1994 עד יולי 2003	יוני 1994 עד יולי 2003	יולי 1997 עד יולי 2003	יולי 1997 עד יולי 2003	יולי 1997 עד יולי 2003	
-0.08 (-1.2)	-0.06 (-0.9)	--	-0.14 (-1.5)	-0.1 (-1.2)	--	קבוע
23.0 (1.5)	20.9 (1.5)	6.9 (0.9)	31.6 (1.6)	26.1 (1.6)	5.5 (0.6)	$\frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{t+1}^2$
--	-1.2 (-4.8)	--	--	-1.2 (-4.5)	--	**Dum98
0.03	0.27	0.01	0.05	0.33	0.01	R ²
70	70	70	52	52	52	מס' תצפיות
1.5	2.0	1.6	1.3	1.9	1.4	DW

* בסוגריים מצוינים ערכי t סטטיסטי.
** dum98 - משתנה דמה המקבל את הערך 1 בחודשים אוקטובר ונובמבר 1998.

**דיאגרמה 4.3: האומד ל-β ב"רגרסיה מתגלגלת" (β ± 2 · std)
משתנה מסביר: שונות שער החליפין הגלומה במחירי האופציות**

$$\text{רגרסיה: } fp_{t+1} = \alpha + \beta \cdot \frac{B_t}{W_t} \cdot \sigma_{\Delta s_{t+1}}^2 + \varepsilon_{t+1}$$



5 אמידה באמצעות Kalman Filter

5.1 המודל ב-State Space

על מנת לאמוד את פרמיית הסיכון באמצעות Kalman Filter, המודל חייב להיכתב ב-State Space Form (SSF). ה-SSF מורכב ממשוואת מדידה (measurement) ומשוואת מעבר (transition). משוואת המדידה מפרקת את פרמיית ה-forward לפרמיית הסיכון ולשגיאת התחזית, כפי שתואר במשוואה (2.7). משוואת המעבר מניחה כי פרמיית הסיכון מתנהגת על פני זמן לפי תהליך $ARMA(p,q)$ כלשהו. ה-SSF מתואר על ידי:

$$(5.1a) \quad fp_t = \mu + Z\alpha_t + \varepsilon_t$$

$$(5.1b) \quad \alpha_t = \Phi\alpha_{t-1} + \Theta\eta_t$$

(5.1a) היא משוואת המדידה, ו-(5.1b) היא משוואת המעבר. fp_t הוא פרמיית ה-forward (סקלר), ואילו α_t הוא וקטור $m \times 1$ של משתנים שאינם ניתנים לצפייה (unobservable) ביניהם פרמיית הסיכון. מטריצות המקדמים נתונות על ידי:

$$Z_{1 \times m} = \begin{bmatrix} 1 & 0_{1 \times (m-1)} \end{bmatrix} \quad \Phi_{m \times m} = \begin{bmatrix} \phi_1 & & & \\ \vdots & & I_{m-1} & \\ \phi_{m-1} & & & \\ \phi_m & & & 0_{1 \times (m-1)} \end{bmatrix} \quad \Theta_{m \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{m-1} \end{bmatrix}$$

כאמור, אנו מניחים כי פרמיית הסיכון מתנהגת על פני זמן לפי תהליך $ARMA(p,q)$:

$$(5.2) \quad (\rho_t - \mu) = \phi_1(\rho_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(\rho_{t-p} - \mu) + \eta_t + \theta_1\eta_{t-1} + \dots + \theta_q\eta_{t-q}$$

תהליך זה מתואר במשוואת המעבר (5.1b), כאשר האיברים בווקטור α_t מוגדרים רקורסיבית באופן הבא:

$$\alpha_{m,t} = \phi_m(\rho_{t-1} - \mu) + \theta_{m-1}\eta_t$$

$$\alpha_{j,t} = \phi_j(\rho_{t-1} - \mu) + \alpha_{j+1,t-1} + \theta_{j-1}\eta_t \quad j = 2, 3, \dots, m-1$$

$$\alpha_{1,t} = \rho_t - \mu$$

כאשר $m = \max\{p, q + 1\}$, ולכן $\phi_j = 0$ לכל $j > p$ וגם $\theta_j = 0$ לכל $j > q$.

כמו כן, אנו מניחים כי להפרעות המקריות התפלגות נורמלית משותפת:

$$(5.3) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \stackrel{iid}{\sim} N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix} \right]$$

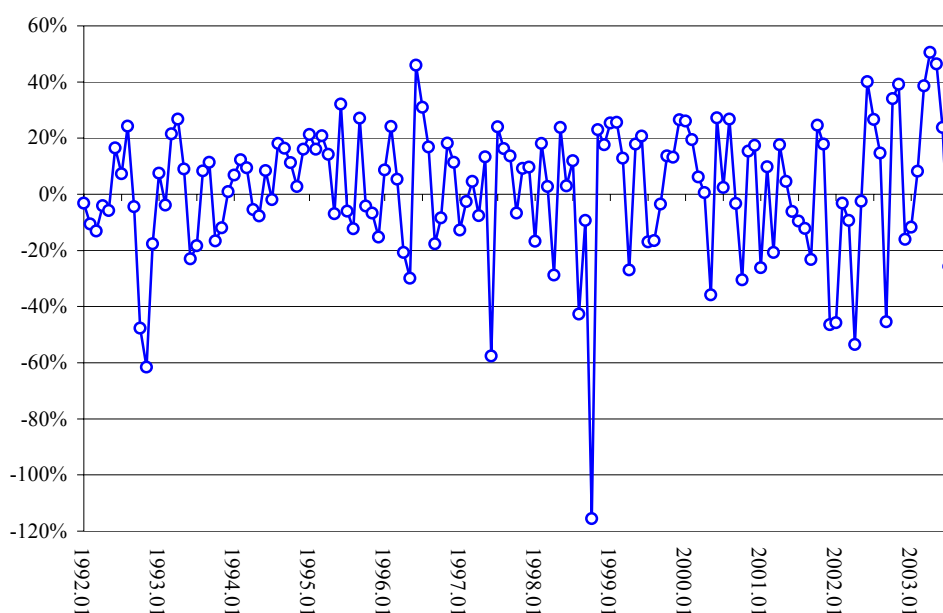
5.2 התאמת תהליך עתי לפרמיית הסיכון

בהינתן הספציפיקציה של המודל, פרמיית ה-forward היא סכום של רעש לבן (שגיאת התחזית תחת צפיות רציונליות) ופרמיית הסיכון. מכיוון שכך, ניתן להסיק על התכונות העתיות של פרמיית הסיכון מתוך בחינת התנהגותה של פרמיית ה-forward. התפתחות פרמיית ה-forward משנת 1992 מוצגת בדיאגרמה 5.1.

לפני שנפנה להערכת הפיגורים המתאימים בהצגת ה- $ARMA(p,q)$ עלינו לקבוע האם מדובר בתהליך סטאציונרי. מהדיאגרמה קל לראות כי פרמיית ה-forward סטאציונרית, אך מבחן פורמלי מוצג בסעיף 5.2.1.

דיאגרמה 5.1: התפתחות פרמיית ה-forward על פני זמן

(נתונים חודשיים 1992.1-2003.7, במונחים שנתיים)



5.2.1 סטאציונריות

נניח שבמקום התהליך המתואר במשוואה (5.2) פרמיית הסיכון היא למעשה מהלך מקרי :

$$(5.4) \quad \rho_t = \rho_{t-1} + \eta_t$$

כאשר η_t הוא רעש לבן. לכן מתוך (2.7) ו-(5.4) מתקבל :

$$(5.5) \quad fp_{t+1} = fp_t + u_{t+1}$$

$$(5.6) \quad u_{t+1} = \varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t + \eta_t \quad \text{כאשר :}$$

כלומר, אם פרמיית הסיכון היא מהלך מקרי הרי שהדבר יתבטא בחוסר סטאציונריות (באמצעות unit root) בפרמיית ה-forward. יתרה מכך, ניתן גם להראות באמצעות פיתוח דומה כי אם פרמיית ה-forward היא מהלך מקרי הרי שפרמיית הסיכון מכילה unit root. מכאן שעל מנת

לבחון סטאציונריות בפרמיית הסיכון ניתן לעשות זאת דרך בחינת פרמיית ה-forward.

ממשוואה (5.6) עולה כי השארית במהלך המקרי המתואר ב-(5.5) מתואמת סדרתית, לכן

המבחנים המתאימים לאיתור unit root הם Augmented Dicky-Fuller (ADF) ו-Phillips-Peron (PP).

(ADF). תוצאות המבחנים מוצגות בטבלה 5.1.

טבלה 5.1: מבחני Unit Root לפרמיית ה-forward

Test	Test Stat.	1% Critical Value
ADF	-5.66	-2.58
PP	-10.26	-2.58

כצפוי, שני המבחנים דוחים את קיומו של unit root בפרמיית ה-forward, לכן ניגש לאפיין את הסדרה כתהליך $ARMA$ סטאציונרי.

5.2.2 איתור הפיגורים בתהליך $ARMA(p,q)$

אנו מניחים כי פרמיית הסיכון מתנהגת על פי תהליך $ARMA(p,q)$ כלשהו. בכדי להסיק על ערכם של p ו- q אנו נבחן את התנהגות פרמיית ה-forward.

ממשוואות (2.7) ו-(5.2) מתקבל :

$$(5.7) \quad fp_t = \tilde{\mu} + \phi_1 fp_{t-1} + \dots + \phi_p fp_{t-p} + u_t$$

כאשר $\tilde{\mu} = (1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)\mu$ וכן :

$$(5.8) \quad u_t = \varepsilon_t - \phi_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \phi_p \varepsilon_{t-p} + \eta_{t-1} + \theta_1 \eta_{t-2} + \dots + \theta_q \eta_{t-q-1}$$

ממשוואה (5.7) עולה כי מספר הפיגורים האוטורגרסיביים בפרמיית ה-forward זהה למספר הפיגורים בפרמיית הסיכון, מכאן שניתן למצוא את p מתוך בחינת הסדר האוטורגרסיבי של fp_t .

לשאריות ב-(5.7), u_t , תהליך $MA(m)$ כאשר $m = \max(p, q + 1)$ ¹². לכן ניתן להסיק על מספר הפיגורים בחלק ה- MA של פרמיית הסיכון מתוך הקורלציה העצמית של u_t . טבלה 5.2 מציגה את הקורלציה העצמית (AR) והקורלציה העצמית החלקית (PAR) של פרמיית ה- $forward$ לצורך איתור מספר הפיגורים האופטימלים בתהליך ה- $ARMA$ של פרמיית הסיכון.

טבלה 5.2: מבחנים לאיתור מספר הפיגורים בתהליך $ARMA$ עבור פרמיית ה- $forward$

# of Lags	PAC	T-Stat.	Prob.	AC	Q-Stat.	Prob.
1	0.132	1.570	0.119	0.137	2.655	0.103
2	-0.115	-1.366	0.174	-0.084	3.676	0.159
3	-0.132	-1.551	0.1232	-0.143	6.623	0.085
4	0.038	0.441	0.660	0.017	6.667	0.155
5	-0.034	-0.386	0.700	0.013	6.690	0.245
6	-0.003	-0.032	0.975	0.006	6.695	0.350

ניכר מטבלה 5.2 כי פרמיית ה- $forward$ קרובה בהתנהגותה לרעש לבן. אף לא אחת מהקורלציות והקורלציות החלקיות מובהקות ברמה של 5 אחוזים. בהנחה שפרמיית הסיכון איננה רעש לבן, הרי שאת התוצאות המוצגות בטבלה 5.2 יש לייחס לשונות גבוהה בשגיאת התחזית המקשה על זיהוי התהליך העתי של פרמיית הסיכון.

אם קיים מרכיב אוטו-רגרסיבי בפרמיית ה- $forward$ הרי שהיינו מצפים לראות את קורלציה עצמית חלקית (PAC) מובהקת לפחות במספר פיגורים, ואילו את הקורלציה העצמית (AC) דועכת לאט על פני זמן. טבלה 5.2 מציגה תמונה שונה, למרות שה- PAC בפיגור אחד מובהק ברמה סבירה, ה- AC נופל מהר לאזור האפס. כמו כן ה- AC מחליף סימן מחיובי לשלילי, דבר שאיננו עקבי עם תהליך אוטו-רגרסיבי בעל מקדם חיובי. מכאן אנו מסיקים כי לא קיים מרכיב AR בפרמיית הסיכון. עם זאת קורלציה עצמית שונה מאפס במספר קטן של פיגורים, והנעלמת במהירות מעידה על מרכיב MA בפרמיית ה- $forward$. הקורלציה העצמית נמוכה ואף איננה מובהקת ברמה של 5 אחוזים. אנו מסיקים כי אם פרמיית הסיכון איננה רעש לבן הרי שיש לייחס לה תהליך MA מסדר נמוך. לבסוף בחרנו בהצגת $MA(1)$ כיוון שמהאמידה עולה שדי בה בכדי לקבל טעויות שאינן מתואמות סדרתית (ראה סעיף 8).

ממצא זה עקבי עם מחקרים דומים שמצאו כי לפרמיית הסיכון בשערי חליפין שונים תהליך $ARMA$ מסדר נמוך. Cheung (1993) מצא תהליך $AR(1)$ לשערי הדולר-סטרילינג ודולר-ין, ותהליך $AR(2)$ לשער הדולר-מארק במדגם חודשי על פני השנים 1973 עד 1989. Wolff (1987) מצא תהליך $MA(1)$ לשערי הדולר-מארק ודולר-ין, ותהליך $AR(1)$ לשער הדולר-סטרילינג במדגם חודשי בשנים 1973 עד 1984.

¹² סכום של $MA(p)$ עם $MA(q)$ שאינם מתואמים מניב תהליך MA מסדר $max(p, q)$. לפרטים ראה Hamilton (1994). יש לשים לב כי במקרה שלפנינו אחד התהליכים מוסט תקופה אחת לאחור ולכן ניתן לראות בתהליך זה $MA(q+1)$ כאשר המקדם הראשון הוא אפס.

פיתוח האלגוריתם לחישוב ה-Kalman Filter מוצג בנספח. אמידת הפרמטרים נעשתה בשיטת Maximum Likelihood. יצוין כי האמידה נתקלה בבעיית זיהוי של המקדם בהצגת ה-MA ויחס שונויות ההפרעות המקריות. כתוצאה מכך התקבלו ערכים הרגישים לתנאי ההתחלה של המקסימיזציה. עם זאת, ערך פונקצית הנראות ואומדן פרמיית הסיכון (שהוא פונקציה של הפרמטרים, והנכנס בצורה ישירה לפונקצית הנראות - ראה נספח) התקבלו כיציבים. כלומר, קיימות קומבינציות רבות של פרמטרים המביאים לאותה נראות ולאותו אומדן של פרמיית סיכון. התוצאות מוצגות בחלק 8 של העבודה.

6 שער החליפין כמהלך מקרי

כאמור, מתוך הגדרת פרמיית ה-forward, אמידת פרמיית הסיכון שקולה לאמידת הציפות לפיחות. נקודת מוצא נוחה לאמידה היא ההנחה כי (לוג) שער החליפין הוא מהלך מקרי, כלומר:

$$(6.1) \quad \log(s_t) = \mu + \log(s_{t-1}) + \varepsilon_t$$

משמעות הנחה זו היא שהציפיות לפיחות קבועות ונקבעות על ידי ה-drift שבמהלך המקרי, ולכן השתנות שער ה-forward נובעת כולה מפרמיית הסיכון, או במילים אחרות שינוי בפערי הריבית מבטאים אך ורק שינוי בסיכון.

יש לציין כי ההנחה של מהלך מקרי מקבלת תמיכה אמפירית בספרות, ומשמעותה היא שלא ניתן לחזות את התפתחות שער החליפין מתוך מודלים מבניים. (Meese and Rogoff (1983) למשל, הראו כי מחוץ לתקופת המדגם אין למודלים מבניים כח חיזוי. תחזית באמצעות מהלך מקרי מתקבלת כמדויקת יותר הן ביחס למודלים מבניים והן ביחס לשער ה-forward. טבלה 6.1 בוחנת את התנהגות שער החליפין על פני זמן, בתתי תקופות לפי שינוי הפרמטרים של רצועת הניוד, ועבור תקופת המדגם כולה. מהטבלה ניכר כי לא ניתן לדחות את ההשערה כי לוג שער החליפין מתנהג כמהלך מקרי. עוד עולה כי הפיחות הממוצע (ה-drift) משתנה על פני זמן.

טבלה 6.1: בחינת Unit Root בשער החליפין שקל-דולר

Sample	# of Obs.	ADF Stat.	10% Critical Value	Average Dep.
92.01-93.07	19	-1.217	-2.655	1.21%
93.08-95.05	22	-1.956	-2.642	0.21%
95.06-97.06	25	0.565	-2.632	0.71%
97.07-03.07	73	-1.472	-2.588	0.29%
90.02-03.07	162	-1.173	-2.576	0.48%

כיוון שקצב הפיחותים השתנה על פני תקופת המדגם, השתמשנו לצורך אמידת ה-drift בממוצע הפיחותים במשך 12 החודשים האחרונים. מלבד שינוי בקצב הפיחות בתוך תקופת המדגם לא רצינו להשתמש ב-drift קבוע מכיוון שאז פרמיית הסיכון תשמור על הפרש קבוע מפער

הריביות, דבר אשר לא יאפשר דיון באינטראקציה שבין השניים. תוצאות האמידה ופרמיית הסיכון הנגזרת ממנה מוצגות בחלק 8.

7 חזאים חיצוניים

מדידה ישירה של פרמיית הסיכון ניתן לקבל משימוש בתחזיות על שער החליפין שאינן נגזרות מעסקאות בשוק המט"ח מכיוון שתחזיות אלו אינן מגלמות סיכון הכרוך בחוסר הוודאות ביחס לשער החליפין העתידי.

האומדנים מבוססים על תחזיותיהם של חמישה גופים שונים בהם בעיקר בנקים מסחריים. לצורך אמידת הפיחות הצפוי נלקח ממוצע התחזיות הזמינות על שער החליפין בשבוע הראשון של כל חודש. הנתונים זמינים החל מאפריל 2001 בלבד. מבחינת התחזיות עולה כי קיימת שונות די גדולה בין החזאים השונים. בממוצע עומד הפער בין התחזית הגבוהה ביותר לנמוכה ביותר על 1.34 אחוזי פיחות בחודש, וסטיית התקן של פער זה הוא 0.86 אחוזים.

מבחינה תיאורטית, המתודולוגיה בה אנו משתמשים לאמידת פרמיית הסיכון מניחה כי קיימת בשוק תחזית אחת בלבד. לכן ההנחה החבויה בשימוש בממוצע התחזיות היא שכל אחת מהן היא למעשה תחזית השוק שהתווסף אליה רעש מקרי שאיננו מתואם עם הרעשים שהוכנסו לשאר התחזיות. במילים אחרות אנו מניחים כי ממוצע התחזיות הוא אומדן חסר הטיה לציפיות השוק. תוצאות האמידה והתחזיות עצמן מוצגות בחלק 8.

8 תוצאות

כזכור, ההטיה שבשער ה-forward נובעת מקיומה של פרמיית סיכון, לכן לאחר אמידתה נצפה כי נוכל לתקן את אמידת משוואה (3.2) באמצעות החסרת הפרמיה מהמשתנה המסביר. כלומר נרצה לאמוד את המשוואה הבאה:

$$(8.1) \quad s_{t+1} - s_t = \alpha + \beta(i_t - i_t^* - \rho_t) + u_{t+1}$$

המשתנה המסביר ב-(8.1) הוא למעשה הפיחות הצפוי הנגזר מפרמיית הסיכון, לכן אם הציפיות רציונאליות הרי שכעת נצפה לקבל $\beta = 1$. טבלה (8.1) מציגה את תוצאות האמידה ומשווה אותן לתוצאות אמידת משוואה (3.2) (רגרסיית Fama). בכל המקרים האומדן הנקודתי של מקדם הפיחות הצפוי הופך משלילי לחיובי, וכן לא ניתן לדחות כעת את ההשערה $\beta = 1$ (כנגד $\beta < 1$) ברמת מובהקות של 5 אחוזים למעט אומדן המהלך המקרי באמידה שהתחילה בינואר 1992. מבחינת קיומו של מתאם סדרתי עולה כי עבור תקופת המדגם המתחילה באפריל 2001 אומדני המהלך המקרי, החזאים החיצוניים והרגרסיה הליניארית נופלים בתחום האפור. בשאר המקרים אנו דוחים את השערת המתאם הסדרתי ברמת מובהקות של 5 אחוזים. מהשוואות אלו אנו מסיקים כי ככלל תוצאות האמידה עקביות עם ציפיות רציונאליות בכל השיטות למעט המהלך המקרי המתחיל בינואר 1992. כלומר, תחת הקריטריונים שהצגנו קשה לבחור סדרה אחת העדיפה משמעותית כאומדן לפרמיית הסיכון.

טבלה 8.1: רגרסיית Fama בתיקון הציפיות לפיחות*

Sample Estimation Method	92.01-03.07			94.06-03.07		01.04-03.07				
	Fama	K-F	R-W	Fama	Reg.	Fama	K-F	R-W	Reg.	Ex. F.
α	0.081 (0.058)	0.028 (0.034)	0.054 (0.029)	0.091 (0.061)	0.019 (0.028)	0.205 (0.141)	-0.025 (0.072)	0.010 (0.072)	0.026 (0.057)	-0.012 (0.068)
β	-0.320 (0.730)	0.503 (0.475)	0.059 (0.334)	-0.695 (0.799)	0.38 (0.44)	-3.586 (2.570)	1.492 (1.408)	0.247 (0.802)	0.45 (1.4)	0.647 (0.722)
R^2	0.001	0.008	0.0002	0.007	0.007	0.067	0.041	0.004	0.003	0.030
$DW_{stat.}$	1.758	1.881	1.764	1.918	1.8	1.567	1.567	1.449	1.39	1.403
$DW_{crit.}^{**}$	$d_u=1.746$			$d_u=1.694$		$d_l=1.328 \quad d_u=1.476$				
# of Obs.	139	139	139	110	108	28	28	28	28	28
$H_0: \beta=1$										
$t_{stat.}$	-1.810	-1.047	-2.815	-2.120	-1.41	-1.784	0.349	-0.938	-0.39	-0.489
Prob.***	0.036	0.148	0.003	0.018		0.043	0.730	0.178		0.314

* המספרים בסוגריים מציינים את סטיית התקן של המקדמים
 ** רמת מובהקות של 5 אחוזים.

*** ערך ה-Prob מתייחס למבחן חד צדדי ($H_1: \beta < 1$) כיוון שההטיה ברגרסיית Fama היא כלפי מטה. באומדן ה-Kalman Filter המתחיל באפריל 2001 ערכנו מבחן דו צדדי מכיוון שהאומדן הנקודתי גדול מ-1.

דרך נוספת לבחון את רציונאליות הציפיות היא בחינה ישירה של התנהגות שגיאת התחזית המתקבלת מהאמידות השונות. על שגיאת התחזית להיות רעש לבן. טבלה 8.2 מציגה מבחנים לאיתור קורלציה עצמית, וכן את ממוצע השגיאה.

טבלה 8.2: השוואת התנהגות שגיאת התחזית באמידות השונות

	92.01-03.07		94.06-03.07	01.04-03.07			Ex. F.
	K-F	R-W	Reg.	K-F	R-W	Reg.	
mean	5.19E-6	0.005	0.006	0.009	0.033	-0.026	0.031
(std)	(0.238)	(0.245)	(0.224)	(0.288)	(0.298)	(0.295)	(0.290)
# of Lags	Auto-Correlation						
1 AC	-0.005	0.089	0.135	0.213	0.215	0.307	0.276
Prob.	0.951	0.289	0.16	0.234	0.230	0.087	0.124
2 AC	-0.063	-0.143	-0.184	-0.272	-0.359	-0.244	-0.204
Prob.	0.750	0.132	0.06	0.149	0.061	0.089	0.157
3 AC	-0.141	-0.182	-0.084	-0.021	-0.121	-0.045	-0.012
Prob.	0.328	0.032	0.09	0.282	0.107	0.178	0.295
4 AC	0.036	0.019	0.117	0.179	0.171	0.172	0.245
Prob.	0.458	0.065	0.09	0.293	0.130	0.203	0.213

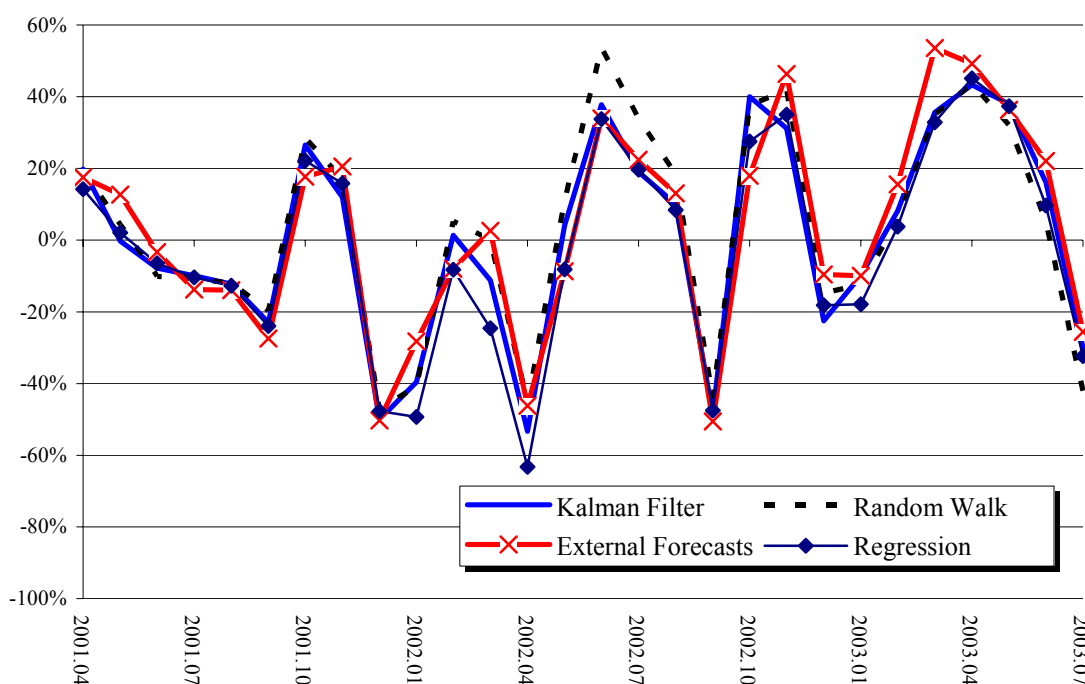
ערך ה-Prob מתייחס ל-Q סטטיסטי הבוחן את ההשערה שהקורלציה העצמית שווה אפס.

מטבלה 8.2 עולה כי בכל המקרים לא ניתן לדחות את ההשערה שתוחלת שגיאת התחזית שווה אפס. עם זאת אנו מוצאים עדות מסוימת לקורלציה עצמית באומדני המהלך המקרי והרגרסייה הליניארית.

אנו מסיקים כי ניכר מהבחינות השונות שקשה לקבוע כי שיטת אמידה אחת עדיפה בבירור על פני האחרות, אם כי קיים יתרון קל לאומדני ה-Kalman Filter והחזאים החיצוניים בכך שגיאת התחזית המתקבלת מהם קרובה יותר בהתנהגותה לרעש לבן ובכך תומכות בהנחת הציפיות הרציונאליות.

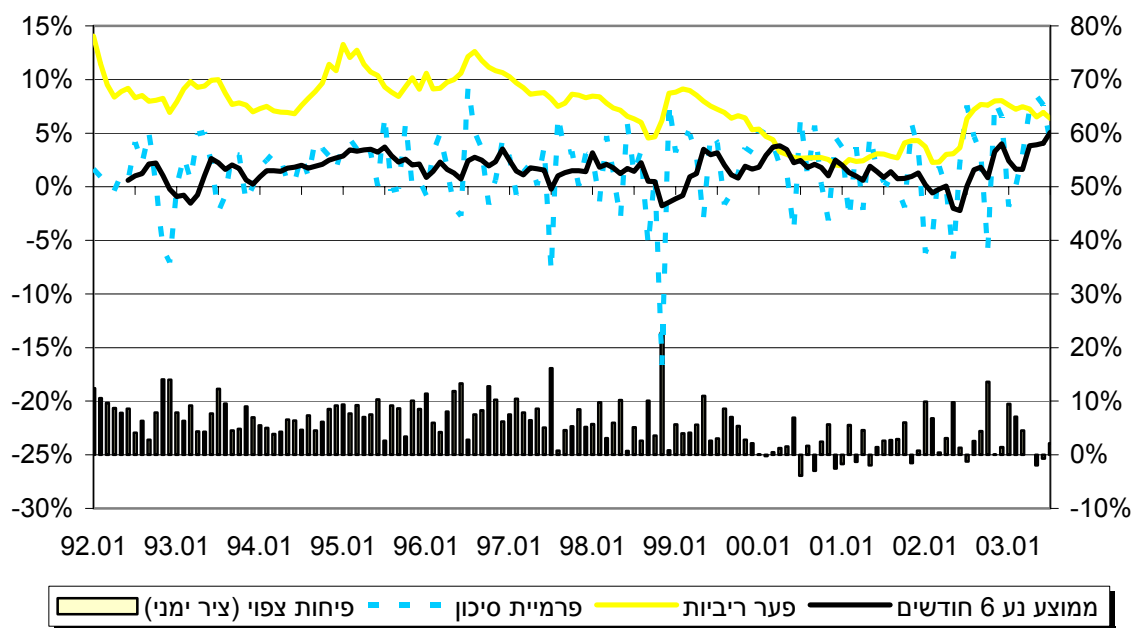
דיאגרמה 8.1 מציגה גרפית את שגיאות התחזית. מהדיאגרמה ניכר הדמיון הרב שבין הסדרות השונות ומכאן הקושי שבמציאת אומדן העדיף בבירור על פני האחרים. עוד בולט ממנה כי סדר הגודל של השגיאות (במונחים שנתיים) דומה לסדר הגודל של פרמיית ה-forward (ראה דיאגרמה 5.1), ולכן ההפרש שבין הסדרות השונות מבטא הבדלים גדולים יחסית באומדני פרמיית הסיכון.

דיאגרמה 8.1: שגיאת תחזית הפיחות החודשי בשיטות אמידה שונות
(במונחים שנתיים, 2001.04-2003.07)

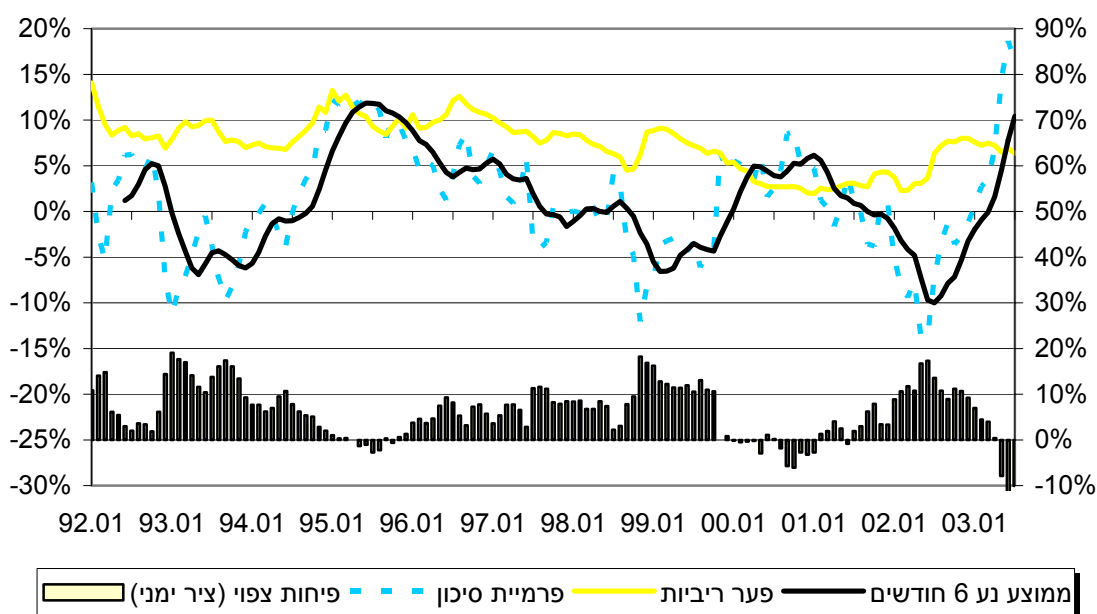


בדיאגרמות 8.2 עד 8.5 אנו מציגים את אומדני פרמיית הסיכון בשיטות האמידה השונות יחד עם פער הריביות והציפיות לפיחות. כפי צוין לעיל, מהדיאגרמות ניכר השוני שבין האומדנים השונים. כמו כן ניכרת התנודתיות הרבה שבסדרות פרמיית הסיכון לכן בחרנו להציג גם ממוצע נע של שישה חודשים על מנת להקל על ההשוואה בין סדרת פערי הריבית לפרמיית הסיכון. דיון בממצאים מובא בחלק הבא של העבודה.

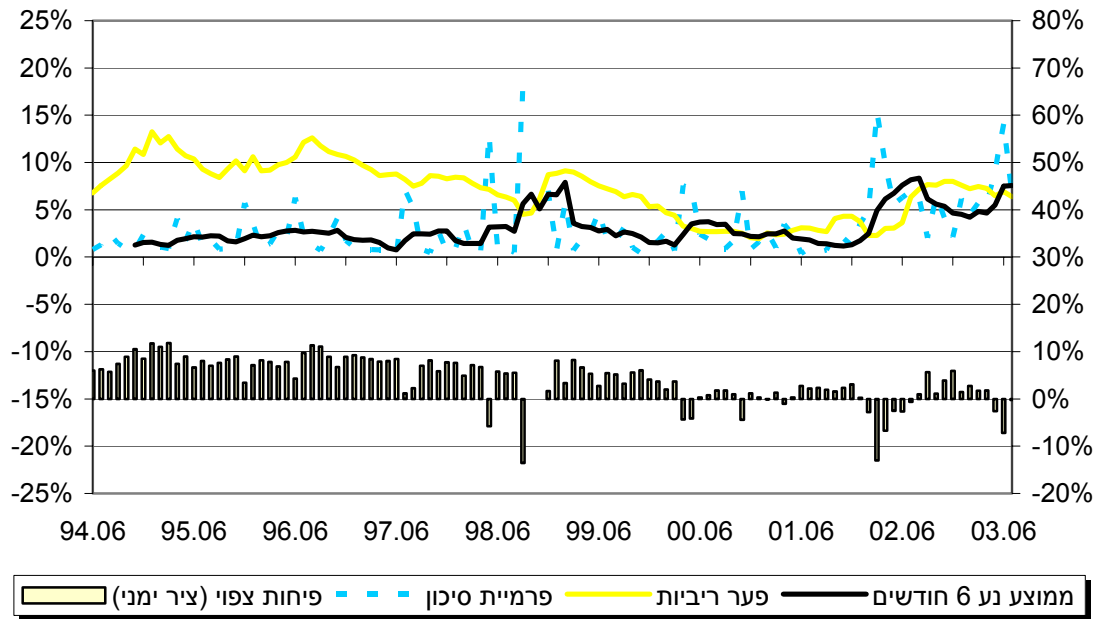
דיאגראמה 8.2: Kalman Filter



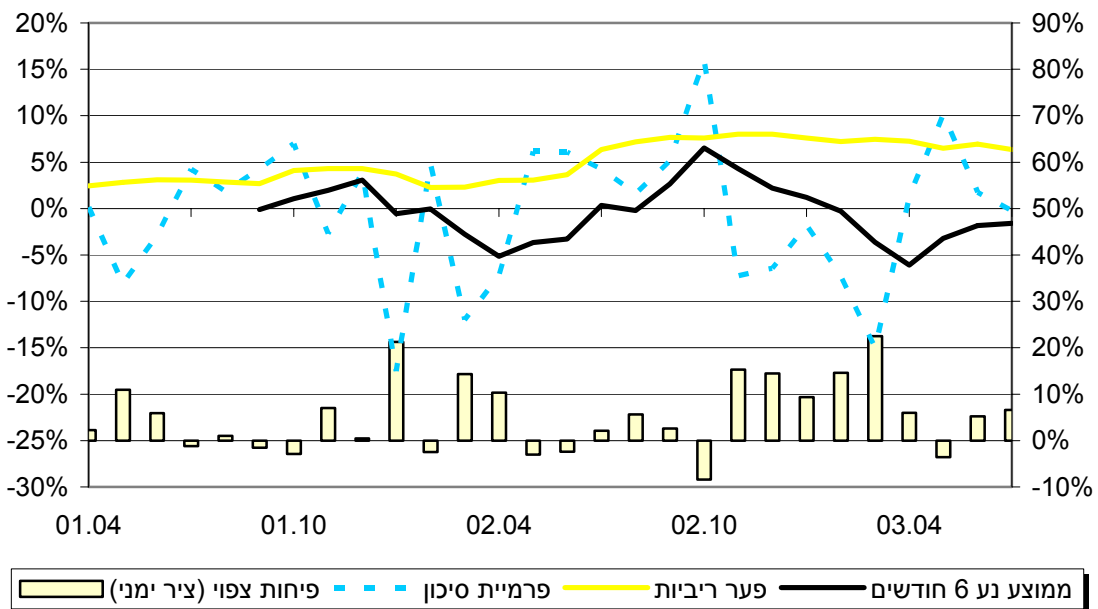
דיאגראמה 8.3: מהלך מקרי



דיאגרמה 8.4: רגרסיה ליניארית

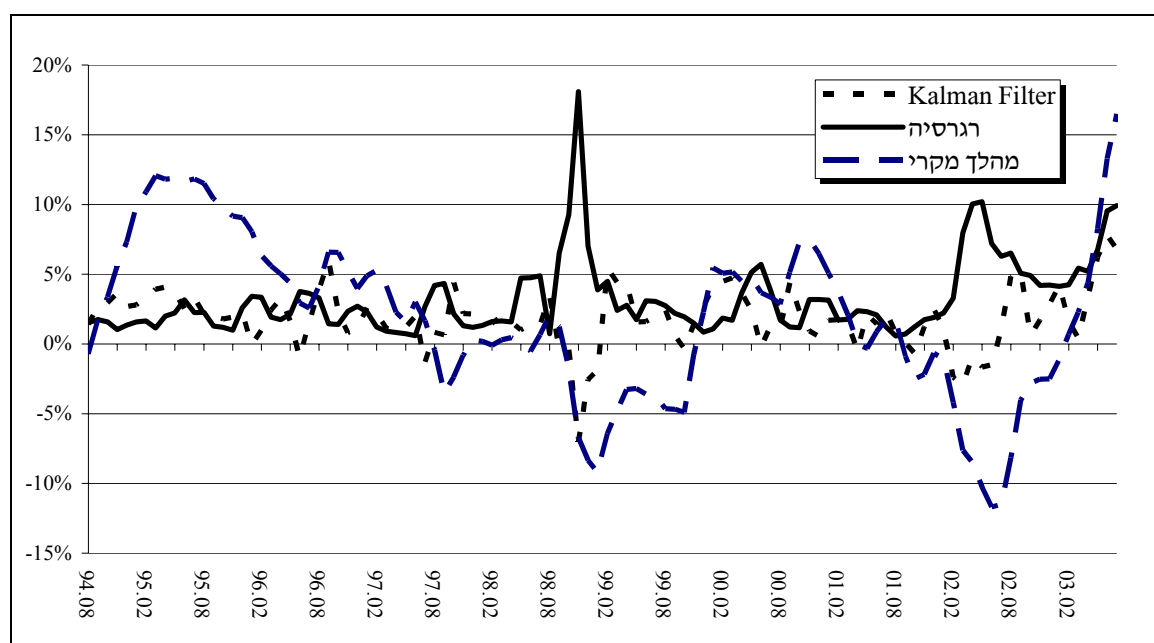


דיאגרמה 8.5: חזאים



מהתוצאות ניכר כי מדיניות בנק ישראל ותגובותיו על פיחותים מתואמות עם פרמיית הסיכון הנאמדת. כך למשל, פער ריבית נמוך יחסית במחצית הראשונה של 2002 התפרש בשלושה מארבעת המודלים כרידה בפרמיית הסיכון, כשסביר שתגובה מהירה של בנק ישראל הייתה משפיעה לא רק על התפתחות שער החליפין אלא גם על פרמיית הסיכון הנאמדת לאותה התקופה. בשני אירועים בתקופת המדגם, סוף 1998 והמחצית הראשונה של 2002, בולט הניגוד בין פרמיית הסיכון שחושבה על פי הרגרסיה הליניארית כששונות שער החליפין מהווה מדד לסיכון לבין פרמיית הסיכון שחושבה על פי ה-Kalman Filter, המהלך המקרי והחזאים הפרטיים (במחצית הראשונה של 2002). הדבר מומחש בדיאגרמה 9.1 המציגה ממוצע נע של שלושה חודשים לאומדן פרמיית הסיכון מהרגרסיה ומה-Kalman Filter.

דיאגרמה 9.1: אומדני פרמיית הסיכון באמידת Kalman Filter, רגרסיה ליניארית ומהלך מקרי
(ממוצע נע שלוש חודשים במונחים שנתיים)



ההסבר להבדלים נעוץ כמובן בהנחות למודלים ובמבנה לפיו מחושבת פרמיית הסיכון בכל אחד מהם. ה-Kalman Filter הוא בעיקרו מודל סטטיסטי בו פרמיית הסיכון והציפיות לשינוי בשער החליפין בכל תקופה מושתתים על התפתחותם בתקופות הקודמות ועל עדכונם עם הגיעו של מידע חדש. יתרונה של גישה מסוג זה היא שהיא מאפשרת שינוי, בתוך תקופת המדגם, בקשרים שבין פערי הריבית, התפתחות שער החליפין ופרמיית הסיכון, ההיסטוריים והצפויים בעתיד. כך למשל, שינוי אקסוגני בפרמיית הסיכון יוכל להיתפס בצורה טובה על ידי המודל. אולם, יתרונה של השיטה הוא גם חסרונה. הגמישות שבבסיס האומדנים של ה-Kalman Filter עלול להביא לכך שרעש באחד המשתנים הנמשך לאורך תקופה מסוימת יתפרש כשינוי בפרמיית הסיכון. לעומת ה-Kalman Filter, רגרסיה ליניארית אינה מאפשרת גמישות בקשרים בין המשתנים השונים בתוך תקופת המדגם. כתוצאה מכך "רעשים" במשתנה המוסבר או במשתנים המסבירים לא אמורים להשפיע על האומדן לפרמיית הסיכון בכל תקופה, אלא על טיב התחזית. במידה שבתוך תקופת המדגם אכן התרחש שינוי בקשרים בין המשתנים, ללא התערבות חיצונית, אין לרגרסיה את הגמישות הנדרשת ולכן אומדני הרגרסיה ייפגעו.

אמידת פרמיית הסיכון על פי גישת המהלך המקרי מבוססת על פערי הריבית ועל פי הנחתנו, גם ממגמת הפיחות הצפוי הנגזר מהפיחות בעבר. לכן, על פי מודל זה, הפחתת ריבית ופיחות שבא בעקבותיו יביאו לירידה בפרמיית הסיכון הנאמדת ואילו העלאת ריבית וייסוף יעלו את פרמיית הסיכון.

לאחר הפחתת הריבית בשתי נקודות אחוז, העלייה בגירעון בתקציב וההחמרה במצב הביטחוני בסוף 2001 ותחילת 2002, נרשמו בחודשים דצמבר 2001 וינואר ואפריל 2002 פיחותים משמעותיים של יותר מ-4 אחוזים בחודש. במודל האומד את פרמיית הסיכון כפונקציה של שונות שער החליפין באמצעות הרגרסיה הליניארית התקבלו הפיחותים של המחצית הראשונה של 2002 כרצף של "הפרעות מקריות" כשפרמיית הסיכון עצמה, כתוצאה מאירועים אלה עולה. ב"רגרסיה המתגלגלת", כאשר משקל התצפיות של המחצית הראשונה של 2002 גדל (כתוצאה מהקטנת המדגם), פחת מאוד האומד לפרמיית הסיכון. עובדה זו מצביעה על אחת משתי אפשרויות: הקשר בין שונות שער החליפין ופרמיית הסיכון השתנה לאחר הפחתת הריבית בדצמבר 2002; או שהמחצית הראשונה של 2002 שיקפה אוסף של "הפרעות מקריות" כשעליית השונות של שער החליפין אכן תרמה לעליית פרמיית הסיכון באותה העת. אמידה באמצעות ה-Kalman Filter ובאמצעות המהלך המקרי מצביעה על ירידה משמעותית בפרמיית הסיכון במחצית הראשונה של 2002. כאמור, תוצאה זו נובעת מהאופי של האמידה באמצעות ה-Kalman Filter ובאמצעות הנחת המהלך המקרי.

הפער בפרמיית הסיכון הנאמדת בשיטות השונות עבור המחצית הראשונה של 2002, מצביע על הקושי בזיהוי פרמיית הסיכון, בפרט בתקופות בהן התרחש שינוי חד בשער החליפין והתגובה של בנק ישראל והשחקנים בשוק הייתה חריגה. בדיעבד, התשובה לשאלה מה הייתה פרמיית הסיכון בראשית 2002 תלויה בפרשנות הניתנת לאירועים שהתרחשו. אם הפיחות שהתרחש לאורך אותם החודשים - מעבר לפיחות של סוף דצמבר ותחילת ינואר - הפתיע בכל פעם מחדש, אזי פרמיית הסיכון באותה התקופה הייתה יחסית גבוהה. לעומת זאת, אם הפחתת הריבית על ידי בנק ישראל נתפשה כשינוי מדיניות שיאפשר המשך פיחות אזי אכן במחצית הראשונה של 2002 פרמיית הסיכון הייתה נמוכה יחסית.

אירוע בולט נוסף בתקופת המדגם הוא הפיחות של אוקטובר 1998, העלאת הריבית והייסוף שבאו בעקבותיו. התפתחות האומדים לפרמיית הסיכון שנאמדו על פי ה-Kalman Filter, המהלך המקרי, והרגרסיה הליניארית דומים דמיון רב להתפתחותם במחצית הראשונה של 2002. גם בהתנהגות בנק ישראל באותו אירוע היה דמיון: בדומה להפחתת הריבית בדצמבר 2001, באוגוסט 1998 הפחית בנק ישראל את ריבית היעד ב-1.5 נקודות אחוז כחלק מעסקה עם האוצר שכללה קביעת יעד אינפלציה לשנת 1999. על רקע הפחתת הריבית והמשבר הפיננסי העולמי שהיה באותה העת פוחת השקל בחודש אוגוסט ב-4 אחוזים. בספטמבר פוחת השקל באחוז נוסף וריבית בנק ישראל לא הועלתה. באוקטובר, עם התעצמות המשבר העולמי (קריסת קרן הגידור LTCM) ושמירה על הריבית השקלית הנמוכה יחסית, פוחת השקל ביותר מ-10 אחוזים. בסוף אותו החודש ובתחילת נובמבר הועלתה ריבית היעד של בנק ישראל בארבע נקודות אחוז במצטבר. בדומה למחצית הראשונה של 2002, גם בסוף 1998 אין באפשרותנו להצביע על המודל שמוזהה נכון יותר את פרמיית סיכון שער החליפין באותה התקופה.

לעומת הפערים בפרמיית הסיכון הנאמדת בשיטות השונות בשני האירועים שצינו לעיל, בולטת העלייה בפרמיית הסיכון שנרשמה במחצית הראשונה של 2003 בכל ארבעת המדדים. המשך הפחתת ריבית בנק ישראל ועצירת מגמת הייסוף שנרשם בחודשים מרץ עד יוני תחזיר ככל הנראה את פרמיית הסיכון לרמות שנרשמו לאורך תקופת המדגם.

בעבודה זו אמדנו את פרמיית הסיכון של שער החליפין - הפער בין שער ה-forward לתוחלת שער החליפין העתידי - באמצעות ארבע שיטות שונות. בתקופת המדגם, (1992 עד 2003) החופפת ברובה את תקופת הדיסאינפלציה, פרמיית הסיכון נעה בתחום רחב ובממוצע עומדת על 1.7 אחוזים במונחים שנתיים. בתקופות של פיחותים חדים אין "הסכמה" בין השיטות השונות לגבי פרמיית הסיכון עובדה המצביעה על הקושי בזיהוי פרמיית הסיכון בכל יחידת זמן.

כידוע, מתן תחזית להתפתחות שער החליפין שהיא מוצלחת יותר מתחזית המבוססת על "מהלך מקרי" הינה משימה קשה ואולי אף בלתי אפשרית ומכאן הקושי באמידת פרמיית הסיכון, שהרי אמידת פרמיית סיכון שער החליפין, בהינתן פערי הריבית בין המטבעות השונים, אקוויולנטית למתן תחזית להתפתחות שער החליפין.

בין אם אמידת פרמיית הסיכון נעשית באופן ישיר ובין אם על ידי אמידת תחזית לשער החליפין, הפערים באמידת פרמיית הסיכון בין השיטות השונות משקפים את ההבדלים במודלים מבחינת אופן בניית התחזית לשער החליפין:

1. מהלך מקרי - התחזית להתפתחות שער החליפין מבוססת על הרמה הקיימת של שער החליפין והנחה לגבי מגמת שער החליפין על פני זמן.

2. Kalman Filter - התחזית להתפתחות שער החליפין מבוססת על ההתפתחות ההיסטורית של שער החליפין, פרמיית הסיכון ופערי הריבית.

3. גרסיה ליניארית - התחזית להתפתחות שער החליפין מבוססת על אמידה ישירה של פרמיית הסיכון באמצעות שונות שער החליפין ועל פערי הריבית.

4. חזאים פרטיים - התחזית להתפתחות שער החליפין מבוססת על ממוצע התחזיות של חזאים פרטיים בשוק. החזאים הפרטיים מבססים את תחזיותיהם על תחזיות לשינויים בריבית, בתנועות ההון, בסיכון המדינה, בתחזיות הצמיחה ובגורמים נוספים המשתנים מעת לעת. יתרונם של החזאים הפרטיים שהם אינם כבולים למודל כלשהו וביכולתם לשנות את תחזיותיהם בהתאם להתפתחויות בשוק.

הפערים בין אמידת פרמיית הסיכון במודלים השונים משקפים את ההבדלים באופן בניית התחזית לשער החליפין. בולטים בעיקר ההבדלים בתקופות בהן בנק ישראל הפחית את פערי הריבית ונרשם פיחות של השקל. תגובה זו של פרמיית הסיכון מעלה חשש כי חלק ממה שאנו מכנים פרמיית סיכון - מתוך הנחה שהציפיות להתפתחות שער החליפין הן רציונאליות - איננו משקף פרמיית סיכון אלא ציפיות לפיחות שאינן עומדות בהגדרה של ציפיות רציונאליות, דהיינו בהינתן האינפורמציה בעת גזירתן הן מוטות.

כצפוי לא ניכרת מגמה לאורך תקופת המדגם - מתחילת משטר האלכסון ועד היום באומדנים לפרמיית הסיכון שנאמדו למעט עלייה בפרמיית הסיכון שנאמדה על פי שונות שער החליפין החל בתחילת 2002. ייתכן כי חלק מעלייה זו אינה "אמיתית" ומשקפת היחלשות של הנחתנו כי החזקת מטבע חוץ מהווה נכס בטוח עבור השחקנים בשוק. במחצית הראשונה של 2003 בולטת עלייה בפרמיית הסיכון של כל האומדים אך סביר כי עלייה זו היא זמנית ואין היא משקפת מגמה כלשהי בפרמיית הסיכון.

נספח A: פיתוח ה-Kalman Filter

נספח זה מציג את פיתוח האלגוריתם לחישוב ה-Kalman Filter. הנספח מבוסס על Harvey (1989) פרק 3.

A.1 המודל

נניח כי המודל מתואר באמצעות הצגת ה-State Space הבאה:

$$(A.1) \quad y_t = Z\alpha_t + d + \varepsilon_t$$

$$(A.2) \quad \alpha_t = T\alpha_{t-1} + c + R\eta_t$$

כאשר (A.1) היא משוואת המדידה (measurement) ו-(A.2) היא משוואת המעבר (transition). y_t הוא וקטור $n \times 1$ של משתנים נצפים, α_t הוא וקטור $m \times 1$ של משתנים שאינם נצפים. הפרעות מקריות בעלי ההתפלגות הנורמלית המשותפת הבאה:

$$(A.3) \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \stackrel{iid}{\sim} N \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} H_{n \times n} & 0 \\ 0 & Q_{g \times g} \end{bmatrix} \right\}$$

להשלמת המודל יש לאפיין את תנאי ההתחלה. נגדיר $a_0 \equiv E_0(\alpha_0)$ וכן $P_0 \equiv Var_0(\alpha_0)$. כמו כן נניח כי a_0 איננו מתואם עם ε_t ו- η_t עבור $t = 0, 1, 2, 3, \dots$. לצורך הנוחות נגדיר:

$$(A.4) \quad a_t \equiv E_t(\alpha_t)$$

$$(A.5) \quad P_t \equiv Var_t(\alpha_t) = E_t[(\alpha_t - a_t)(\alpha_t - a_t)']$$

$$(A.6) \quad a_{t|t-1} \equiv E_{t-1}(\alpha_t)$$

$$(A.7) \quad P_{t|t-1} \equiv Var_{t-1}(\alpha_t) = E_{t-1}[(\alpha_t - a_{t|t-1})(\alpha_t - a_{t|t-1})']$$

בשלב ראשון נניח כי כל הפרמטרים של המודל ($P_0, a_0, Q, H, R, c, T, d, Z$) ידועים. שיטת האמידה תוסבר בסעיף A.4.

A.2 משוואות התחזית

באמצעות משוואת המעבר (A.2) וההגדרות (A.7) עד (A.4), נחשב את התוחלת והשונות של α_t בהינתן האינפורמציה הידועה בזמן $t-1$:

$$(A.8) \quad a_{t|t-1} \equiv Ta_{t-1} + c$$

$$(A.9) \quad P_{t|t-1} \equiv TP_{t-1}T' + RQR'$$

משוואות (A.8) ו-(A.9) נקראות משוואות התחזית.

A.3 משוואות העדכון

על מנת לחשב את a_t ו- P_t עלינו למצוא את ההתפלגות המשותפת של y_t ו- α_t . תחת ההנחה כי α_0 מתפלג נורמלית, בצירוף ההנחה על התפלגות ההפרעות המקריות, משוואה (A.3), מתקבל:

$$(A.10) \quad \begin{pmatrix} y_t \\ \alpha_t \end{pmatrix} / t-1 \sim N \left\{ \begin{pmatrix} Za_{t/t-1} + d \\ a_{t/t-1} \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} F_t & ZP_{t/t-1} \\ P_{t/t-1}Z' & P_{t/t-1} \end{bmatrix} \right\}$$

$$F_t \equiv ZP_{t/t-1}Z' + H \quad \text{כאשר:}$$

מתוך תכונות ההתפלגות הנורמלית ידוע כי אם:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \sim N \left\{ \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} \\ \Sigma_{yx} & \Sigma_{yy} \end{bmatrix} \right\}$$

$$\mu_{x/y} = \mu_x + \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}(y - \mu_y) \quad \text{הרי ש:}$$

$$\Sigma_{xx/y} = \Sigma_{xx} - \Sigma_{xy}\Sigma_{yy}^{-1}\Sigma_{yx}$$

לכן, משימוש בתכונות אלו על (A.10) נקבל:

$$(A.11) \quad a_t = a_{t/t-1} + P_{t/t-1}Z'F_t^{-1}(y_t - Za_{t/t-1} - d)$$

$$(A.12) \quad P_t = P_{t/t-1} - P_{t/t-1}Z'F_t^{-1}ZP_{t/t-1}$$

משוואות אלו הן משוואות העדכון.

בהינתן מטריצות המקדמים H, R, c, T, d, Z, Q , וניחוש התחלתי עבור a_0 ו- P_0 , ניתן לאמוד את הווקטור α_t (המשתנה הבלתי נצפה) על ידי פתרון רקורסיבי של משוואות התחזית ומשוואות המבנה.

A.4 אמידת הפרמטרים

ה-Kalman Filter מבוסס על ידיעת מטריצות הפרמטרים. כמובן שבמציאות לא כל הפרמטרים ידועים ולכן יש לאמוד אותם. כיוון שכבר הנחנו התפלגות עבור המשתנים המקריים ניתן לנצל זאת לצורך אמידה בנראות מקסימלית מבלי להניח הנחות נוספות.

את פונקציית הנראות יש לכתוב עבור y_t כיוון שהוא המשתנה היחיד שנצפה ישירות. מתוך חוקי ההתפלגות המותנה נקבל:

$$L = f(y_1 \dots y_t) = f(y_t / y_1 \dots y_{t-1})f(y_1 \dots y_{t-1}) = f(y_1) \prod_{t=2}^T f(y_t / y_1 \dots y_{t-1})$$

משימוש ב-(A.10) ניתן לחשב את פונקציית הנראות, ולאחר הוצאת log נקבל:

$$(A.13) \quad \log L = -\frac{nT}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |F_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v_t' F_t^{-1} v_t$$

$$v_t \equiv y_t - Za_{t/t-1} - d \quad \text{כאשר:}$$

קצת יש לבחור את הפרמטרים כך שיביאו את (A.13) למקסימום.

נספח B: אמידה באמצעות התכנון המוניטרי השנתי

בגישה זו אנו לוקחים את התחזית לפיחות שער החליפין משני מקורות. עד שנת 1996 אנו משתמשים בשיפוע רצועת הניוד כתחזית להתפתחות שער השקל-סל והחל משנת 1997 אנו לוקחים את התחזית לשינוי בשער החליפין מהניתוח שנעשה במחלקות השונות בבנק ישראל כחלק מהתכנון המוניטרי השנתי. ההפרדה לשתי תקופות נובעת משינוי בהתייחסות של בנק ישראל לרצועת הניוד באמצע שנות התשעים. עד 1995 שער השקל ביחס לסל המטבעות נע סביב רצועת ניוד פנימית בלתי מוכרזת תוך תנודתיות נמוכה ביותר והתערבות כמעט יומיומית של בנק ישראל במסחר במטבע חוץ¹. במהלך 1995 אפשר בנק ישראל ייסוף משמעותי של השקל ביחס לסל ובכך הוא איתת לראשונה על שינוי מדיניותו ביחס לרצועת הניוד. החל מתחילת 1996 בנק ישראל לא מתערב עוד במסחר במטבע חוץ אלא בכדי להגן על גבולות הרצועה. כתוצאה ממדיניות זו היה מקובל במחצית הראשונה של שנות ה-90 להניח אחת משתי הנחות לגבי התפתחות שער החליפין ותוחלת הפיחות הצפוי: (1) שער החליפין יחזור לשער האמצע בתוך שנה, הנחה שמשמעותה שתוחלת הפיחות הצפוי היא שיפוע הרצועה ועוד המרחק של שער החליפין מאמצע הרצועה (2) שער החליפין יישאר במרחק קבוע משער האמצע, כלומר שהפיחות הצפוי שווה לשיפוע רצועת הניוד. חשוב לציין בהקשר זה כי למעשה שיפוע רצועת הניוד הותאם לתנאי המאקרו אחת לתקופה ולמעשה שיקף את התחזיות להתפתחות שער החליפין.

שינוי מדיניות בנק ישראל שאפשרה תנודתיות משמעותית של שער החליפין יחד עם הרחבת הרצועה לאורך השנים, אינה מאפשרת עוד להסתמך על שיפוע רצועת הניוד כתחזית להתפתחות שער החליפין. לכן החל משנת 1997 השתמשנו בתחזיות להתפתחות שער החליפין שנעשו במחלקות השונות לקראת התכנונים המוניטריים השנתיים. התכנון המוניטרי השנתי נערך לקראת תחילת שנה קלנדרית ומטרתו לתת כיוון למדיניות המוניטרית הנדרשת בשנה שבפתח. בחלק מהמודלים על בסיסם נבנית תחזית להתפתחות האינפלציה והפעילות הכלכלית במשק מניחים את התפתחות שער החליפין כמשתנה אקסוגני ובאחרים התפתחות שער החליפין הצפוייה מתקבלת כתוצאה במודל. הנתונים נאספו מתוך התסריטים המרכזיים בתכנונים המוניטריים השנתיים של מחלקת המחקר והמחלקה המוניטרית והחל משנת 2001 מופיעה גם תחזית של מחלקת פעילות המשק במט"ח. אנו מניחים כי תחזית התסריט המרכזי של המחלקות השונות משקפת את תוחלת התפתחות שער החליפין כפי שהיה חזוי על ידי המחלקות השונות. ייתכן כמובן כי התחזיות הללו אינן דווקא משקפות את תוחלת התפתחות שער החליפין אלא משהו אחר, כמו למשל את הנתון השכיח. במקרה כזה פרמיית הסיכון הנגזרת מהתרגיל שאנו עושים תהיה מוטת.

¹ לניתוח מדיניות בנק ישראל באותן השנים ראה בן בסט (1995).

פרמיית הסיכון הנגזרת מההערכות לפיחות השקל בתכנונים המוניטריים השנתיים

שנה	פרמיית הסיכון הנגזרת ביחס לסל המטבעות	הערכה לפיחות על פי שיפוע רצועת הניוד*	פערי הריבית שקל-סל	ריבית סל לשנה	ריבית שקל לשנה
1992	בין 1.2% ל- 1.6%	בין 9% ל- 11.8%	10.2	6.7	16.9
1993	בין -2.4% ל- 2.7%	בין 8% ל- 8.3%	5.6	5.4	11
1994	בין -0.7% ל- 0.6%	בין 6% ל- 7.3%	6.6	4.1	10.7
1995	בין 1.8% ל- 4.3%	בין 6% ל- 8.1%	10.3	6.6	16.9
1996	בין 0.4% ל- 3.4%	בין 6% ל- 9%	9.4	4.7	14.1
שנה	פרמיית הסיכון הנגזרת ביחס לדולר	הערכה לפיחות בתסריט המרכזי**	פערי הריבית שקל-דולר	ריבית דולר לשנה	ריבית שקל לשנה
ינואר 1997	בין 0.1% ל- 4.1%	בין 4% ל- 8%	8.1	5.8	13.9
ינואר 1998	בין -0.6% ל- 0.9%	בין 6% ל- 7.5%	6.9	5.6	12.5
אוקטובר 1998	בין 3.5% ל- 4.2%	בין 2.3% ל- 4%	7.5	4.8	12.3
פברואר 2000	בין 0% ל- 1.1%	בין -1.4% ל- 2.5%	2.5	6.7	9.2
דצמבר 2000	בין -2.3% ל- 0%	בין 1.7% ל- 4%	1.7	6.1	7.8
דצמבר 2001	בין -3.5% ל- -0.7%	בין 3.8% ל- 6.6%	3.1	2.3	5.4
דצמבר 2002	בין -1.5% ל- 2.7%	בין 3.8% ל- 8%	6.5	1.4	7.9

* ההנחה היא שבתום שנה שער החליפין ינוע בין מרכז הרצועה למרחק בו הוא נמצא באותו החודש.
 ** ייתכן שההערכה לפיחות בתסריט המרכזי אינה משקפת את תוחלת הציפיות לפיחות אלא את השכיח.

ביבליוגרפיה

- [1] בן בסט א., 1995, "משטר שער החליפין, המדיניות המוניטרית ויעד האינפלציה", סדרת מאמרים לדיון 10.1995, מחלקת המחקר, בנק ישראל.
- [2] הכט י. (2002), "עקום הפורוורד והציפיות לפיחות: יישום לשער החליפין הנומינלי שקל/דולר", תזכיר פנימי, בנק ישראל, מחלקת פעילות המשק במט"ח.
- [3] הכט י. ולרקין י. (2003) "עקום תשואה שקלית הגלום בעסקאות הפורוורד שקל/דולר מעבר לדלפק", תזכיר פנימי, בנק ישראל, מחלקת פעילות המשק במט"ח.
- [4] שטיין ר. "אמידת שער החליפין הצפוי באמצעות אופציות call על שער הפורוורד", מאמרים לדיון 02.2002, המחלקה המוניטרית, בנק ישראל.
- [5] Arrow K. J., 1971, "Theory of Risk-Bearing," Markham Publishing Company, Chicago.
- [6] Bilson J., 1981, "The Speculative Efficiency Hypothesis," *Journal of Business*, LIV, 435-51.
- [7] Cheung Y. W., 1993, "Exchange Rate Risk Premiums," *Journal of International Money and Finance* 12, 182-194.
- [8] Engel C., 1996, "The Forward Discount Anomaly and The Risk Premium: A Survey of Recent Evidence," *Journal of Empirical Finance* 3, 123-192.
- [9] Fama E. F., 1984, "Forward and Spot Exchange Rates," *Journal of Monetary Economics* 14, 319-338.
- [10] Froot K. A., 1990, "Short Rates and Expected Asset Returns," NBER Working paper No. 3247.
- [11] Froot K. A. and Frankel J. A., 1989 "Forward Discount Bias: Is It an Exchange Risk Premium?" *The Quarterly Journal of Economics* 104, 139-161.
- [12] Garman, Mark B. and Steven W. Kohlhagen, 1983, "Foreign currency option values," *Journal of International Money and Finance* 2, 231-237.
- [13] Hamilton J. D., 1994, "Time Series Analysis," Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [14] Harvey A. C., 1989, "Forecasting, Structural Time Series Models and The Kalman Filter," Cambridge University Press, Cambridge.
- [15] Hodrick R. J. and Srivastava S., 1986, "The Covariation of Risk Premiums and expected future spot rates," *Journal of International Money and Finance* 5 (supplement), 5-21.

- [16] Leiderman L., and Bar-Or H., 2000, "Monetary Policy Rules and Transmission Mechanisms Under Inflation Targeting in Israel," Discussion Paper Series, Research Department, Bank of Israel.
- [17] Longworth D., "Testing The Efficiency of The Canadian-U.S. Exchange Market Under The Assumption of No Risk Premium," *Journal of Finance* XXXVI, 43-49.
- [18] Meese R. and Rogoff K., 1983, "Empirical Exchange Rate Models of The Seventies: Do They Fit Out of Sample?" *Journal of International Economics* XIV, 3-24.
- [19] Pratt J. W., 1964 "Risk Aversion in the Small and in the Large," *Econometrica* 32, 122-136.
- [20] Wolff C. C. P., 1987 "Forward Foreign Exchange Rates, Expected Spot Rates, and Premia: A Signal Extraction Approach," *Journal of Finance* 42, 395-406.