

אמידת ה-NAIRU בישראל כמשתנה בלתי נצפה

טניה סוחוי ועמית פרידמן*

עיקר הממצאים

ה-NAIRU (Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment) – שיעור האבטלה המתיישב עם אינפלציה קבועה – נאמד בעבודה לתקופה שלאחר התכנית לייצוב המשק, כמשתנה מקרי בלתי נצפה, בעזרת State Space Models (SSM). ה-NAIRU מוזהה באמצעות עקומת פיליפס, בהנחה שמהלכו מקרי. מודל מצומצם זה מוגדל בעזרת משוואה המבטאת את ההתמדה של מחזור העסקים. כן נעשה שימוש בשיטה המשולבת, שהציעו לראשונה (1999) Apel and Jansson, כדי לאמוד בו-זמנית את התוצר הפוטנציאלי ואת ה-NAIRU. רווחים בני סמך סביב ה-NAIRU חושבו בעזרת סימולציה.

נמצא, כי להשתנות האבטלה בפועל השפעה מועטת בלבד על ה-NAIRU – שכן הוא היה יציב למדי לכל אורך תקופת המדגם. למשתנים הבלתי נצפים תכונות יציבות במידה המספיקה כדי לצפות בהצלחה את התפתחותם, לפחות לרביע אחד.

השלכות המדיניות של המחקר מוגבלות למדי, בגלל אי-הוודאות המשמעותית באשר לאומדן ה-NAIRU. לא נמצאו עדויות לתופעות של היסטריזיס. לפי האומדנים, תהליך הדיסאינפלציה של שנות התשעים לא גרם למגמה של עלייה ב-NAIRU.

1. מבוא

האבטלה בישראל השתנתה במידה רבה במשך שנות התשעים. זאת כתוצאה השילוב של מחזור העסקים וגל העלייה במחציתו הראשונה של העשור – וכן עקב שינויים מבניים אחרים. בתקופה זו הוביל בנק ישראל משטר של יעד אינפלציה פוחת. לנוכח תמורות אלו סביר שגם בכמה מגורמי היסוד של המשק התרחשו שינויים.

* בנק ישראל, מחלקת המחקר.

המחברים מבקשים להודות לריצ'רד פורטר, לצבי הרקוביץ ולרפי מלינק על ההתדיינות, ליונה רובינשטיין על הערותיו, לרפי אלשיך על הסיוע בתכנות SAS, למשה פלבר על תרגום המאמר לעברית, לכפיר קליש על הסיוע בתרגום ולציפי וייס על הכנת המאמר לדפוס.

התפיסה, שמאחורי ה"מסך" של מחזור העסקים מסתתרים מספר גורמים יסודיים (fundamentals) שבבסיס פעולתו של המשק, היא אחד הרעיונות המרכזיים במחשבה הכלכלית. כמה מהגורמים האלה מוגדרים ומוסברים במודלים כלכליים, אולם העבודה האמפירית שנעשתה כדי לזהותם נתקלה במכשולים רבים. המכשול העיקרי נעוץ באי יכולת למדוד את הגורמים היסודיים, בגלל זעזועים תכופים, המביאים לסטיות משיווי המשקל של הטווח הארוך.

שיעור האבטלה ה"טבעי" הוא אחד המרכזיים שבגורמים מעורפלים אלו. להתחקות אחר משתנה זה מטרה כפולה: למצוא את הגורמים לשינויים בו (כגון מבנה שוק העבודה ותמורות דמוגרפיות) ולהסיק מסקנות לגבי המדיניות הכלכלית – בעיקר בהקשר של התחלופה בין אינפלציה לאבטלה.

תחילה יש להגדיר מהו שיעור האבטלה ה"טבעי". התיאוריה הכלכלית העכשווית מספקת כמה הגדרות לכך (Rogerson, 1997). לפי אחת מהן, זו העומדת במרכזו של מאמר זה, מדובר ב-NAIRU. ה-NAIRU כשמו כן הוא: שיעור האבטלה העולה בקנה אחד עם תהליך אינפלציה יציב, בהעדר זעזועים מצד ההיצע, או בפשטות, שיעור האבטלה שאינו לוחץ על רמת המחירים. דיון מקיף – תיאורטי ואמפירי – בנושא זה הוצג בחוברת מיוחדת של כתב העת *Journal of Economic Perspectives* (1997). לאמידת ה-NAIRU עשויות להיות השלכות על המדיניות, משום שידע עליו מביא להבנה טובה יותר של לחצי האינפלציה – ובעיקר של השפעת גורמים ריאליים, כפער האבטלה, על האינפלציה. הדרך הפשוטה, שלא לומר פשטנית, לחשוב על ה-NAIRU היא להניח ששיעורו קבוע לאורך זמן. כך נהגו לנקוב בארצות הברית במשך תקופה ארוכה, בשיעור של 6% (Blanchard, 1997). דוגמאות מהעת האחרונה של מחזורי עסקים בכמה ממדינות OECD מפריכות את הנחת ה-NAIRU הקבוע. בשנת 2000, למשל, ירדה האבטלה הן בבריטניה והן בארצות הברית, לרמות מן הנמוכות בהיסטוריה, בלא שום סימנים נראים לעין של לחצים אינפלציוניים – התפתחות שניתן לפרשה כירידת ה-NAIRU. בארצות הברית ירד שיעור האבטלה ל-4% – בלוויית לחצים זעירים בלבד על השכר או האינפלציה. אשר לישראל – מעדויות בדבר שינויים ב-NAIRU במהלך התקופה שלאחר הפעלת מדיניות הייצוב עולה המסקנה כי לא רק שה-NAIRU אינו קבוע, הוא גם אינו סטציונארי (יוטב-סולברג, 1997; זוסמן ולביא, 1999).

ישנן כמה אסטרטגיות אפשריות לזיהוי של ה-NAIRU. הדרך המקובלת היא לבנות משוואת מחיר-מחיר, שבה רמת האבטלה משפיעה על האינפלציה. הטלת מגבלות על התהליך האינפלציוני, שתבטחנה את יציבותו, מאפשרת לעשות שימוש במקדמים שנאמדו כדי לגזור את ה-NAIRU. זוהי מסגרת המחקר של יוטב-סולברג (1997), שבו התגלה, כי אפילו כאשר מוטלות מגבלות על התהליך האינפלציוני, נוטה ה-NAIRU לנוע הרבה יותר משניתן לראות כ"מתקבל על הדעת". הפתרון לבעיה זו,

העולה לרוב באותם מודלים, הוא "להחליק" את אומדן ה-NAIRU עד שאי יציבותו תגיע לרמה "סבירה". נראה אפוא כי מסגרת זו פועלת טוב יותר בארצות שבהן שיעורי האינפלציה יציבים (Tulip, 2001).

המחקר הנוכחי נוקט את גישת הרכיבים הבלתי נצפים (Unobserved Components – UC), שעיקרה התייחסות ליסודות שבבסיס פעולתו של המשק – ה-NAIRU, פער האבטלה והתוצר הפוטנציאלי – כלמשתנים בלתי נצפים, שלא ידוע הרבה על הגורמים הקובעים אותם (Apel and Jansson, 1999 – להלן AJ); לפיכך ניתן להניח שהם מקריים, וזיהויים מתאפשר על ידי הנחות בדבר התהליכים הסטוכסטיים המתארים את התפתחותם. המשתנים הבלתי נצפים נחשפים באמצעות מערכת משוואות מזהות, המגדירות את היחס ביניהם לבין משתנים שניתן לצפותם (observed components). משוואות מזהות אלה עשויות להיות מבניות, דהיינו בעלות בסיס תיאורטי כלשהו או, לחלופין, א-תאורטיות, אשר משקפות את ההנחות על התפתחותם של המשתנים על פני זמן.

כדי לאמוד את ה-NAIRU נדרש תיאור מפורט של תהליך האינפלציה. מחקר זה משתמש בעקומת פיליפס בגרסתו של Gordon (1997), שלפיה תהליך זה תלוי בשלושה גורמים ("משולש גורדון"): כוח ההתמדה (האינרציה), הביקוש וההיצע. המסגרת הבסיסית מורחבת על ידי הוספת משוואה המתארת את התפתחות פער האבטלה על פני זמן כתהליך אוטו-רגרסיבי, מה שתואם את הרעיון של מילטון פרידמן בדבר אי-יכולתן של סטיות האבטלה מרמתה הטבעית להפוך לקבועות (Laubach, 2001). מודל זה מורחב למודל האומד בו-זמנית את ה-NAIRU ואת התוצר פוטנציאלי (AJ, 1999).

בשנים האחרונות נעשה שימוש נרחב בגישת הרכיבים הבלתי נצפים (UC). פירוקים סטטיסטיים הוצגו בידי Harvey (1989) ו-Gordon (1997) הציג אומדני NAIRU המבוססים על עקומת פיליפס, ולאחרונה עשה זאת Laubach (2001). שיטה לאומדן משותף של פער התוצר וה-NAIRU העלו לראשונה AJ (1999), וכעת היא משמשת בשירות קרן המטבע הבין-לאומית (IMF) גם לגבי ישראל (Bal-Gundüz, 1999).

במחקר זה נאמד ה-NAIRU באמצעות מודלים שונים. אנו משתמשים בשיטת אמידה איטרטיבית, שבה נאמדים המשתנים הבלתי נצפים בכל שלב בעזרת מסנן קלמן (Kalman Filter), והפרמטרים של משוואות הזיהוי נאמדים בשיטת SUR (Seemingly Unrelated Regression). תהליך זה (בתנאים מסוימים) משפר ברציפות את הפרמטרים של המודל ואת הערכים הצפויים של המשתנים הבלתי נצפים, כפי שמראה ערכה של פונקציית הנראות.

מן התוצאות עולה, כי ה-NAIRU יציב במידה מפתיעה, וכי לשינויים בשיעור האבטלה בפועל הייתה רק השפעה קלושה על רמתו. לעומת זאת אומדני התוצר

הפוטנציאלי משתנים במידה ניכרת, מה שמצביע על השפעתו של גל העלייה. כדי לחשב רווחים בני סמך ל-NAIRU נערכה סימולציה, ותוצאותיה מצביעות על אי-ודאות רבה לגבי אומדני ה-NAIRU והתוצר הפוטנציאלי, כפי שמצא Laubach (2001). מכל מקום, רמת האבטלה הייתה שונה במידה מובהקת מה-NAIRU בשלושה פרקי זמן במהלך התקופה הנסקרת – למשל בשנות הפריחה הכלכלית 1995-1996.

2. המודל

א. ה-NAIRU כרכיב בלתי נצפה

בעקבות המחקרים שהוזכרו לעיל, אנו מגדירים את ה-NAIRU בעזרת עקומת פיליפס, וזאת באמצעות המשוואה שהציע Gordon (1997):

$$(1) \quad \pi_t = \alpha(L)\pi_t + \rho(L)(u_t - u_t^n) + \beta x_t + \varepsilon_t^\pi,$$

כאשר π_t הוא קצב האינפלציה, u_t הוא שיעור האבטלה ו- u_t^n הוא ה-NAIRU. מעניין שהסיבתיות כאן מנוגדת לאינטואיציה: בדרך כלל חושבים על הקשר בין אבטלה לאינפלציה כאפשרות להאיץ את הפעילות הריאלית – והתעסוקה – במשק באמצעות עליית מחירים בלתי צפויה. לעומת זאת, בתיאור הנוכחי משמש פער האבטלה כמשתנה מסביר – כמייצג את עודף הביקוש. כפי שמסביר Gordon (1997), ניתן להצדיק התייחסות זו בממצאים אמפיריים: בבדיקה של סיבתיות גרנג'ר נמצא כי עליית האבטלה גורמת לירידה באינפלציה (1994, King and Watson).

ביקוש היתר מתבטא בפער האבטלה, בעוד שהמשתנים המסבירים הנוספים מבטאים את זעזועי ההיצע. ממשוואה זו משתמע, כי כאשר האבטלה נמשכת בהתמדה מתחת לרמה "טבעית" מסוימת, ושאר הדברים קבועים – יעלה קצב האינפלציה. רמה "טבעית" זו היא ה-NAIRU, המוגדר היטב בהקשר זה אם סכום מקדמי האינפלציה בפיגור שווה ל-1.

בניסוח זה טמונה ההנחה, כי בהעדר זעזועי היצע – ואם האבטלה הטבעית אכן שווה ל-NAIRU – קצב האינפלציה מתכנס לרמת שיווי משקל קבועה לטווח ארוך. הנחה זו אינה תואמת את מגמת האינפלציה בתקופת האומדן (שנות התשעים), בגלל המשטר של יעדי אינפלציה פוחתים באותן שנים. מסיבה זו נאמד המודל בהפרשים ראשונים של אינפלציה.

$$(2) \quad \Delta\pi_t = \alpha(L)\Delta\pi_t + \rho(L)(u_t - u_t^n) + \beta x_t + \varepsilon_t^{\Delta\pi}.$$

מתיאור זה לא משתמעת הנחה בדבר שיווי משקל בטווח הארוך (Bal-Gundüz, 2001) – ולכן הוא יותר מתאים למקרה של ישראל – אף שהוא מגדיר NAIRU בעל

משמעות (AJ, 1999). תיאור חלופי עשוי להידרש לאינפלציה בלתי צפויה, כלומר להפרש בין האינפלציה בפועל לצפויה. במקרה של ציפיות אדפטיביות יהיו שני התיאורים דומים זה לזה. המונח הראשון במשוואה הוא כוח ההתמדה, המבוטא בפיגורים של המשתנה התלוי. תיאור חלופי משתמש בממוצע הנע:

$$(3) \quad \Delta\pi_t = \rho(L)(u_t - u_t^n) + \beta x_t + (1 - \omega(L))\varepsilon_t .$$

ההצדקה לתיאור זה היא אמפירית: המשוואות אינן שוות ערך, אפילו יהא תהליך האוטו-רגרסיבי הפיך, משום שהרכיבים האחרים אינם משתנים. אולם ניתן לשער שתיאור זה מבטא גם את כוח ההתמדה.

חלקו הא-תיאורטי של המודל מניח הנחות לגבי התהליך הסטוכסטי של ה-NAIRU ושל פער האבטלה. עתה נשלים את המערכת בעזרת כמה הנחות אודות דפוסי פעולתם של הרכיבים הבלתי נצפים. משוואה (5) מתארת את התפתחות ה-NAIRU כמהלך מקרי. אמנם, בהיותו מוגבל, לא היה מקום לצפות כי בטווח הארוך יתנהל ה-NAIRU באופן מקרי – נראה כי התהליך המקרי הוא קירוב טוב לתנועות בטווח הקצר. כאמור במבוא, מצאו זוסמן ולביא (2001) עדויות לקיומו של תהליך I(1).

המערכת מורכבת ממשוואות (4) עד (6)¹: החלק התיאורטי של המודל מבוטא על ידי משוואת פיליפס (משוואת המדידה 4), וחלקו הא-תיאורטי מתאר את התהליך הסטוכסטי של התפתחות ה-NAIRU ופער האבטלה (משוואות המעבר 5 ו-6).

$$(4) \quad \Delta\pi_t = \alpha(L)\Delta\pi_t + \rho(L)(u_t - u_t^n) + \beta x_t + \varepsilon_t^{\Delta\pi} .$$

$$(5) \quad u_t^n = u_{t-1}^n + \varepsilon_t^n .$$

$$(6) \quad (u_t - u_t^n) = \delta_1(u_{t-1} - u_{t-1}^n) + \delta_2(u_{t-2} - u_{t-2}^n) + \varepsilon_t^{gap} .$$

גרסה מצומצמת יותר, המורכבת ממשוואות (4) ו-(5) בלבד, זהה למעשה למודל של Gordon (1997). ממודל כזה מתקבל NAIURU תנודתי מאוד, אלא אם כן מוטלת מגבלה על ε_t^n . במקרה הקיצוני תנודתיות זו מוגבלת ל-0, וה-NAIRU קבוע; במקרים אחרים נדרשת "החלקתו" של ה-NAIRU. ה-NAIRU "המוחלק" בתיאור האמור הוא בגדר הנחה, לא ממצא. כדי להימנע מקושי זה, הורכבה מערכת מורחבת – עם

¹ למעשה נסגרת המערכת בעוד משוואה - זהות המגבילה את סכום הרכיבים הבלתי נצפים כדי שיהיו שווים לאבטלה בפועל – מה שכופה על הפירוק להיות עקבי. (ראו נספח ב').

משוואה (6). בתיאור זה נדרש פער האבטלה לנוע בתהליך אוטו-רגרסיבי. הואיל והפרמטרים של משוואה זו נאמדים בו-זמנית בלא מגבלות, התהליך אינו חייב להיות סטציונארי. למרות זאת, המערכת המורחבת אומדת NAIURU יציב, בלי מגבלות ישירות נוספות. יתירה מזו, מאומדן ה- δ עולה שפער האבטלה סטציונארי – אף כי תוצאות מבחן ה-ADF שנערך לסדרות שנאמדו לא היו חד-משמעיות. במשוואה (6) יש גם היגיון כלכלי, משום שקשיחיות בשוק העבודה המונעות התאמת מחירים יכולות לגרום להתמדה בפער האבטלה. המשוואה מטילה מגבלה עקיפה על תהליך ה-NAIURU, וכך שוב אין צורך בהנחות ישירות אודות תנודתיות ה-NAIURU כדי להחליקו.

ב. התפוקה הפוטנציאלית כרכיב בלתי נצפה

המערכת דלהלן מבצעת פירוק סטטיסטי של התוצר בפועל. משוואת המדידה היא זהות (בלי רכיב של שארית) המגדירה את התפוקה בפועל כסכומם של שני רכיבים – התוצר הפוטנציאלי ופער התוצר. משוואות המעבר (transition equations) (8) ו-(9) מגדירות את התכונות הסטוכסטיות של המשתנים הבלתי נצפים. ההנחה היא כי התוצר הפוטנציאלי (משוואה 8) נע בהילוך מקרי + "סחיפה" (random walk plus drift), בעוד שלגבי פער התוצר מניחים כי הוא תהליך אוטו-רגרסיבי מסדר שני (AR(2), משוואה 9), מה שמבטא את ההתמדה במחזור העסקים. גם (de 1998) Brouwer אמד מערכת זו. כן נאמד תהליך AR(2) בלי מגבלות על השאריות.

$$(7) \quad y_t = y_t^p + y_t^{\sigma\epsilon} .$$

$$(8) \quad y_t^p = y_{t-1}^p + d + \epsilon_t^p .$$

$$(9) \quad y_t^{\sigma\epsilon} = \phi_1 y_{t-1}^{\sigma\epsilon} + \phi_2 y_{t-2}^{\sigma\epsilon} + \epsilon_t^{\sigma\epsilon} .$$

הפרמטרים שנאמדו ($\phi_1 = 0.59, \phi_2 = 0.19$) מראים שפער התוצר מתואר על ידי תהליך סטציונארי. מערכת זו מפרקת את התוצר לתהליך פרמננטי (התוצר הפוטנציאלי) ותהליך טרנזיטורי (פער התוצר)². הווה אומר, שהזעזועים לתוצר הפוטנציאלי קבועים, ואילו הזעזועים לפער התוצר חולפים (יכין ומנשה, 2001).

ג. מערכת בו-זמנית ל-NAIURU ולתוצר הפוטנציאלי

AJ (1999) הראו לראשונה כי ניתן לאמוד בו-זמנית את ה-NAIURU (ולכן את פער

² פירוק זה אינו יחיד, והוא תלוי בערכי ההתחלה של P .

האבטלה) ואת התוצר הפוטנציאלי (ולכן את פער התוצר). להלן נתאר מודל מורחב זה.

המונח "תוצר פוטנציאלי" אינו מוגדר היטב, שכן הוא משקף, בין השאר, את אופיו הרב-משמעי של המונח "שיעור טבעי". יכין ומנשה (2001) הציגו סקירה ממצה של נושא זה. בעבודתנו פער התוצר הוא זה המתיישב עם פער האבטלה הנגזר מה-NAIRU – ופירושו של דבר שרמת התוצר הפוטנציאלי היא הרמה שאינה גורמת לחצים אינפלציוניים.

המערכת קושרת את ה-NAIRU והתוצר הפוטנציאלי, בהרחיבה את מספר משוואות המדידה ל-2, וזאת על ידי שימוש ב-Okun's law (משוואה 11), המייחס את האבטלה המחזורית לתוצר המחזורי. הואיל ונוסף משתנה בלתי נצפה חדש, יש צורך בהנחה נוספת אודות התהליך הסטוכסטי המתאר את התפתחותו על פני זמן. לכן השלמת המערכת מושגת על ידי הרחבת משוואות המעבר, בעזרת משוואה המתארת את התפתחות התוצר הפוטנציאלי כמהלך מקרי בתוספת "סחיפה" (משוואה 14). ה"סחיפה" מבטאת את גידול כוח העבודה וכן את השיפורים בפריון ואת גידולו של מלאי ההון.

$$(10) \quad \Delta\pi_t = \alpha(L)\Delta\pi_t + \rho(L)(u_t - u_t^n) + \beta\pi_t + \varepsilon_t^{\Delta\pi} .$$

$$(11) \quad y_t = y_t^p + \gamma_1(u_t - u_t^n) + \gamma_2(u_{t-1} - u_{t-1}^n) + \varepsilon_t^y$$

$$(12) \quad u_t^n = u_{t-1}^n + \varepsilon_t^n$$

$$(13) \quad (u_t - u_t^n) = \delta_1(u_{t-1} - u_{t-1}^n) + \delta_2(u_{t-2} - u_{t-2}^n) + \varepsilon_t^{\varepsilon^{\Delta\pi}}$$

$$(14) \quad y_t^p = y_{t-1}^p + d_t + \varepsilon_t^p$$

3. שיטת האמידה

כדי לאמוד את הפרמטרים במערכת נכתב מודל בצורה של State Space Form (SSF). צורה זו מתארת את המערכת הדינמית של המשוואות בשני חלקים: משוואות המדידה ומשוואות המעבר או המצב.

משוואות מדידה מתארות את תלותם של הרכיבים הנצפים (במקרה שלנו – האינפלציה והתוצר) בסדרה של משתנים, שחלק מהם בלתי נצפים (משתני מצב) ואחרים הם נצפים (אקסוגניים). משוואות אלו נשענות על בסיס תיאורטי (ולכן "מבני") או על זהויות. (נקודה זו תובהר בסעיפים הבאים.)

$$(15) \quad Y_t = H Z_t + B X_t + \xi_t ,$$

כאשר Y_t הוא וקטור של n משתני תגובה (תלויים) נצפים בזמן t ;
 Z_t הוא וקטור של m מרכיבי (מצב) בלתי נצפים בזמן t ;
 H הוא מטריצת מדידה, בהנחה שהיא קבועה בזמן ;
 X_t הוא וקטור של k משתנים אקסוגניים או עם מטריצת מקדמים B ;
 ξ_t הוא וקטור של הפרעות בלתי מתואמות עם $E(\xi_t) = 0$ ו- $Var(\xi_t) = R$;
משוואת המעבר מתארת את התפתחות הרכיבים הבלתי נצפים לאורך זמן, כלומר את השתנותם בין תצפית $t-1$ ל- t . משוואת המעבר מבוססת על סדרת הנחות א-תיאורטיות, שכן המידע שבידינו אודות הגורמים הקובעים את ההתפתחות האמורה מוגבל (AJ, 1999). הנחות אלה – בהן ההנחה על התפתחות התוצר הפוטנציאלי – נשענות על בסיס כלכלי, וניתן לבחון את סבירותן.
משוואת המעבר מתארת את התהליך הדינמי של התפתחות הרכיבים הבלתי נצפים Z_t , ומנוסחת כתהליך מרקוב מסדר ראשון:

$$(16) \quad Z_t = F Z_{t-1} + \eta_t ,$$

כאשר F היא $m \times m$ מטריצת מעבר, בהנחה שהיא קבועה בזמן ;
 η_t הוא וקטור של הפרעות ללא קשר סדרתי עם $E(\eta_t) = 0$ ו- $Var(\eta_t) = V$;
ה-SSF למערכת המשוואות (11) עד (16) ניתנת להלן. (מעריך שלם של SSF לכל המודלים המשמשים במחקר הנוכחי מוצג בנספח ב').

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ u_t \\ \Delta \pi_t \end{bmatrix}, \quad Z_t = \begin{bmatrix} y_t^p \\ u_t^n \\ u_t - u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ d_t \end{bmatrix}.$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_1 & \rho_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$X_t = \begin{bmatrix} \Delta\pi_{t-1} \\ \Delta\pi_{t-2} \\ \dots \\ x_t^1 \\ x_t^2 \\ \dots \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \beta_1 & \beta_2 & \dots \end{bmatrix},$$

$$\xi_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^y \\ 0 \\ \varepsilon_t^{\Delta\pi} \end{bmatrix}, \quad \eta_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^p \\ \varepsilon_t^n \\ \varepsilon_t^{gap} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

המטרה היא לאמוד את הערכים של משתני המצב Z_t^1, \dots, Z_t^m ($t = 1, \dots, T$) ושל שונותיהם, וכן את מקדמי מטריצות המדידה והמעבר. אילו נצפו Z^1, \dots, Z^m היה ניתן לאמוד את המטריצות H ו-F מייד באמצעות רגרסיה. אילו היו מטריצות המערכת H, F, R, V ידועות, הרכיבים הבלתי נצפים Z_t^1, \dots, Z_t^m היו ניתנים לחישוב באיטרציה אחת של מסנן קלמן. (לתיאור מלא של המסנן והמחליק של קלמן ראו נספח ג').

כדי לאמוד בו-זמנית את משתני המצב ואת מטריצות המקדמים נעשה שימוש באלגוריתם EM (Estimation Maximisation) של Engle (1983). הרעיון בבסיס שיטה זו הוא למרב את פונקציית הנראות הצפויה בעזרת שיפור הפרמטרים הבלתי ידועים ומשתני המצב הבלתי נצפים, ובעזרת מידע על שני המומנטים הראשונים שלהם. פירושו של דבר הוא, כי המירוב של פונקציית הנראות אינו מושג במישרין (על ידי גזירתו) אלא בעקיפין צעד צעד.

פונקציית הנראות L של הפרמטרים הבלתי ידועים ב-(15) ו-(16) תלויה בהפרעות
 $Y_t - E(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1, X_t, \dots, X_1)$ ובשונויותיהן C_t :

$$L(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |C_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (Y_t - HZ_{t-1} - BX_t) C_t^{-1} (Y_t - HZ_{t-1} - BX_t)'$$

כאשר θ הוא הווקטור של הפרמטרים הבלתי ידועים. ההפרעות ושונותיהן חושבו על ידי מסנן קלמן.

אחרי שחושבו ערכי הפרמטרים, מתבצעת אמידה נוספת של משתני המצב בעזרת מסנן קלמן – אשר מפיק סדרה משופרת של משתני מצב, Z^1, \dots, Z^m , ושונותיהם. זהו שלב האמידה של האלגוריתם.

התהליך מתחיל על ידי "ניחוש" המטריצות הראשוניות H, F, R, V וערכי התחלה לממוצע ולשונות של משתני המצב. המעבר הראשון במסנן של קלמן מפיק את Z^1, \dots, Z^m בחיזוי בן צעד אחד, כלומר Z_{t-1} . בעוד שהמערכת (15)-(16) תופסת לגבי הערכים הצפויים על תנאי Z_t , ניתן להעריך את האחרון על ידי שימוש בהליך ההחלקה (מחליק קלמן), המחשב לאחור את

$Z_{tT} = E(Z_t | Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1, X_T, X_{T-1}, \dots, X_1)$ ואת מטריצות ממוצע ריבוע הטעויות שלהם $P_{tT} = \text{var}(Z_t | Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1, X_T, X_{T-1}, \dots, X_1)$. הערכים Z_{tT} הם האומדנים המיטביים לערכים הצפויים של Z_t , על סמך המידע המצוי עד T וסדרת הפרמטר θ . הליך ההחלקה מורץ אחורנית, מהתצפית האחרונה של כל משתנה Z ועד לראשונה.

אחרי שנוצרו ה- Z , ניתן להתייחס אליהם כאל משתנים נצפים "רגילים", ולבצע את המקסימיזציה. כאשר אין מגבלות במערכת, אפשר להסתפק באומדני שיטת הריבועים הפחותים, כלומר:

$$H = (Z'Z)^{-1}(Z'Y) + (Z'X)(X'Y), \quad B = (X'X)(X'Y) + (X'Z)(Z'Y)$$

$$F = (Z'_{-1}Z_{-1})^{-1}(Z'_{-1}Z)_{-1}$$

כאשר Z הוא וקטור של משתני מצב מוחלקים, $Z_{tT}^1, \dots, Z_{tT}^m$ ($t = 1, \dots, T$), Z_{-1} הוא וקטור של ערכיהם בפיגור.

במקרה שלנו ישנן במערכת מגבלות פרמטר, כגון 0 ו-1 במטריצות H ו-F. כמה מן המשוואות במערכת שלנו מוגבלות לחלוטין, בלא כל דרגת חופש.

בהנחה שייתכן קשר בין שאריות במשוואות מוגבלות בחלקן לבין אלה במשוואות שאינן מוגבלות כלל, אנו פותרים בכל חזרה מערכת SUR מצומצמת, הכוללת רק משוואות מדרגה מלאה.

במילים אחרות: כאשר ישנן $n + m$ משוואות – מהן l מוגבלות לחלוטין – אנו רכיבים בכל חזרה מערכת SUR, ובה $n+m-l$ משוואות, ומקבלים מטריצות "מצומצמות" H^* , F^* ו- B^* . כדי להשלים שלב זה, מוגדלות המטריצות על ידי הצבה-מחדש של כל המגבלות.

משעודכנו הפרמטרים של H , F ו- B , ולרשותנו סדרה חדשה של שאריות, ξ_t ו- η_t , יחד עם מטריצות השונות שלהן, R ו- V , אפשר לאמוד וקטור חדש של משתני מצב על ידי מסנן קלמן – וכך לבנות מערכת של Z משופרים. לפיכך, חזרה אחת על אלגוריתם EM כרוכה באמידת משוואות SUR (שלב המקסימיזציה), במעבר אחד במסנן קלמן (המחשב גם את הערך החזוי של משתני המצב צעד אחד קדימה) וכן במעבר אחד במחליק קלמן, האומד את משתני המצב על סמך האינפורמציה שבמדגם. התהליך מתכנס כשהשינויים היחסיים בפרמטרים, בפונקציית הנראות ובמשתני המצב אפסיים. הניסיון מלמד כי שיטה זו רגישה לכמה ערכי התחלה, ולגבי אחרים היא מגלה יציבות. כך למשל, גם כאשר הניחושים אודות הממוצע של ערכי Z שונים (ניסינו אפילו וקטור אפס), הגענו להתכנסות סמוך לאותה סביבה. חוסר רגישות נרשם גם לערכי ההתחלה של מטריצת המעבר F ומטריצת המדידה H .

ערכי ההתחלה של מטריצות השונויות (R ו- V) תלויים גם בהנחות ההתחלתיות ביחס למקדמי B , המבטאים את השפעתם של המשתנים האקסוגניים. ערכי ההתחלה של מטריצות אלו חושבו באמצעות גרסיה פשוטה בהנחה שה-NAIRU היה קבוע לאורך הזמן ושווה לממוצע האבטלה במדגם.

השיטה נוטה להיות רגישה למדי לשונות הראשונית של ה- Z . הפתרון לבעיה זו נמצא על ידי שימוש ב-diffuse prior (Harvey, 1989), שיטה המחשבת את השונויות הראשוניות בתנאים של העדר סטציונאריות – בהנחה שהשונויות אינן-סופיות. התוצאות מצדיקות גישה זו, משום שכמה מהערכים העצמיים של מטריצת המעבר F קרובים ל-1. לחלופין, ניסינו להגדיל את השונויות עד שהגענו להתכנסות – אלא שהתברר כי שיטה זו פחות מוצלחת מקודמתה מבחינת מהירות ההתכנסות. הסיבה להבדל זה היא שאין בידינו ניחוש טוב אודות השונות היחסית של משתני המצב.

4. התוצאות

ה-NAIRU בעבודה זו נאמד על ידי שלושה מודלים. הראשון (להלן V1) הוא הגרסה הבסיסית, שהורכבה ממשוואות (4) ו-(5) בלי פער האבטלה כמשתנה מצב. המודל השני (V2) נוקב בפער האבטלה כתהליך אוטו-רגרסיבי (משוואות 4 עד 6), והשלישי (V3) הוא מודל מהטיפוס שהציעו AJ (1999). סדר זה איננו מקרי, שכן למעשה כל מודל מקונן (nested) בזה שבא אחריו. כן מוצגים פירוקים סטטיסטיים של התוצר. סעיף זה ערוך כדלקמן: תחילה מובא תיאור קצר של הנתונים. לאחר מכן עובר הדיון לתוצאות שני המודלים החלקיים של ה-NAIRU, ומשם לתוצאות המודל

המשותף לאמידה בו-זמנית של ה-NAIRU והתוצר הפוטנציאלי. לבסוף נערכת השוואה בין הפרמטרים של המודל בגרסאות השונות.

אנו משתמשים בנתונים רבעוניים לתקופה מתחילת 1987 עד תחילת 2001. הואיל ובבסיס המודל קיימת הנחה, כי האינפלציה נקבעת – לפחות חלקית – בהשפעת גורמים ריאליים, נכללת במדגם רק התקופה שלאחר יישום מדיניות הייצוב, שכן ברור, כי קודם לכך הובילו את התהליך האינפלציוני כמעט אך ורק גורמים נומינליים³. $\Delta\pi$ הוא ההפרש השני של הלוג הטבעי של מדד המחירים לצרכן מנוכה עונתיות⁴. שיעור האבטלה הוא שיעור משורשר (עקב שינוי הגדרה ב-1995) ומתוקן בגין עונתיות. זעזועים בצד ההיצע מבוטאים במחיר היחסי של היבוא ללא דלק ויהלומים, ושל הדלק, בסטיות של פרויקט העבודה ממגמתו ובחלקם של העולים החדשים בגידול האוכלוסייה. בין המשתנים האחרים שנבחנו נכללים שער החליפין הריאלי שמפרסמת קרן המטבע הבין-לאומית (RER)⁵ ושיעור הריבית. תיאור מלא של הנתונים מובא בנספח הנתונים א'.

בלוח 1 מוצגות תוצאות החישובים במודלים השונים. האסטרטגיה לבחירת המודלים התבססה על יציבותם (רגישות לתנאי התחלה), וכן על היכולת לנכות את השפעת פער האבטלה על האינפלציה. מסיבה זו נכללו אפילו פיגורים לא-מובהקים של פער האבטלה⁶ – שניכרו גם השפעות אפשריות על הרמה (המחירים) ולא רק על שיעור השינוי (AJ, 1999). לעומת זאת ננקט "עקרון הצמצום" בעת בחירת המשתנים האקסוגניים⁷. המודלים נאמדו באמצעות שימוש בשני מִפרטים חלופיים: מִפרט אוטו-רגרסיבי, שבו מבוטא כוח ההתמדה על ידי 4 פיגורים של $\Delta\pi$, ומִפרט שבו כוח ההתמדה מבוטא על ידי הממוצעים הנעים של השאריות. כאשר השתמשנו בפיגורים של המשתנה התלוי, התייחסנו אליהם כאל משתנים אקסוגניים "רגילים"⁸.

האומדנים, כפי שהם מוצגים בלוח 1, תואמים את התיאוריה הכלכלית. סכומי המקדמים של פער האבטלה במשוואה של עקומת פיליפס ($P1$ ו- $P2$) שליליים בכל המיפרטים, וכן גם סכומו של המקדם במשוואה של חוק אוקון (ב- $V3$). ממקדמי מטריצת המעבר משתמע, שתהליך פער האבטלה סטציונארי. הרחבת המערכת כרוכה

³ אף כי זוסמן ולביא (1999) מצאו, שאפילו בתקופת האינפלציה הדוהרת (1975-1985) הייתה השפעה גם לגורמים ריאליים.

⁴ לניכוי עונתיות השתמשנו בשתי שיטות: SABL וגם $X12$. בשתי שנותיו הראשונות של המדגם התגלו הבדלים בולטים בין הסדרות המנוכחות. אחרי 1989 ההבדלים זניחים.

⁵ אף כי משתנה זה שימש כזעזוע היצע בכמה מחקרים קודמים, הרי שער החליפין הריאלי עשוי לשקף גם זעזועי ביקוש.

⁶ המטרה אינה לבנות את משוואת המחירים הטובה ביותר (למשל במונחים של R^2_{adj}) אלא לאמוד את הרכיב הבלתי נצפה.

⁷ AJ (1999) ו-Bal Gundüz (2001) נקטו אסטרטגיה שונה: אצלם המערכת כוללת 5 פיגורים של כל המשתנים האקסוגניים. כאן הטיפול בכוח ההתמדה זהה לטיפול בפער האבטלה.

⁸ להצדקת טיפול זה ראו Harvey (1989) או Hamilton (1994). לחלופין ניתן לטפל במשתנים בפיגור כבמשתני מצב.

לוח 1: תוצאות אומדני המערכת

Parameters	Version				
	V1	V2(AR)	V2(MA)	V3	
Measurement equation (H)	γ_1	-	-	-0.000509	
	γ_2	-	-	-0.011246	
	ρ_1	-0.187071	-0.334002	-0.201102	-0.295034
	ρ_2	-	0.1609596	0.111102	0.1846966
Transition equation (F)	δ_1	-	1.1217391	1.1395334	1.1930171
	δ_2	-	-0.202972	-0.224038	-0.275905
	ω_1	-	-	-0.211654	-0.47757
	ω_2	-	-	-0.2794	-0.477553
Error term variances	$\sigma^2(\varepsilon_t^y)$	-	-	-	0.000099
	$\sigma^2(\varepsilon_t^{\Delta u})$	1.23439	1.24033	0.44071	1.44365
	$\sigma^2(\varepsilon_t^p)$	-	-	-	0.000127
	$\sigma^2(\varepsilon_t^n)$	0.01	0.01769	0.02049	0.0452
	$\sigma^2(\varepsilon_t^{gap})$	1.74649	0.21398	0.20492	0.17764
	$\sigma^2(\varepsilon_t)$	-	-	1.35459	1.04236
Average and st.dev. of unobserved variables	γ_p	-	-	-	11.02 (0.20)
	d	-	-	-	0.01194 (0)
	u_n	8.49 (0.29)	8.44 (0.14)	8.66 (0.19)	8.70 (0.36)
	$(\bar{u}-u_n)$	-0.1 (1.37)	-0.04 (1.50)	-0.27 (1.51)	-0.31 (1.40)
Average SE	γ_p	-	-	-	0.000139
	d	-	-	-	0
	u_n	0.064978	0.261481	0.54929	0.651889
	$\beta(u-\bar{u}_n)$	-	-	0.33331	1.516338
Likelihood	174.688	53.150	58.520	-322.976	
Convergence (iterations)	5	6	13	44	

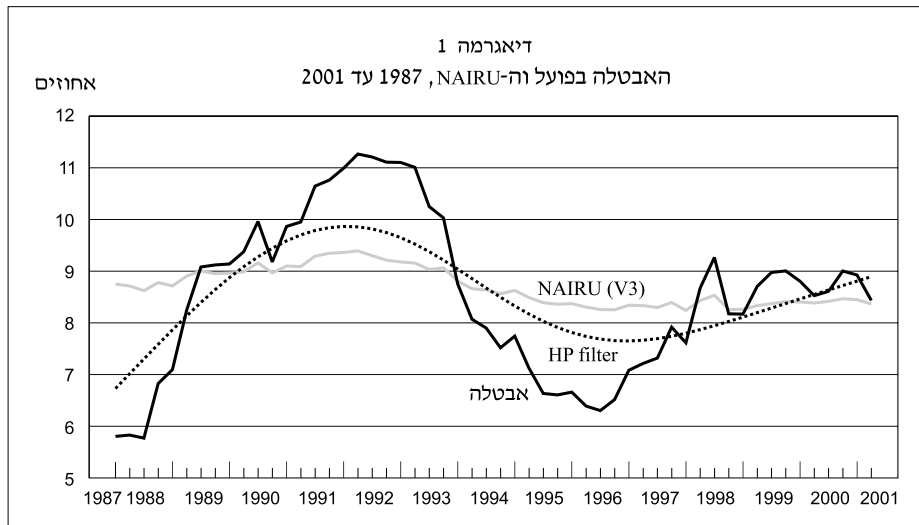
בהגדלת טעויות התקן הממוצעות של הרכיבים הבלתי נצפים, כפי שהן חושבו על פי מחליק קלמן⁹. אומדן השונות של ה-NAIRU נע בין 0.017 לבין 0.045. טווח זה חופף כמה מן הערכים המוגבלים אצל Gordon (1997), שהניח סטיית תקן של 0.2. היות שהמודלים לא נבחרו על פי רמת המובהקות של משתני ההסבר, אנו מציגים, בשלב מאוחר יותר, אומדני משוואות בודדות – שהורכבו על סמך שיקולים מקובלים עם הסטטיסטי t הרלוונטי (לוח 3).

⁹ את ממוצעי טעויות התקן מחשבים על ידי מיצוע החלקים האלכסוניים ב- $P_{t/T}$ עבור $t = 1, \dots, T$ (נספח ג').

א. ה-NAIRU

התוצאה הכולטת ביותר היא יציבותו של ה-NAIRU לכל אורך תקופת המדגם (דיאגרמה 1). אף כי שיעור האבטלה השתנה בתקופה זו, משיא של 11.3% לשפל של 5.8%, הרי – כפי שניתן לראות במשוואה 1 – ה-NAIRU לא השתנה בתקופה זו ביותר מנקודת אחוז אחת¹⁰. תוצאה זו התקבלה ללא מגבלות כלשהן על שונות ה-NAIRU (במודלים V2 ו-V3).

התוצאה השנייה היא, שרמת ה-NAIRU גבוהה למדי. למעשה, בכל המודלים הרמה הממוצעת של ה-NAIRU גבוהה ב-0.1 עד 0.3 נקודת אחוז מהשיעור הממוצע של האבטלה בתקופת המדגם (8.4%). ייתכן שתוצאה זו משקפת את העובדה, כי במשך שנותיה הראשונות של תקופת המדגם עדיין היו גורמים נומינליים שהשפיעו על תהליך האינפלציה¹¹.

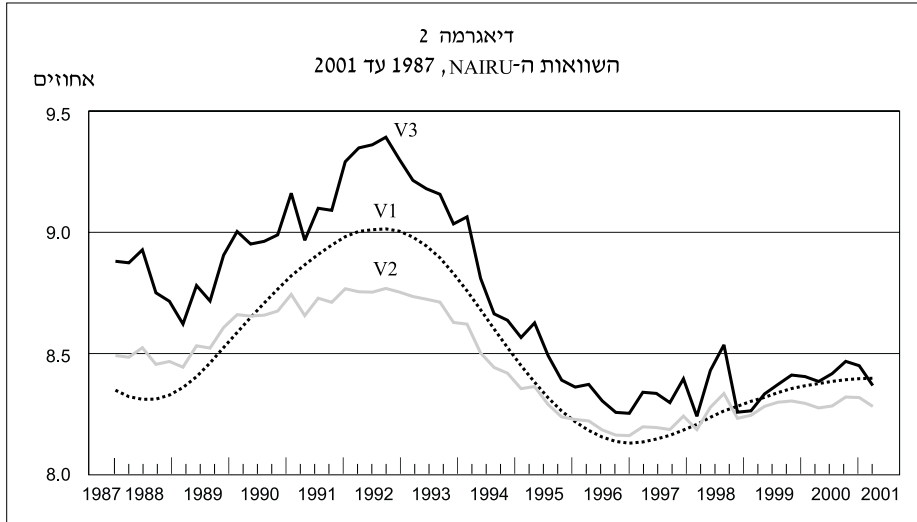


התוצאות שנתקבלו מן המערכות השונות מוצגות להלן. כפי שמראה דיאגרמה 2, שיעורי ה-NAIRU השונים שנוצרו על בסיס המערכות השונות דומים אלה לאלה, עם כמה הבדלים. דפוסו המוחלק של V1 הוא תוצאה של ההנחות בדבר שונותו (הנמוכה) ובדבר התהליך הסטוכסטי. ל-V2 ו-V3 דפוס "קופצני" יותר, תוצאת הפירוק של שיעור האבטלה לשני רכיבים, שהשני בהם – פער האבטלה – נוצר בעקבות תהליך

¹⁰ V1 נשען על ההנחה שה-NAIRU נע בהילוך מקרי. V2 הוא מודל שנוספה לו הנחה אחת, בדבר התהליך של פער האבטלה (AR(2)). V3 הוא מודל AJ מורחב הכולל את התוצר.

¹¹ כפי שמראים זוסמן ולביא (2001), העלייה של כמות הכסף (או, לחלופין, המדיניות המוניטרית כפי שהיא משקפת בשיעור הריבית הריאלי) היא שהובילה את תהליך האינפלציה בשנותיו הראשונות של המדגם.

AR(2) (לא כבמקרה של V1, שבו התנהלותו המקרית של ה-NAIRU הוא ההנחה היחידה). הדבר גורם ל"קפיצות" של ה-NAIRU שכן מערכות אלה מגבילות את פער האבטלה ומחליקות אותו, ולכן תנועותיה של האבטלה בפועל משתקפות יותר ב-NAIRU.



במבט ראשון נראים אומדני ה-NAIRU, במיוחד V1, כאילו הם נוצרו במסנן חד-משתני (univariate) כגון מסנן HP. אך הסתכלות בוחנת יותר בסדרות אלה מגלה כי הן נבדלות זו מזו במידה ניכרת. ההבדל הברור ביותר הוא בממוצע הסדרות: לסדרה שנוצרה על ידי מסנן HP אותו ממוצע שיש לסדרה המקורית, ואילו סדרת ה-NAIRU היא מעל לממוצע. מעניין לבדוק את המיתאמים בין הסדרה שחושבה לזו שנוצרת על ידי מסנן HP.

לוח 2 מראה שלסדרת ה-HP מיתאם גבוה עם סדרת האבטלה המקורית, ואילו לאומדני ה-NAIRU המשתנים מיתאם נמוך יותר. אין זה מפתיע אפוא, כי מקדם המיתאם הולך ופוחת ככל שהמידע הנכלל במערכת רחב יותר. לפיכך, כאשר המידע הוא רק על האינפלציה והאבטלה – מקדם המיתאם עדיין גבוה (אף כי עדיין נמוך מאשר ב-HP, אך המקדם יורד ל-0.66 כאשר מוסיפים את ההנחה שפער האבטלה נע בתהליך אוטו-רגרסיבי ול-0.64 כשמשלבים את התוצר.

לוח 2: מיתאמים בין ה-NAIRU לאבטלה בפועל

	U_hp	U	V1	V2_MA	V3	V2_AR
U_hp	1.00					
U	0.90	1.00				
V1	0.82	0.83	1.00			
V2_MA	0.58	0.66	0.92	1.00		
V3	0.55	0.64	0.91	0.98	1.00	
V2_AR	0.66	0.74	0.95	0.99	0.97	1.00

אף כי יש מיתאם גבוה בין V2 ל-V3, רמותיהם שונות – בעיקר בעשר שנותיו הראשונות של המדגם. הוספת התוצר למערכת V3 מגבירה את התנודתיות של ה-NAIRU וגוררת שינוי בתגובתו לזעזועים. כך, למשל, בשנות התשעים המוקדמות, שיאו של גל העלייה ממדינות ברית המועצות לשעבר, כאשר האבטלה עלתה מעל ל-11%, הגיבה הצורה המורחבת (V3) הרבה יותר לשינויים בשיעור האבטלה בפועל (עלייה 0.5 נקודת האחוז), ואילו לפי הצורה המצומצמת (V2) ה-NAIRU כמעט לא השתנה כתוצאה מגל העלייה: לגבי שנת 1992 יש הפרש של 0.8 נקודת אחוז בלבד בין האומדנים.

ייתכן שהסיבה להבדל הוא שמפני הבאתו-בחשבון של מידע אודות התוצר, "מפרש" המודל את גידול התפוקה ב-1991 כזעזוע פרמננטי – כלומר כגידול של התוצר הפוטנציאלי; כתוצאה מכך מביאה ההתחשבות הישירה בגל העלייה לגידול דרמטי עוד יותר של ה-NAIRU, בלא כל לחצים להורדת מחירים, שכן הזעזוע של גל העלייה גרם לגידול בו-זמני של האבטלה והתוצר גם יחד. נראה אפוא, כי המודל המורחב מטפל טוב יותר בזעזוע של גל העלייה, משום שהעולים מגדילים באורח קבע את כוח העבודה, ומתקבל על הדעת שזעזוע זה גרם לגידול ה-NAIRU בטווח הקצר. לגבי השני שלאחר הצטמצמות גל העלייה ההבדלים בין הגרסאות פעוטים.

ב. פער האבטלה

פער האבטלה הנגזר משקף את מצב מחזור העסקים, וככזה הוא אמור להיות מחזורי. הפרמטרים של מטריצת המעבר F, של כל המודלים שנאמדו, מלמדים כי פער האבטלה סטציונארי, אמנם במידה גבולית¹². נשים לב כי פער האבטלה מנוסח כתהליך AR(2) בלתי מוגבל. גם כשנבדק הפער עצמו לא מתקבלות תוצאות חד-משמעיות. מבחן ADF מראה, כי ניתן לדחות את השערת השורש היחידתי רק בהתבסס על ערכים קריטיים גבוהים (קרוב ל-5%).

¹² כמה מהערכים העצמיים של מטריצת המעבר F שווים ל-1.

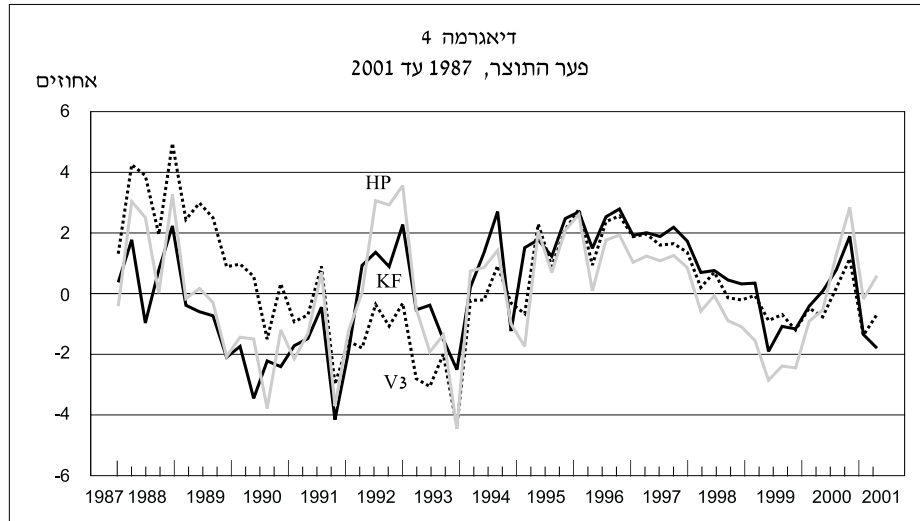


ג. התוצר הפוטנציאלי ופער התוצר

בסעיף זה מוצגים התוצר הפוטנציאלי (דיאגרמה 3) ופער התוצר המחושב, שנגזרו מהגרסה השלישית (מודל AJ). אומדן ה"סחיפה" (drift) הוא 1.2, ומשקף שיעור גידול שנתי של 4.8% בתוצר הפוטנציאלי. את תוצאות המערכת אנו משווים הן לסדרת HP והן לסדרה שנוצרה מהמערכת הבלתי מבנית שבסעיף ב'.

לאומדן פער התוצר מיתאם גבוה עם פער האבטלה, תוצאה לא מפתיעה, שכן פער התוצר – מעצם מבנהו – קשור רק לפער האבטלה. אולם ה-NAIRU שנאמד באמצעות מערכת זו שונה (V3 בדיאגרמה 2). הסיבות לשוני נעוצות במערך המידע, הכולל כעת גם את התוצר בפועל, ובהנחה הנוספת בדבר התהליך הסטוכסטי של התוצר הפוטנציאלי – הכופה מגבלות על התפתחותו של פער התוצר, מה שמשתקף ב-NAIRU דרך משוואה (12).

בדיאגרמה 4 מוצגים פערי התוצר השונים שנגזרו מהמערכת המורחבת (V3), פער התוצר שנגזר מפירוק סטטיסטי טהור (KF) ופער התוצר הנגזר משימוש במסנן HP (HP). ההבדל העיקרי, הבולט לעין, הוא בפירוש לתקופת גל העלייה הגדול של 1992. מ-HP עולה כי הייתה זו תקופה של פריחה רבתי בעסקים, ואילו המודל המשתנה מראה שהתוצר הפוטנציאלי גדל במידה ניכרת במהלך תקופה זו, מה שמוליך למסקנה שהשינוי בתוצר לא היה מחזורי. הפירוק הסטטיסטי (KF) ניצב ביניהם, משום שמודל זה מיטיב ללכוד את זעזועי הקבע יותר מאומדן HP פשוט.



מבט מדוקדק יותר בפערים חושף את התוצאות כדלקמן: המיתאם בין HP לבין KF הוא 0.77, ובין HP לבין V3 הוא 0.54; לפי ה-ACF של אומדן ה-HP, רק שני הפיגורים הראשונים מובהקים, בעוד שב-ACF של השיטות האחרות נכללים 6 או 7 ביטויים מובהקים. מכאן, ששיטות אלה עולות בקנה אחד עם תפיסת "מחזור העסקים", ואילו הפער הנגזר מ-HP אינו מראה מחזור כזה כלל.

ד. רווחים בני סמך

אי-הוודאות ב-NAIRU (ובשאר משתני המצב) היא משני סוגים: הראשון הוא אי-הוודאות הכרוכה באומדני הפרמטרים במטריצות H ו-F. סוג זה של אי-ודאות היה קיים אפילו היו משתני המצב נצפים והמודל היה נשען על שיטות הרגרסיה המקובלות. הסוג השני של אי-הוודאות נובע מהשימוש במסנן קלמן ומשקף את העובדה שהאומדנים של ערכי Z הם תוחלות מותנות של ערכים שלא נצפו. אי-ודאות זו הייתה נותרת בעינה גם לו היו ערכי המטריצות H ו-F ידועים בוודאות. פירוקן של ממוצע ריבוע הטעות \hat{P} לגורמיו מוצג אצל Hamilton (1994; עמ' 397-399).

השאלה היא מהו הציר הסטטיסטי המרכזי שסביבו אפשר לבנות רווח בר סמך אשר יקיף את האומדנים של משתני המצב, וגם יביא בחשבון את שני סוגיה של אי-הוודאות. מובן, ששימוש בערכים החזויים – במקרה כגון זה – יביא לאומדן-יתר של אי-הוודאות, בהתייחסו למקרי טעויות שמחוץ למדגם.

לוח 3: אומדני עקומת פיליפס במשוואה אחת¹

	V1	V1	V2(AR)	V2(AR)	V2(MA)	V3
U_{gap}_t	-0.30 (-2.02)		-0.27 (-2.1)		-0.10 (-2.07)	-0.09 (-2.23)
U_{gap}_{t-1}		-0.24 (-1.60)		-0.22 (-1.65)		
$\Delta\pi_{t-1}$	-0.48 (-3.39)	-0.41 (-2.82)	-0.48 (-3.40)	-0.41 (-2.82)		
$\Delta\pi_{t-2}$	-0.53 (-3.20)	-0.49 (-2.83)	-0.53 (-3.22)	-0.49 (-2.83)		
$\Delta\pi_{t-3}$	-0.25 (-1.67)	-0.26 (-1.77)	-0.24 (-1.68)	-0.26 (-1.77)		
$\Delta\pi_{t-4}$	-0.28 (-2.18)	-0.25 (-1.91)	-0.28 (-2.20)	-0.25 (-1.90)		
$MA(1)$					-0.67 (-4.37)	-0.63 (-4.55)
$MA(2)$					-0.13 (-0.85)	-0.33 (-2.39)
$immigration_{t-1}$	2.24 (2.14)	2.79 (2.47)	2.45 (2.31)	2.83 (2.53)		
$imports_t$		20.81 (2.79)		21.06 (2.83)		
oil_{t-3}	3.91 (2.63)	3.88 (2.63)	4.03 (2.73)	3.89 (2.64)	3.04 (2.34)	2.44 (1.90)
$productivity_{t-1}$	-14.15 (-2.00)	-12.66 (-1.81)	-13.55 (-1.95)	-12.61 (-1.81)		-3.41 (-2.40)
RER_t	-17.8 (-2.80)		-18.77 (-2.97)		-19.14 (-3.23)	-15.82 (-2.50)
R^2_{adj}	0.45	0.44	0.46	0.44	0.43	0.41
DW					1.91	2.05
LM_{test} (probability)	9.01 (0.34)	9.07 (0.33)	8.90 (0.35)	9.56 (0.20)		

¹ רגרסיות אלה נוטלות את הרכיב שלא נצפה (פער האבטלה) אשר נוצר במודלים השונים כמשתנה הסבר "רגיל" שנצפה.

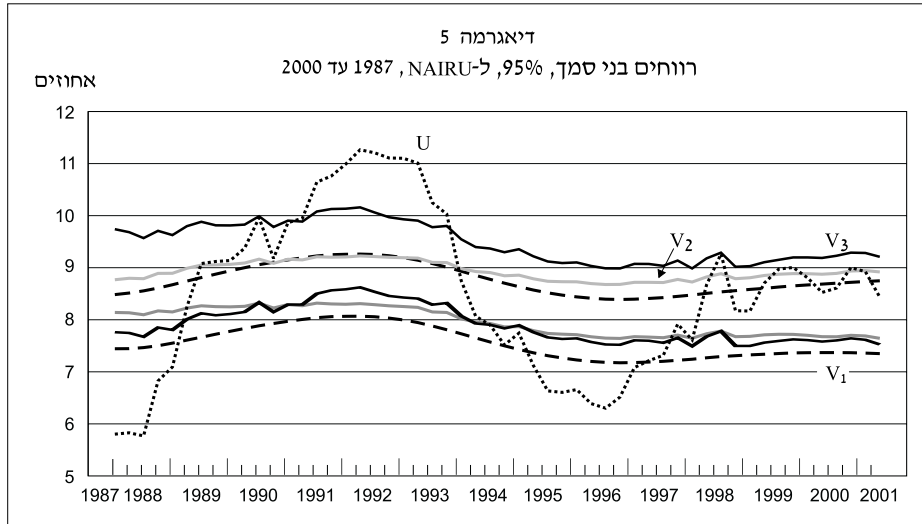
כדי לבנות רווח בר-סמך ל-NAIRU נעשה שימוש בסימולציה בשיטת ה-jackknife¹³. הרעיון בשיטה זו הוא לקצץ את המדגם באמצעות השמטה מקרית של קבוצת תצפיות ולמדוד את ההטיה שנוצרה בסטטיסטי המבחן. יש לצפות כי ההטיה הנמדדת עקב הפעלה חוזרת ונשנית של שיטה זו, אחרי שהיא מנורמלת בדרך מיוחדת (המתוארת בנספח ד'), תתפלג t בקירוב ותהיה הציר הסטטיסטי המרכזי והבטוח לאומדן הרווח בר הסמך (Miller, 1974).

סימולציה זו מאפשרת לקבל מושג על אי-הוודאות המיצרפית האופפת את הרכיבים שלא נצפו באופן ישיר, כלומר בלי לאמוד כל מקור שונות בנפרד. בגלל מיתאם סדרתי בין התצפיות, הרי, במקום לטפל בשורה של תצפיות, החלפנו אותן בממוצעי ה"שכנות" שלהן. "אינטרפולציה" כזאת דומה להשמטת שורה, מפני שהתצפית אשר הותאמה נהייתה בלתי תלויה והיא אינה מכילה מידע חדש כלשהו; השורות שהושמטו נבחרו באקראי. לאחר טיפול זה נאמד המודל מחדש, וכך נתקבלו אומדנים חדשים למשתני המצב, יחד עם מטריצות המערכת החדשות H ו-F. חזרה על תהליך זה 22 פעמים יצרה 22 גרסאות לכל משתנה מצב לכל תאריך. הפרטים של עיבוד הנתונים מתוארים בנספח ד'. תוצאת ניסוי זה מראה, כי רווחי הסמך שחושבו באמצעות סימולציה קטנים בהרבה מאלו הנגזרים מרווחי הניכוי של מסנן קלמן, וזאת אף על פי שהרווח אשר חושב באמצעות הסימולציה כולל את שני סוגי אי-הוודאות האמורים. העקומים בדיאגרמה 5 מציגים את הרווח בר-הסמך ברמה של 95% לשלושת המודלים (V1, V2 ו-V3). התוצר הפוטנציאלי (דיאגרמה 6) חושב על סמך מודל V3. כפי שניתן לראות מהדיאגרמה, אי-הוודאות של אומדני ה-NAIRU תלויה במודל שהשתמשו בו. הרחבת מודל 1 בהוספת משתני מצב מגדילה את אי-הוודאות סביב אומדני ה-NAIRU.

המסקנה העולה ממודל V3 היא, כי האבטלה בפועל שונה באורח מובהק מה-NAIRU רק בשלוש תקופות – מה שמשקף את כוחה המוגבל של גישת הרכיבים הבלתי נצפים. על תוצאות דומות מדווח Laubach (2001); הוא מצא, לגבי רוב הארצות שנבדקו, כי בין 1970 ל-1998 שיעור האבטלה לא חרג במידה מובהקת מה-NAIRU¹⁴. ממצא זה הוביל אותו למסקנה כי "רק לעיתים רחוקות ביותר ניתן להשיב – ברמה המקובלת של ביטחון – לשאלה אם האבטלה בפועל נמצאת, בזמן כלשהו, מעל ה-NAIRU או מתחתיו". במודלים המצומצמים יותר, V1 ו-V2, אי-הוודאות לגבי אומדן ה-NAIRU נמוכה יותר; זוהי תוצאה ישירה וברורה, משום שהרחבת המודל על ידי הוספת רכיבים בלתי נצפים מגבירה את אי-הוודאות.

¹³ תודתנו ל" מוצ'ניק על הצעתו להשתמש בגישה זו.

¹⁴ הדברים אמורים במודל Bivariate עם NAIRU(2), שכנראה מיטיב יותר לבטא את מגמת העלייה באבטלה בארצות שנסקרו. ממודל זה משתמע, שה-NAIRU נע בתוך הרווח בר הסמך – לאורך התקופה כולה – בקנדה, בצרפת, באיטליה ובאוסטרליה, ואילו בגרמניה, בארצות הברית ובבריטניה הוא היה שונה במובהק משיעור האבטלה בפועל, לפחות פעם אחת.



תמונת הראי של אי-הוודאות באשר לאומדני ה-NAIRU משתקפת באומדני התוצר הפוטנציאלי. שוב, נראה כי התוצר בפועל היה שונה במובהק מן התוצר הפוטנציאלי רק בשלוש תקופות. כך, למשל, שיעור הצמיחה הגבוה במהלך שנת 2000 מצוי עדיין בתחום התוצר הפוטנציאלי.



ה. השפעות המדגם

אף כי תקופת המדגם שישמשה לאומדן קצרה יחסית, עדיין ניתן לתהות אם אמנם היה מקום להנחה בדבר אופיים היציב של הקשרים בין המשתנים; ובמילים אחרות – אם מטריצות המערכת של F ו-H אינן משתנות בזמן.

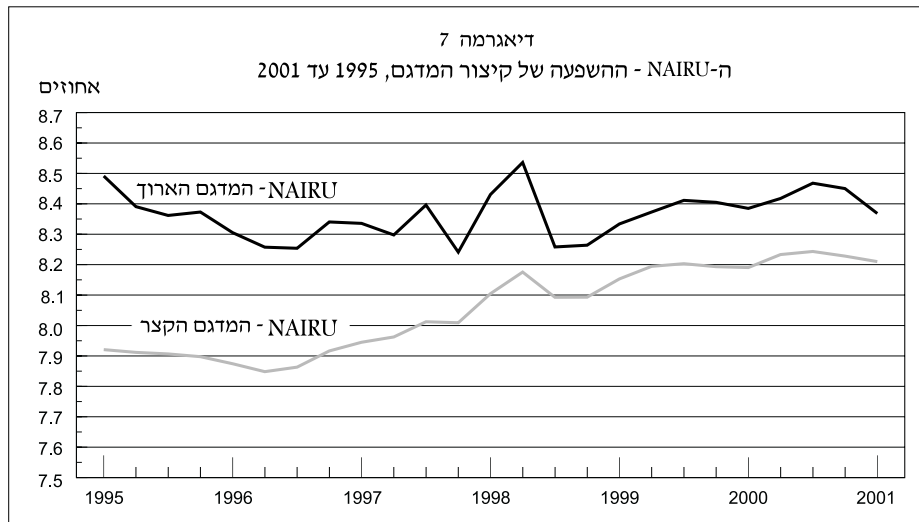
במהלך התקופה האמורה (1987-2001) אכן התחוללו במשק כמה תמורות מבניות – בעיקר בשוק העבודה. הואיל וקביעת השכר היא אחד האפיקים לפעולתה של עקומת פיליפס, מעוררות תמורות אלה את השאלה אם השפעתו של פער האבטלה על המחירים אמנם השתנתה.

גל העלייה חולל שינויים גדולים בשוק העבודה. זעזוע זה בצד ההיצע צמצם את כוח המיקוח של העובדים, הן במישרין ובעקיפין, מפני שרוב העולים החדשים היו עובדים לא-מאורגנים, שהחלישו את עוצמתם של האיגודים המקצועיים. כנגד זאת הפכה מדיניות תשלומי ההעברה נדיבה יותר, מה שקיזז את השפעת העלייה על שכר הסף, והותיר את ההשפעה הכללית על ה-NAIRU בבחינת נעלם.

על השפעות אלה נוסף, במרוצת שנות התשעים, גידול מרשים של מספר העובדים הזרים. ייתכן שלכל הגורמים הללו הייתה השפעה גם על שיעור ההשתתפות בכוח העבודה. כדי להעריך השפעות אלו אמדנו את ה-NAIRU גם לתת-מדגם, שראשיתו ב-1995 – התקופה שלאחר העלייה המאסיבית. מן התוצאות עולה, שכלל השפעתו של פער האבטלה על המחירים נותר דומה, אף כי מבנהו של הפיגור שונה: בתקופה זו השינויים בקצב האינפלציה רגישים הרבה יותר לפער האבטלה ה-בו-זמני, ואילו בתקופת המדגם כולה הפער בפיגור הוא משפיע יותר. ייתכן שזוהי תוצאה של שוק עבודה גמיש יותר.

מתוצאות האומדן למערכת המורחבת (V3) משתמע, כי האמור תקף גם כאשר למשוואת חוק אוקון (11), שבה נראה כי הקשר בין האבטלה לתוצר הוא בו-זמני ולא בפיגור. ושוב, ייתכן כי ממצא זה משקף שוק עבודה גמיש יותר – שבו שינויים בתוצר מתבטאים מייד בשיעור האבטלה.

בדיאגרמה 7 מוצגת השוואה בין ה-NAIRU שנוצר באמצעות המדגם השלם לבין זה הנגזר מן המדגם החדש, המקוצר, לשנים 1995-2001. לפי התוצאות, הפער בין שתי הגרסאות ברמת ה-NAIRU גבוה יחסית בתחילת התקופה, 1995 – מעל חצי נקודת אחוז. עם זאת נראה שהשיעורים מתכנסים, שכן משנת 1998 עומד הפער על 0.2 נקודת אחוז בלבד. מכל מקום, גם לפי המדגם הקצר, האבטלה בפועל בשנים 1996-1995 הייתה נמוכה משמעותית מה-NAIRU, פער הפועל לעליית מחירים. העובדה שה-NAIRU נמוך יותר במדגם הקצר עשויה לבטא שוק עבודה גמיש.



השפעת המדגם על פער התוצר ניכרת יותר (דיאגרמה 8). חלק מן הסיבה לכך הוא, שפער התוצר אינו חלק כמו ה-NAIRU. מעניין שההבדלים ב-NAIRU (ולכן – בפער האבטלה) אינם משתקפים בפער התוצר. כך, למשל היה פער התוצר במדגמים השונים זהה ברביעי השלישי של שנת 2000, בעוד שה-NAIRU היה שונה, בשל השתנות המקדמים במשוואת חוק אוקון (מטריצה H). עם זאת, ההבדלים בין האומדנים אינם גדולים: ההפרש הגדול ביותר בין הפערים היה קרוב לנקודת אחוז אחת (בתקופת הגיאות של 1996).



1. חיזוי

בסעיף זה מתוארות התחזיות, לרביע אחד של הרכיבים שלא נצפו. כדי לבנות תחזיות אלה, חישבנו את מטריצות המערכת במדגם השלם (בהנחה שהן אינן משתנות לאורך זמן) – ולאחר מכן השתמשנו ב-Kalman predictor לכל תצפית החל מהרביע השלישי של 1997. (ראו נספח ג'). כאשר תת-הסדרה החזויה הושוותה עם הערכים הצפויים (המוחלקים) של משתני המצב שחושבו קודם לכן, נמצא מיתאם מוצלח ביותר בין ה-NAIRU החזוי לבין הביטוי המוחלק שלו בפועל. בדיאגרמה 9 מוצגים, הערכים החזויים של פער האבטלה בצד הערכים בפועל לארבע השנים האחרונות של המדגם. תוצאות אלו מלמדות כי המערכת אכן יציבה ביותר, ומכאן שיש מקום לשקול שימוש בה לחיזוי קצר מועד. ראוי לזכור, כי תוצאות אלה הושגו הודות לשימוש באותן מטריצות מערכת לכל המדגם; מכאן שעדכון המטריצות בכל שלב ושלב ישפר את איכות החיזוי.



5. סיכום ומסקנות

לנוכח השינויים הניכרים בשיעורי האבטלה, בקצבי האינפלציה ובמבנה השוק במהלך שנות התשעים, שאלנו באיזו מידה השתקפו שינויים אלה ב-NAIRU. כדי להשיב על כך אמדנו מודלים שונים, שבהם ה-NAIRU והתוצר הפוטנציאלי הם משתנים בלתי נצפים. משתנים אלה מזוהים הן בעזרת קשרים כלכליים, כגון עקומת פיליפס או חוק אוקון, והן באמצעות הנחות א-תאורטיות אודות התהליכים הסטוכסטיים הקובעים את התפתחותם במהלך הזמן. בעקבות הספרות מהעת האחרונה בתחום זה, פתחנו במודל

פשוט (V1), שאותו מציע Gordon (1997) ובמודל המניח הנחה ישירה על פער האבטלה (V2), שהשתמש בו Laubach (2001). לאחר מכן אמדנו גרסה דומה למודל על פי AJ (1999) – SSM מורחב לאומדן בו-זמני של ה-NAIRU והתוצר הפוטנציאלי (V3).

שילבנו שימוש במסנן קלמן עם אלגוריתם EM שהציעו Watson and Engle (1983), כדי לאמוד את הפרמטרים של המודל (מטריצות המערכת) ואת הרכיבים הבלתי נצפים. נוסף על כך השתמשנו בשיטת סימולציה (טכניקת jackknife) כדי לכמת את אי-הוודאות האופפת אומדנים אלה – לגבי ה-NAIRU והתוצר הפוטנציאלי, משום שמשנתנים אלה אינם נצפים, ומטריצות המערכת הן רק אומדנים (ולכן הן אינן ידועות בוודאות). כיוון שכל מודל מקונן בתוך המודל שאחריו, יש ההזדמנות לבחון את התחלופה בין טיב ההתאמה שלו לבין אי-הוודאות האופפת את הרכיבים הבלתי נצפים.

תוצאות האומדן מלמדות, שמסלול ה-NAIRU יציב יחסית – בלא שום סימני היסטריזיס בשיעור האבטלה בעקבות שיא האבטלה ב-1991¹⁵. מסקנה זו נשענת על מודלים שבהם התנודתיות של ה-NAIRU איננה מוגבלת, ומשמע, שתוצאה זו אינה נובעת ממגבלות ישירות כלשהן במסלול ה-NAIRU – בעוד שהמודל הפשוט (V1) נזקק למגבלה זו כדי להגיע להתכנסות (כמו אצל Gordon, 1997). ה-NAIRU, שנאמד במרוצת התקופה של המדגם, השתנה בתוך רצועה של כנקודת אחוז אחת – בעוד ששיעור האבטלה נע בין 5.8% ל-11.3%. לפער האבטלה הייתה השפעה שלילית על השינוי באינפלציה, כפי שמוצג במשוואת באומדני המשוואות הבודדות של עקומת פיליפס; הדבר מצדיק את השימוש במשוואה כזאת כמשוואת זיהוי, מפני שהיא מכילה מידע חשוב על הרכיבים שלא נצפו.

לשימוש בשיטה של משתנים בלתי נצפים, יש, כתמיד, מחיר: אי-ודאות רבה אופפת את הרכיבים שלא נצפו, ולכן קשה, בדרך כלל, להעריך את מצבו של המשק ברמות הוודאות המקובלות – כפי שאפשר לעשות, למשל, לגבי התקופה 1997-2001. כל זה מוליך למסקנה, שיש להיזהר בגזירת כללי מדיניות המבוססים על אומדני ה-NAIRU.

¹⁵ לפחות ככל שהוא משתקף בשיעור האבטלה. לפי האומדנים, תהליך הדיסאינפלציה במהלך שנות התשעים לא הביא לעלייה ב-NAIRU. עם זאת ייתכן שהמדיניות השפיעה על שיעורי ההשתתפות בכוח העבודה, עקב היסטריזיס בשיעור ההשתתפות.

נספח א': הנתונים

בנספח זה מתוארים המשתנים ששימשו לאומדני המודל. תקופת המדגם היא ינואר 1987 עד אפריל 2001. תדירות הנתונים רבעונית.

משתנים אנדוגניים שנצפו

y – לוג טבעי של התוצר המקומי הגולמי, במחירים קבועים של 1995, מנוכי עונתיות לפי X_{12} .
 Δpai – ההפרש הראשון של הלוג טבעי של מדד המחירים לצרכן כפול 100, מנוכה עונתיות, ברמה רבעונית.
 u – שיעור משורשר של אחוז האבטלה, כפי שדיווחה הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה בכל רביע, מנוכה עונתיות.

משתנים אקסוגניים

rer – ההפרש הראשון של הלוג הטבעי של שער החליפין הריאלי בישראל, כפי שמדווחת היחידה IFS בקרן המטבע הבינ-לאומית.
 mp – ההפרש הראשון של הלוג הטבעי של מדד פאש (בסיס 1991) של מחירי היבוא בדולרים, ללא דלק ויהלומים, מנוכה עונתיות.
 $productivity$ – פריון העבודה, כפי שהוא נמדד כיחס בין התוצר המקומי הגולמי לבין מספר המועסקים (כאשר השימוש הוא בלוג הטבעי של יחס זה). במניין המועסקים נכללים ישראלים, פלשתינאים ועובדים זרים. נתוני המועסקים הישראלים, המתבססים על סקרי כוח אדם, שורשרו באמצעות המדגמים המרובים שלהם. הסדרות העתיות של המועסקים והתוצר המקומי הגולמי מנוכות עונתיות.
 oil – ההפרש הראשון של הלוג הטבעי של מדד פאש (בסיס 1991) של מחירי יבוא הדלק.
 rel_mp – הלוג של מחירי היבוא (ללא דלק ויהלומים) היחסיים, כמדד מחירי היבוא בשקלים ביחס למדד המחירים לצרכן. כדי להמיר את מדד המחירים הדולריים לשקלים נעשה שימוש בשער החליפין היציג. מדדי המחירים לצרכן ומדד מחירי היבוא הם מנוכי עונתיות.
 rel_delek – ההפרש הראשון של הלוג הטבעי של המחיר היחסי של יבוא הדלק; מחושב כיחס בין מדד המחירים השקלי של הדלק לבין מדד המחירים לצרכן. להמרת מדד המחירים הדולרי של הדלק לשקלים השתמשנו בשער החליפין הממוצע.
 $immigration$ – ההפרש הראשון של חלקם של העולים החדשים בגידול האוכלוסייה, כפי שנמדד רבעונית – מספר כניסות העולים ביחס לגידול של כלל האוכלוסייה.
כל הסדרות העתיות הרבעוניות נמצאות בבסיס הנתונים של מחלקת המחקר בבנק ישראל.

נספח ב': תיאור מלא של המודלים

להלן תיאור מפורט של כל המודלים שנאמדו. בכל המודלים שעושים שימוש במוצעים נעים סדרת המשתנים האקסוגניים היא אותה סדרה. במערכות האוטו-רגסיביות יש גם ארבעה פיגורים של $\Delta\pi$. כל המשתנים האקסוגניים מנורמלים לאפס.

1. גרסה 1

משוואות מדידה

$$\begin{bmatrix} u_t \\ \Delta\pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \rho_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t^n \\ u_t - u_t^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\pi_{t-1} \\ \Delta\pi_{t-2} \\ \Delta\pi_{t-3} \\ \Delta\pi_{t-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t^1 \\ x_t^2 \\ x_t^3 \\ x_t^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t^{\Delta\pi} \end{bmatrix}$$

משוואות מצב

$$\begin{bmatrix} u_t^n \\ u_t - u_t^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-1}^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ u_{t-2} - u_{t-2}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^n \\ \varepsilon_t^{gap} \\ 0 \end{bmatrix}$$

בגרסה זו ε_t^n חייב להיות מוגבל.

2. גרסה 2 (AR)*משוואות מדידה*

$$\begin{bmatrix} u_t \\ \Delta\pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t^n \\ u_t - u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\pi_{t-1} \\ \Delta\pi_{t-2} \\ \Delta\pi_{t-3} \\ \Delta\pi_{t-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t^1 \\ x_t^2 \\ x_t^3 \\ x_t^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t^{\Delta\pi} \end{bmatrix}$$

משוואות מצב

$$\begin{bmatrix} u_t^n \\ u_t - u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_1 & \delta_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-1}^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ u_{t-2} - u_{t-2}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^n \\ \varepsilon_t^{\text{gap}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. גרסה 2 (MA)*משוואות מדידה*

$$\begin{bmatrix} u_t \\ \Delta\pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_1 & \rho_2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t^n \\ u_t - u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t^1 \\ x_t^2 \\ x_t^3 \\ x_t^4 \\ x_t^5 \\ x_t^6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t^{\Delta\pi} \end{bmatrix}$$

משוואות מצב

$$\begin{bmatrix} u_t^n \\ u_t - u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_1 & \rho_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-1}^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ u_{t-2} - u_{t-2}^n \\ \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^n \\ \varepsilon_t^{\text{gap}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

במשוואות המדידה אין הפרעה מקרית. ההפרעה ε_t מנוסחת כמשתנה מצב (בלתי נצפה).

**4. גרסה 3
משוואות מדידה**

$$\begin{bmatrix} y_t \\ u_t \\ \Delta\pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_1 & \rho_2 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t^p \\ u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ d_t \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t^1 \\ x_t^2 \\ x_t^3 \\ x_t^4 \\ x_t^5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^y \\ 0 \\ \varepsilon_t^{\Delta x} \end{bmatrix}$$

משוואות מצב

$$\begin{bmatrix} y_t^p \\ u_t^n \\ u_t - u_t^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ d_t \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 & \delta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_1 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1}^p \\ u_{t-1}^n \\ u_{t-1} - u_{t-1}^n \\ u_{t-2} - u_{t-2}^n \\ d_{t-1} \\ \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^p \\ \varepsilon_t^n \\ \varepsilon_t^{gap} \\ 0 \\ 0 \\ \xi_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

במשוואות המדידה אין הפרעה מקרית. ההפרעה ε_t מנוסחת כמשתנה מצב (בלתי נצפה).

נספח ג': מסנן קלמן ומחליק קלמן

צורת הכתיבה של ה-SSM (או ה-SSF - State Space Form) מבחינה בין שני סוגים של משוואות. האחד, משוואות מדידה או איתות (measurement or signal equations), מתאר את תלותם של הרכיבים הנצפים (כגון האינפלציה, התוצר ושיעור האבטלה בפועל) בסדרה של משתנים, שחלק מהם עשויים להיות בלתי נצפים, ואחריהם משתנים אקסוגניים "רגילים". למשוואות בסיס תיאורטי (ולכן "מבני") או שהן זהויות. (ראו נספח ב'). החלק השני, משוואות מעבר או מצב (state or transition equations), מתאר את התהליך הסטוכסטי של הרכיבים הבלתי נצפים. בחלק זה נכללות הנחות א-תיאורטיות, המתארות את דרך התפתחותם של המשתנים הבלתי-נצפים על פני זמן. אף כי כמה מהנחות אלה ניתנות לבחינה אמפירית – כגון זו בדבר התפתחות התוצר הפוטנציאלי, המיוצגת על ידי תהליך של מהלך מקרי +

”סחיפה” (random walk plus drift) – כל ההנחות משקפות את מגבלת ידיעתנו אודות משתנים בלתי-נצפים אלה (AJ, 1999).

ה-SSF מורכב משתי משוואות. משוואת המדידה (או התצפית) מתייחסת לוקטור $1 \times n$ של המשתנים הנצפים y_t , עד α_t , ולוקטור $1 \times m$ של המשתנים הבלתי נצפים:

$$(17) \quad y_t = Hz_t + BX_t + \varepsilon_t .$$

כאשר H הוא מטריצה $n \times m$, ו- ε_t הוא וקטור $n \times 1$ הפרעות סדרתיות בלתי-מתואמות, המקיים $E(\varepsilon_t) = 0$ ו- $Var(\varepsilon_t) = Q_t$. האלמנטים של α אינם נצפים. הוא מטריצה של משתנים אקסוגניים.

משוואת המעבר (או המצב) מתארת את פרטי התהליך הסטוכסטי שייצר את ה- α הבלתי-נצפים כתהליך מרקוב מסדר ראשון.

$$(18) \quad z_t = Fz_{t-1} + R\eta_t .$$

כאשר F הוא מטריצת מעבר $m \times m$. $E(\eta_t) = 0$ ו- $Var(\eta_t) = Q_t$. אל המטריצות H, X, Q, F, R נתייחס כאל מטריצות המערכת. במודלים שאמדנו הנחנו, כי מטריצות המערכת אינן משתנות במהלך הזמן. וכן המערכת פועלת בזמן קבוע, וניתן להשמיט את סימוני הזמן ממטריצות המערכת.

ההנחות דלהלן משלימות את תיאור הפרטים של מערכת משתני המצב: $Var(\alpha_0) = P_0$ כאשר α_0 הוא וקטור המצב ההתחלתי ו- P_0 הוא משתנה המצב ההתחלתי.

ההנחה היא, כי ההפרעות במשוואות המדידה והמעבר אינן מתואמות זו עם זו בשום תקופת זמן וכי אין להן מיתאם עם a_0 .

המערכת, אחרי שהיא נכתבה מחדש בצורה של משתני מצב, ניתנת לאמידה כשהיא כוללת פרמטרים בלתי ידועים – אגב שימוש במסנן/מחליק קלמן. מסנן קלמן הוא כלי רקורסיבי לחישוב האומדן האופטימלי (במובן ריבועים פחותים) בזמן t בהתבסס על המידע המצוי באותה עת. מידע זה מכיל תצפיות עד y^t וכולל שתי סדרות של משוואות: הראשונה היא סדרת משוואות חיזוי היוצרות את האומדן האופטימלי לוקטור המצב z_t , אשר מבוסס על סדרת המידע בזמן $t-1$. יהא $MSE^{\alpha_{t-1}}$ לוקטור המצב α_{t-1} ו- P_{t-1} יהא מטריצת שוניות $m \times m$ שותפות, $P_{t-1} = E(\alpha_{t-1} - \alpha_{t-1})(\alpha_{t-1} - \alpha_{t-1})'$ בהתבסס על המידע בזמן $t-1$, כלומר על y_{t-1} . משוואות החיזוי נתונות על ידי $\alpha_{t-1} = F\alpha_{t-1} + R\eta_{t-1}$ ו- $P_{t-1} = FP_{t-1}F' + RQR'$ כאשר תצפית חדשה, y_t , זמינה. ניתן לעדכן מחדש את וקטור המצב α_{t-1} ואת מטריצת השוניות המשותפות P_{t-1} , בעזרת המידע הגלום במשוואות החיזוי

$$e_t = y_t - Ha_{t|t-1} - SX_t$$

$$a_t = a_{t|t-1} + P_{t|t-1} HF^{-1} e_t$$

$$P_t = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} HF^{-1} HP_{t|t-1}^{-1}$$

$$F = HP_{t|t-1} H + Q$$

האומדנים ל- a_t ו- P_t המתקבלים ממשוואות העדכון נקראים אומדנים מסוננים. נשים לב כי אומדנים אלה מתבססים על המידע הכולל רק את y^t , וכך האומדנים נוצרו הודות לשימוש במסנן חד-צדדי (שלא כמו, למשל, מסנני הממוצע הנע). כפי שציינו Harvey (1989) ו-Hamilton (1994), כאשר למשתנה המצב יש מובן כלכלי כלשהו, עדיף להשתמש בסדרה של המידע המלא. וכך, כדי לאמוד את ה-NAIRU בזמן t , כאשר $t = 1 \dots T$. עדיף להשתמש במידע שעד ל- $NAIRU^T$ מאשר בסדרת המידע החלקי $NAIRU^t$. וכך, לאחר שחושבו האומדנים בעזרת מסנן קלמן לכל המדגם – נעשה שימוש במחליק קלמן כדי ליצור סדרת אומדנים המנצלת את המידע בכל תקופת המדגם. האומדנים המוחלקים נוצרים הודות לשימוש חוזר אחורנית:

$$P_t^* = P_t F P_{t+1}^{-1} \quad a_{t+1} = a_t + P_t^* (a_{t+1|T} - F a_t)$$

נספח ד': שיטת הסימולציה – Jackknife technique

יהא $\widehat{Z}_{k\tau}$ התצפית ה- τ של משתנה המצב ה- k (כלומר ה-NAIRU), שהיא תוצאת הליך האומדן של כל המדגם בגידול T (במקרה שלנו $T=57$ רביעים). ערך זה כולל תוחלת $(-)$ של הערך האמיתי $Z_{k\tau}$. יהא $\widehat{Z}_{k\tau}^{(i)}$ התצפית התואמת שנאמדה על המדגם ה"מקולקל", כאשר שורת הנתונים ה- i (משתנים תלויים ובלתי תלויים המתייחסים לתאריך ה- i) הושמטה, ובמקומה הוצב ממוצע של שכניה. נניח שהליך זה חוזר ונשנה g פעמים. נתחשב בכל הריאליזציות של משתנה המצב ה- k בתאריך τ ונגדיר:

$$\widehat{Z}_{k\tau}^{(i)} = g \widehat{Z}_{k\tau} - (g-1) \widehat{Z}_{k\tau}^{(-i)},$$

ונספ על כך:

$$\widehat{Z}_{k\tau} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \widehat{Z}_{k\tau}^{(i)}.$$

ניתן לבנות רווח בר סמך $|\widetilde{Z}_{k\tau} - Z_{k\tau}|$ לתצפית ה $\{\tau, k\}$:

$$t_{\alpha, \varepsilon-1} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\varepsilon} (\widetilde{Z}_{k\tau}^{(i)} - \widetilde{Z}_{k\tau})^2}{g(g-1)}}$$

כאשר $t_{\alpha, \varepsilon-1}$ מתפלג t עם α ו- $(g-1)$ דרגות חופש (Miller, 1974).

ביבליוגרפיה

- זוסמן, נ' וי' לביא (1999), "עקומת פיליפס והשינויים בקשרים שלה 1965 עד 1966". בתוך: לידרמן, ל' (עורך), אינפלציה ודיסאינפלציה בישראל, בנק ישראל, מחלקת המחקר.
- יוטב-סולברג, ע' (1997), ה-NAIRU בישראל. מאמר לדיון 97.03, בנק ישראל, מחלקת המחקר.
- יכין, י' ו' מנשה (2001), גישות מבניות ולא מבניות לאמידה רבעונית של פער התוצר בישראל, מאמר לדיון 01.11, בנק ישראל, מחלקת המחקר.
- Apel, M., P. Jansson (1999). "System estimates of potential output and the NAIRU", *Empirical Economics*, 24 (3).
- Bal-Gundüz, Y. (2001). *Israel - selected issues and statistical appendix*, IMF (confidential).
- Blanchard, O. (1997). *Macroeconomics*. New Jersey, Prentice Hall.
- _____ and L.F. Katz (1997). "What we know and do not know about the natural rate of unemployment", *Journal of Economic Perspectives*, 11.
- Brownstone, D. (1990). "Bootstrapping Improved Estimators for Linear Regression Models", *Journal of Econometrics*, 44 (1-2).
- de Brouwer, G. (1998). Estimating Output Gaps, *Research Discussion Paper RDP9809*, Reserve Bank of Australia.
- Efron, B. and C. Stein (1981). "The Jackknife estimate of Variance", *Annals of Statistics*, 9 (3).
- Feller, W. (1957). *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, Wiley publications in statistics.

- Galbraith, J.K. (1997). "Time to ditch the NAIRU", *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1).
- Gordon R.J. (1997). "The time-varying NAIRU and its implications for economic policy", *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1).
- Hamilton, J.D. (1994). *Time series analysis*, Princeton University Press, New Jersey.
- Harvey, A.C. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge UK.
- King, R.G. and M.W. Watson (1994). "The post-war U.S Phillips curve: a revisionist econometric history", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 41.
- Laubach, T. (2001). "Measuring the NAIRU: Evidence from seven economies", *The Review of Economics and Statistics* 2.
- Li, Y. (1994). "Bootstrapping Cointegrating Regression", *Economics Letters*, 44 (3).
- Miller, R.G. (1974). "The Jackknife - A Review", *Biometrika*, 61 (1).
- Rogerson, R. (1997). "Theory ahead of language in the economics of unemployment", *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1).
- Staiger, D. J.H. Stock., and M.W. Watson (1997). "The NAIRU unemployment and monetary policy", *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1).
- Stiglitz, J. (1997). "Reflection of the natural rate hypothesis", *Journal of Economic Perspectives*, 11 (1).
- Stoffer, D.S. and K.D. Wall (1991). "Bootstrapping State-Space Models: Gaussian Maximum Likelihood Estimation and the Kalman filter", *Journal of the American Statistical Association*, 86 (416)
- Veall, M.R. (1992). "Bootstrapping the Process of Model Selection: An Econometric Example", *Journal of Applied Econometrics*, 7 (1)
- Watson, M.W. and R.F. Engle (1983). "Alternative algorithms for the estimation of dynamic factor, MIMIC and varying coefficient regression models", *Journal of Econometrics*, 23.