

ע י ו נ י ם   מ ו נ י ט ר י י ם  
**Monetary Studies**

**אמידת עקום תשואות המק"ם**

**וגזירת ריביות הפורוורד**

רועי שטיין

2007.03

מאי 2007

**מאמרים לדיון Discussion Papers**

Bank of Israel  
**Monetary  
Department**



ב נ ק י ש ר א ל  
**ה מ ח ל ק ה  
ה מ ו נ י ט ר י ת**

**אמידת עקום תשואות המק"ם  
וגזירת ריביות הפורוורד**

רועי שטיין

2007.03

מאי 2007

הדעות המובעות במאמר זה אינן משקפות בהכרח את עמדת בנק ישראל.

דואר אלקטרוני: [roy\\_s@boi.gov.il](mailto:roy_s@boi.gov.il)

© זכויות היצרים בפרסום זה שמורות לבנק ישראל.  
הרוצה לצטט רשאי לעשות כן בתנאי שיציין את המקור.  
מחלקה מוניטרית, בנק ישראל ת"ד 780 ירושלים 91007  
מס' קטלוגי 311507003/4  
<http://www.bankisrael.gov.il>

# **Estimating the *makam* yield curve and deriving forward interest rates**

Roy Stein

## **Abstract**

Estimating the *makam* yield curve and deriving forward interest rates from it as proposed in this study can provide investors and policy makers with important information about the expected short-term interest rate environment. Every yield curve, referred to in the literature as the term structure of interest rates, incorporates investors' expectations of the expected short-term interest rate with the addition of a risk premium for the uncertainty associated with those expectations. This derives from the fact that the yield curve is determined by the quality of the relation between yield to maturity and term to maturity. To discover this relation, series of bonds that differ only in their terms to maturity are sampled. This study, which is based on the Nelson-Siegel (1987) model that enables the yield curve to be estimated at any point in time, also affords strong consistency to the dynamics of the estimates obtained from the model.

Keywords: yield-to-maturity, forward interest rates, monetary policy, expectations and risk premium

# אמידת עקום תשואות המק"ם וגזירת ריביות הפורורד

רועי שטיין\*

26/04/2007

## תקציר

אמידת עקום תשואות המק"ם וגזירת ריבית הפורורד ממנו, כפי שמוצע בעבודה זו, יש בה כדי לספק, הן למשקיעים והן לקובעי המדיניות, מידע חשוב על סביבת הריבית הקצרה העתידה לשרור. כל עקום תשואות, המכונה בספרות המקצועית "המבנה העתי של שיעורי הריבית" ( term structure of interest rate), טומן בחובו את ציפיות המשקיעים לגבי סביבת הריבית הקצרה בתוספת פרמיית סיכון בגין אי-הוודאות של אותן ציפיות. זאת משום שעקום התשואות נקבע על ידי טיב הקשר שבין התשואה-לפדיון לבין הטווח-לפדיון. כדי למצוא קשר זה יש לדגום סדרות של איגרות חוב שההבדל היחידי ביניהן הוא הטווח לפדיון. עבודה זו מיישמת את המודל הבסיסי של Nelson-Siegel (1987) ומאפשרת, נוסף על אמידת עקום התשואות לכל נקודת זמן, התמדה חזקה על פני זמן בדינמיקת האומדנים המתקבלים במודל.

**מלות מפתח:** תשואות-לפדיון, ריביות פורורד, מדיניות מוניטרית, ציפיות ופרמיית סיכון.

---

\* תודה למשתתפי הסמינר של המחלקה המוניטרית בבנק ישראל על הערותיהם והארותיהם המועילות.

## 1. מבוא

אמידת עקום התשואות של המק"ם וגזירת ריבית הפורורד ממנו מקנה מידע חשוב על סביבת הריבית הקצרה העתידה לשרור. ריבית הפורורד היא תשואה שניתן להבטיחה בהווה לאופק השקעה המתחיל בעתיד. על פי תיאוריית הציפיות, ריבית זו מתארת את הציפיות לגבי הריביות שישררו בעתיד<sup>1</sup> (Lutz, 1940), שכן, על פי תיאוריה זו כל שינוי במבנה העקום נובע משינויים בציפיות לגבי הריבית הקצרה. לעומת זאת, על פי תיאוריית פרמיית הנזילות, ריבית הפורורד אינה מבטאת רק את שיעורי הריבית הצפויים בעתיד, אלא גם רכיב נוסף – פרמיית סיכון, המפצה על אובדן הנזילות, אובדן הגדל עם התארכות הטווח-לפדיון. שתי תיאוריות אלו לא זכו לתמיכה במחקרים האמפיריים הרבים שהתפרסמו, וזאת בעיקר משום שקשה להפריד בין הציפיות עצמן לפרמיות הסיכון השונות, ללא הנחות חזקות מדי (Bekaert and Hodrick, 2001), אילק, סוחוי וקליין, 2006).

עקום תשואות, המכונה בספרות המקצועית גם המבנה העתי של שיעורי הריבית (term structure of interest rate), נקבע על ידי טיב הקשר שבין התשואה-לפדיון לבין התקופה-לפדיון. כדי לגלות קשר זה יש לדגום מספר סדרות של איגרות חוב שההבדל היחיד ביניהן הוא הטווח-לפדיון. דוגמה קלסית לכך היא סדרות המק"ם, שבו נסחרות בו-זמנית מספר סדרות (בתקופת המדגם - 12 סדרות) לטווחי-פדיון שונים, עד שנה (בתקופת המדגם - בפערי טווחים של חודש אחד).

חשיבות האמידה של עקום התשואות זוהתה לראשונה על ידי David Durand (1942), שטען כי כדי לחלץ מידע מעקום תשואות של איגרות חוב יש ליצור קו מונוטוני, המחבר מספר נקודות באופן המתיישב עם ההיגיון הכלכלי. טעויות אופייניות בקביעת מחיריהם של נכסים פיננסיים בשווקים משפיעות על עקום התשואות, ובמיוחד על ריביות הפורורד הנגזרות ממנו. על פי מאמר זה ואחרים<sup>2</sup>, על המודל המתאר את עקום התשואות להיות גמיש די הצורך כך שהוא יוכל לתאר את כל הצורות האופייניות של העקום, מצד אחד, ומהצד האחר – לכלול רק מעט פרמטרים בעלי משמעות כלכלית. מודל כזה יאפשר להיטיב ולנתח את עקום התשואות. הספרות המקצועית התפתחה מאוד בעשרים השנים האחרונות, בעיקר בזכות שיפור ביכולות הטכנולוגיות, ופיתחה שתי גישות מרכזיות לאמידת עקום התשואות: מודלים שלא מאפשרים רווחי ארביטראז' (no-arbitrage models) ומודלים של שיווי משקל (equilibrium models).

המודלים שלא מאפשרים רווחי ארביטראז' מתמקדים באמידת העקום בנקודת זמן מסוימת, כך שלא יהיה ניתן לבצע ארביטראז'<sup>3</sup>, תכונה החשובה במיוחד לתמחור נכסים נגזרים ולגזירת ריביות פורורד. לעומת זאת המודלים של שיווי משקל מתמקדים באמידת הדינמיקה של הריבית קצרת הטווח (instantaneous rate) מול הריביות הארוכות, תוך התחשבות בפרמיית הסיכון (term premium)<sup>4</sup>. מודלים אלו מיישמים משוואות ליניאריות ומפרידים בין הריבית הצפויה לבין פרמיית הסיכון של ציפיות אלו, הכלולה אף היא בתשואות-לפדיון על איגרות החוב. המודל של

<sup>1</sup> תיאוריית הציפיות בגרסתה המעודכנת מאפשרת קיום פרמיית סיכון המפצה על אי-הוודאות לגבי ההתפתחות העתידית, אשר עולה עם טווח הציפיות ומשתנה על פני זמן (Cook and Hahn, 1990).

<sup>2</sup> ראו לדוגמה Diebold and Li (2006).

<sup>3</sup> ראו לדוגמה Ang and Piazzesi (2003), Ang, Dong and Piazzesi (2005), Kozicki and Tinsely (2005).

<sup>4</sup> ראו לדוגמה Vasicek (1977), Cox, Ingersoll and Ross (1985), Duffie and Kan (1996), Dai and Singleton (2000) and Duffee (2002).

נלסון סיגל (Nelson-Siegel, 1987) משלב את שתי הגישות ואומד את עקום התשואות בעזרת שלושה אומדנים המשתנים על פני זמן, אשר ניתן לייחס אותם כגורמים שלא ניתנים למדידה (latent factors), ומכונים בספרות חותך, שיפוע וקמירות. עבודה זו משתמשת בבסיס השיטה של נלסון סיגל, תוך הרחבתו כך שיהיה ניתן לעקוב אחר הדינמיקה של האומדנים על פני זמן.

## 2. המדיניות המוניטרית והמבנה העתי של הריבית הקצרה

"Financial markets are the channel through which our policy affects the economy, and asset prices contain valuable information about investors' expectations for the course of policy, economic activity, and inflation, as well as the risks about those expectations". Kohn (1995)

המבנה העתי של הריבית הקצרה המתקבל מעקום התשואות של שטרי חוב ממשלתיים, כדוגמת המק"ם המונפק על ידי בנק ישראל, הוא אינדיקטור מרכזי בשיקולי ההחלטות של המדיניות המוניטרית. עקום תשואות המק"ם מגלם בתוכו את הציפיות של ציבור המשקיעים לגבי מדיניות הבנק המרכזי, תוך תמחור אי-הוודאות בציפיות אלו. הציפיות מקנות לקובעי המדיניות מידע הכרחי לצורך החלטותיו. אלה מתקבלות על בסיס מיגוון שיקולים, ובכללם בחינת השינוי בריבית בנק ישראל הנגזר ממודלים מקרו-כלכליים לעומת השינוי הנגזר מהתפתחותה של ריבית הפורוורד. בחינה כזאת תאפשר לחזות את ההפתעה של ציבור המשקיעים מן המדיניות המוניטרית של הבנק המרכזי. מידע זה חבוי בעקום תשואות המק"ם, המחושב על בסיס המחירים שנקבעים בשווקים, וקשה מאוד לגלות אותו, מפני שמחירים אלו תנודתיים מאוד ולעיתים אף אינם רציפים. מצב כזה מקשה על חילוץ האינפורמציה הגלומה בעקום התשואות לגבי סביבת הריבית הקצרה הצפויה לשרור. על כן חשוב להפריד בין תנודות מחירים אקראיות הנובעות בעיקרן מהמסחר<sup>5</sup>, לבין תנודות מחירים הנובעות מתמחור הנכסים על בסיס מידע המגיע אל ציבור המשקיעים וממנו. יישום המודל המוצע במאמר זה לאמידת העקום ולגזירת ריביות הפורוורד הקצרות מאפשר לחלץ את הציפיות לגבי סביבת הריבית הקצרה מהמחירים הנקבעים בשוק ללא התנודות האקראיות.

<sup>5</sup> ככל שהמסחר בכל סדרה וסדרה עמוק ויעיל יותר, כך יצטמצמו תנודות אלו עד כדי תנודות לא מהותיות שאינן משפיעות על ריביות הפורוורד הנגזרות מהתשואה- לפדיון.

### 3. המודל

לכל נקודת זמן אפשרית אומדים את עקום התשואות בעזרת מספר פרמטרים. מעקב אחר התפתחותם מאפשר להיטיב ולהבין את התפתחות ציפיות הציבור לגבי סביבת הריבית הקצרה העתידה לשרור ופרמיית הסיכון המתאימה. לשם כך נגדיר את ריבית הפורוורד המיידית (instantaneous forward rate) שתשרור בעוד  $m$  תקופות כ- $r(m)$ . ריבית זו מתקבלת מפתרון המשוואה הדיפרנציאלית מסדר שני עם בסיס ממשי ואחיד  $(m/\tau)$ , כלהלן:<sup>6</sup>

$$1. r(m)_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \cdot e^{-m/\tau_t} + \beta_{2,t} \cdot \left[ (m/\tau_t) \cdot e^{-m/\tau_t} \right],$$

כאשר  $\tau$  הוא טווח-לפדיון אחיד לכל נקודת זמן,  $t$ , הנקבע במשוואת האמידה, ומציין את מקום ה"דבשת" (שיא הקמירות) של עקום התשואות, ו- $\beta_i$  הם האומדנים הנקבעים במשוואה, שבהמשך ניוכח כי הם מציינים את שלושת המאפיינים הראשונים של עקום התשואות - הרמה, השיפוע והקמירות.

התשואה-לפדיון על איגרת החוב,  $R(m)$ , היא ממוצע ריביות הפורוורד. לכן ניתן לתאר את עקום התשואות (התשואות לטווחי פדיון שונים) בעזרת ממוצע ריביות הפורוורד על פני האינטרוול של הטווח-לפדיון שבין 0 ל- $m$ , כלהלן:

$$2. R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx .$$

בחישוב האינטגרל של משוואה 1 בטווח של בין 0 ל- $m$  מתקבלת משוואת האמידה:

$$3. R(m)_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \cdot \frac{1 - e^{-m/\tau_t}}{m/\tau_t} + \beta_{2,t} \cdot \left[ \frac{1 - e^{-m/\tau_t}}{m/\tau_t} - e^{-m/\tau_t} \right].$$

במודל זה ניתן לפרש את  $\beta_i$  כגורמים החבויים (latent factors), ומקדמי הגורמים (loading factors) הם 1,  $\frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau}$ , ו- $e^{-m/\tau} - \frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau}$ . בהתאמה<sup>7</sup>, המקדם הראשון הוא קבוע ואינו תלוי

בטווח-לפדיון,  $m$ . לכן ניתן לפרש מקדם זה כגורם המגדיר את התשואה בטווח הארוך. בטווח הארוך (כאשר  $m \rightarrow \infty$ ) התשואה,  $R(m)$ , שואפת ל- $\beta_0$ , ועלייה בו מעלה את כל התשואות לאורך העקום באופן אחיד. על כן גורם זה ידוע בספרות כ"חותך" בעקום התשואות. מקדם הגורם של

$\beta_1$ ,  $\frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau}$ , אמנם שואף ל-1 בטווח הקצר מאוד, אבל קטן מונוטונית עד כדי 0 ככל שהטווח-לפדיון גדל, ולכן ניתן לפרש אותו כגורם המגדיר את התשואה בטווח הקצר בלבד. מקדם זה מכתוב את השיפוע של העקום, שהרי עלייה ב- $\beta_1$  תעלה את התשואות לטווח הקצר יותר מאשר את התשואות לטווח ארוך. בהתאם לזאת, ריבית הפורוורד לטווח קצר מוכתבת על ידי צירוף של

\_\_\_\_\_

<sup>6</sup> מודל המתאר את עקום התשואות בטווחים הקצרים בלבד לא מצריך את ההרחבה של Svensson, 1994 שבו השתמש במשוואת אמידה עם שישה פרמטרים המאפשרת קיום "דבשת" נוספת.  
<sup>7</sup> ראו: Diebold and Li (2006).

שני המקדמים גם יחד,  $\beta_0 + \beta_1$ , ואילו ריבית הפורוורד לטווח ארוך מוכתבת על ידי  $\beta_0$  בלבד. לעומתם, מקדם הגורם של  $\beta_2$ , שואף ל-0 בטווח הקצר, גדל עם הטווח לפדיון עד לנקודה מסוימת (המוכתבת על ידי  $\tau$ ), ואחריה שב וקטן עד כדי 0. לכן ניתן לפרש אותו כגורם המגדיר את התשואה בטווח הבינוני. מקדם זה מכתוב את הקמירות של העקום, שהרי עלייה ב- $\beta_2$  תשנה את התשואה בעיקר בטווח הבינוני, ואילו בטוחים הקיצוניים – הקצר והארוך – היא לא תשפיע על התשואות.

#### 4. מקרים אופייניים בעקום התשואות

מודל טוב לאמידת הדינמיקה בעקום תשואות אמור לשחזר את כל המקרים האופייניים של עקום זה. להלן נסקור חלק חשוב ממקרים אלו בעקום התשואות של המק"ם שהמודל המוצג בעבודה זו מסוגל לתאר.

1. עקום התשואות מתואר על ידי מיגוון צורות אופייניות, המתקבלות מצירוף של שלושה פרמטרים - הרמה, השיפוע והקמירות. נמצא כי המקרה השכיח בעקום התשואות (על פני תקופת מדגם ארוכה) הוא עקום בעל שיפוע חיובי וקעור.
2. התמדה חזקה יחסית ברמת התשואות הארוכות לעומת הקצרות: הקצה הקצר של עקום התשואות תנודתי יותר מהקצה הארוך.
3. שיפוע העקום הנגזר מהתנודתיות הלא-מתואמת של התשואות הקצרות והארוכות תנודתי יותר מהתשואות הארוכות ופחות מהתשואות הקצרות.
4. לעיתים (נדירות) עקום התשואות דומה בצורתו לעקומת "S" – עולה בטוחים הקצרים ואחר כך יורד (או להפך).

לשם המחשת מיגוון האפשרויות האופייניות במשוואת עקום התשואות נציב במשוואה 3 ריבית פורוורד קצרת טווח השווה ל-0 ( $\beta_0 + \beta_1 = 0$ ), ריבית פורוורד ארוכת טווח השווה ל-1 ( $\beta_0 = 1$ ) וטווח עד לנקודת השיא של הקמירות השווה ל-0.1 ( $\tau = 0.1$ ). נקבל את המשוואה הבאה:

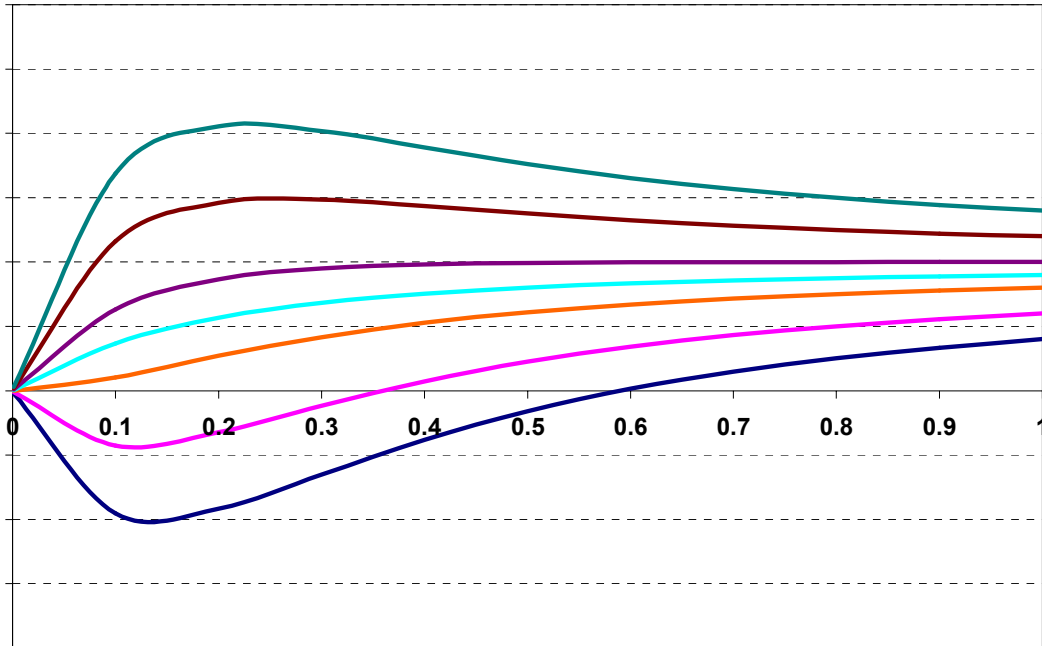
$$4. R(m)_t = 1 - \frac{1 - e^{-m/0.1_t}}{m/0.1} + \beta_{2,t} \cdot \left[ \frac{1 - e^{-m/0.1_t}}{m/0.1} - e^{-m/0.1_t} \right].$$

נציב בפרמטר  $\beta_2$  מיגוון אפשרויות, וניווכח כי עקומי התשואות המתקבלים על פי דוגמה זו מגוונים וכוללים גם עקומות בעלות צורת "S", המוכרת בספרות האמפירית.



## איור 1

דוגמה תיאורטית למיגוון צורות אופייניות של עקום התשואות המתקבל ממשוואת המודל



עקומי התשואות מתחילים בנקודה אחת, ולכולם אותו שיפוע חיובי, אך ניתן לראות באיור 1 שהתשואה הארוכה ביותר שונה. עם זאת, כאשר הטווח שואף לגבול העליון, התשואות ישובו ויהיו זהות. ממצא זה מלמד כי ההשפעה של הפרמטר  $\beta_2$  מתרכז בטווח הבינוני בלבד. כאשר משחררים את האילוצים שנקבעו על  $\beta_0$  ו- $\beta_1$  ניתן ליצור בעזרת מודל זה את כל הצורות האופייניות של העקום.

אמנם חשוב שהמודל ייטיב לשקף בכל נקודת זמן את התשואות המתקבלות על בסיס המחירים הנדגמים מהמסחר, אבל חשוב גם שהוא יאפשר יציבות של האומדנים על פני זמן, בהתאם למקובל בספרות האמפירית. מודל המקיים את שני התנאים האלה מאפשר לבחון בו-זמנית את ריביות הפרוורד בכל נקודת זמן ואת התפתחותן על פני זמן. בחינה של יציבות האומדנים וטיב ההתאמה של התשואות המתקבלות מהמודל תוצג בפרק התוצאות.

## 5. האמידה

משוואה 3 היא משוואה לא-ליניארית עם ארבעה משתנים מסבירים, שהרי האומדן  $\tau$  הוא חזקה. שיטת האמידה שננקטה בעבודה זו מבוססת על שיטת הריבועים הפחותים, כלהלן:

$$5. \min_X \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L [F(X, xdata_i) - ydata_i]^2,$$

כאשר  $X$  הוא וקטור המקדמים,  $xdata$  הוא וקטור המשתנים, הטווחים-לפדיון הם באורך  $L$ , ו- $ydata$  הוא וקטור התשואות באורך  $L$ , המחושבות על בסיס המחירים שנדגמו מהשווקים. הערכים ההתחלתיים של וקטור  $X$  עבור נקודת הזמן  $t$  נקבעו כאומדנים שהתקבלו בנקודת הזמן  $t-1$ . שיטה זו נבחרה משום שלעיתים הרגישות של אחד האומדנים מתוך הארבעה –  $t$  – אינה גבוהה, כידוע בספרות האמפירית, ופונקציית  $F$  יכולה להתקבל ממספר וקטורי  $X$  שונים. על כן, לצורך קבלת התמדה על פני זמן בווקטור האומדנים, נבחרו הערכים ההתחלתיים בהתאם לווקטור שהתקבל בתקופה הקודמת. בהתאם לכך, לכל נקודת זמן,  $t$ , נאמדה משוואה 3, ללא אילוץ מחייב לגבי השינוי על פני זמן באומדנים. מודל זה הוא דוגמה נוספת להרחבת המודל של נלסון סיגל למודל דינמי, בדומה למה שנעשה במאמר של Diebold and Li (2006). עם זאת, האומדנים במודל על פי עבודתם עוקבים אחר תהליך אוטו-קורלציה מסדר ראשון - AR(1), תהליך שהוא אילוץ ממשי בקביעת האומדנים לכל זמן  $t$ . השיטה המיושמת בעבודה הנוכחית הוא אפוא שיפור לעומת השיטה שיישמו Diebold and Li (2006), והוא מקנה לאומדנים יותר גמישות בתיאור עקום התשואות לכל נקודת זמן.

בפרק התוצאות נבחן את יציבות האומדנים על פני זמן, מבחן המצביע על טיב ההתאמה של הצורה הפונקציונלית לנתוני התשואות הקצרות, וכן על הדינמיקה של האומדנים המייצגים את אפיוני עקום התשואות.

## 6. הנתונים והמדגם

בעבודה זו נדגמו מחירי הנעילה של סדרות המק"ם הנסחרות בבורסה בכל יום מסחר, החל משנת 2003 ועד אוקטובר 2006<sup>8</sup>. נתוני הסדרות הקצרות מ-15 יום לפדיון נמחקו מהדגימה, בשל התנודתיות הגבוהה-במיוחד בתשואות אלו, תוצאת המגבלות על המחיר במערכת המיושמת בבורסה למסחר בניירות ערך. התשואות-לפדיון חושבו על בסיס מחירי הנעילה,  ${}^9P(m)$ , שנדגמו, כלהלן:

<sup>8</sup> אורך התקופה לא מהווה השפעה על יציבות הנתונים כיוון שמשוואת האמידה נאמדת לכל נקודת זמן ונעזרת בתוצאות האמידה בתקופה אחת לפנייה – יום מסחר קודם. אציין כי שיעורי המס השפיעו באופן שונה על תשואות של סדרות המק"ם במהלך שנת 2003 לקראת תחילת גביית המס בינואר 2004, דבר שהשפיעה על מובהקות תוצאות האמידה במהלך 2003.

<sup>9</sup> מחירי הנעילה הנקבעים על פי הממוצע המשוקלל של המחירים בעסקאות האחרונות שבוצעו ב-10 הדקות האחרונות של שלב המסחר הרציף, ובלבד שסכומן המצטבר שווה לפחות לסכום שיקבע דירקטוריון הבורסה. (החל מ-7/2000 הסכום שלפיו מחושב שער הנעילה הוא 500,000 ש"ח). אם סכום העסקאות שבוצעו במהלך 10 הדקות

$$R(m) = \left( \frac{100}{P(m)} \right)^{(365/m)} - 1.$$

בתקופת המדגם של עבודה זו, הונפקו על ידי בנק ישראל סדרות מק"ם (אגרות חוב שלא נושאות קופון) לטווח של שנה בהפרשים של חודש אחד ובהיקפים דומים. על כן נסחרות בכל יום מסחר כ-12 סדרות, הדומות זו לזו במאפייניהן למעט הטווח-לפדיון, ולכן הן מתאימות להיכלל במודל.

## 7. תוצאות האמידה

בפרק זה נתאר תחילה את התוצאות המתקבלות באמידת משוואה 3, תוך התמקדות בתיאור התנאים המקרו-כלכליים ששררו במשק בפרקי זמן שונים של תקופת האמידה. בעזרת תיאור זה נוכל להיווכח ביתרונות הניתוח המקרו-כלכלי המתבצע בעזרת תוצאות המשוואה האמורה. בהמשך הפרק נחשב את עקום המק"ם המתקבל מהמשוואה ואת ריביות הפורוורד הנגזרות ממנו, וניווכח ביציבותם<sup>10</sup>; זאת לעומת התנודתיות הרבה בתשואות המק"ם (על פי המחירים הנדגמים), ובמיוחד בריביות הפורוורד הנגזרות מהן. תוצאות אלו נבחן במספר תאריכים נבחרים, שונים זה מזה בצורת עקום התשואות.

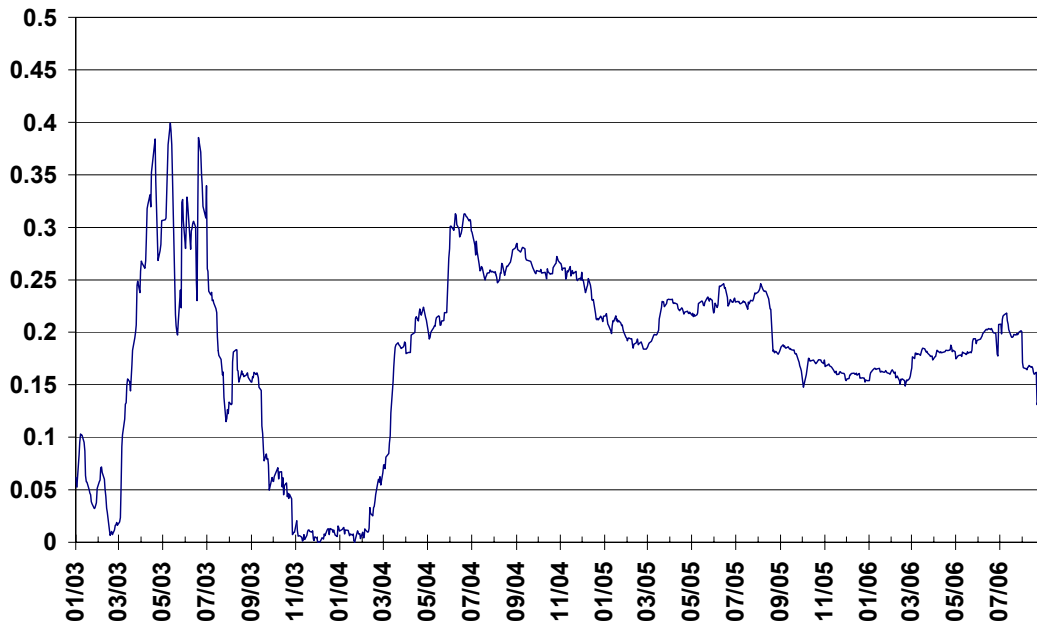
האומדנים שהתקבלו ממשוואת האמידה על פני תקופת המדגם מוצגים באיורים 2-5. ניתן לראות כי בתחילת שנת 2003 התנודתיות של האומדנים, במיוחד של  $\beta 1$  ו- $\beta 2$  הייתה גדולה יחסית. בתקופה זו המשק הישראלי היה שרוי במיתון עמוק וכן בסיכון ביטחוני וכלכלי, ריבית בנק ישראל הייתה גבוהה יחסית - קרובה ל-9 אחוזים - והעקום היה כמעט שטוח, ללא שיפוע מוגדר וברור. השינויים שחלו בעקום התשואות היו גדולים יחסית ונתונים להשפעות של המידע החדש שהתפרסם לציבור. בעקבות סימנים ראשונים לסיום מהיר של מלחמת המפרץ, הפעלת התוכנית הכלכלית להבראת המשק וקבלת כספי הסיוע של ארה"ב החל עקום התשואות של סדרות המק"ם לרדת, אך בשיפוע מתון בלבד. ברביע האחרון של 2003<sup>11</sup>, במקביל להמשך הירידה של העקום, התליל השיפוע באופן מובהק, דבר שביטא מגמת ארוכת טווח של הפחתה בריבית בנק ישראל. ברביע השני של 2004, לאחר שריבית בנק ישראל הורדה לשיעור קרוב ל-4 אחוזים, התמתן שיפוע העקום, אף הפך חיובי, ובאמצע 2004 הגיע לשיאו. יחד עם המשך הפחתת ריבית בנק ישראל בסוף 2004 ובתחילת 2005 נשאר שיפוע העקום חיובי אך נמוך, שיפוע המסמן כי ריבית בנק ישראל לא הייתה צפויה להמשיך ולרדת לאורך זמן. במשך מרבית שנת 2005 הייתה ריבית בנק ישראל נמוכה יחסית - 3.5 אחוזים - והשיפוע היה חיובי ומתון. גם בסוף שנת 2005, כאשר בנק ישראל החל להעלות את הריבית, עלתה רמת העקום בהתאם, והשיפוע החיובי המתון נשמר. ניתן לראות כי בסוף תקופת המדגם, ברביע השני של 2006, התאפס שיפוע העקום, דבר המצביע על צפייות כי ריבית בנק ישראל לא תוסיף ותעלה וכי בטווח של שנה היא אף תרד (בהתחשב בפרמיית הסיכון).

האחרונות של שלב המסחר הרציף לא הגיעו לסכום שהוגדר, מחושב השער על פי הממוצע המשוקלל של המחירים בעסקאות האחרונות אשר סכומן המצטבר שווה לסכום האמור.

<sup>10</sup> בנספח לעבודה מוצג אומדן סטטיסטי המצביע על היציבות של תוצאות האמידה תוך דיון נקודתי בסיבות לסטיות גדולות יחסית.

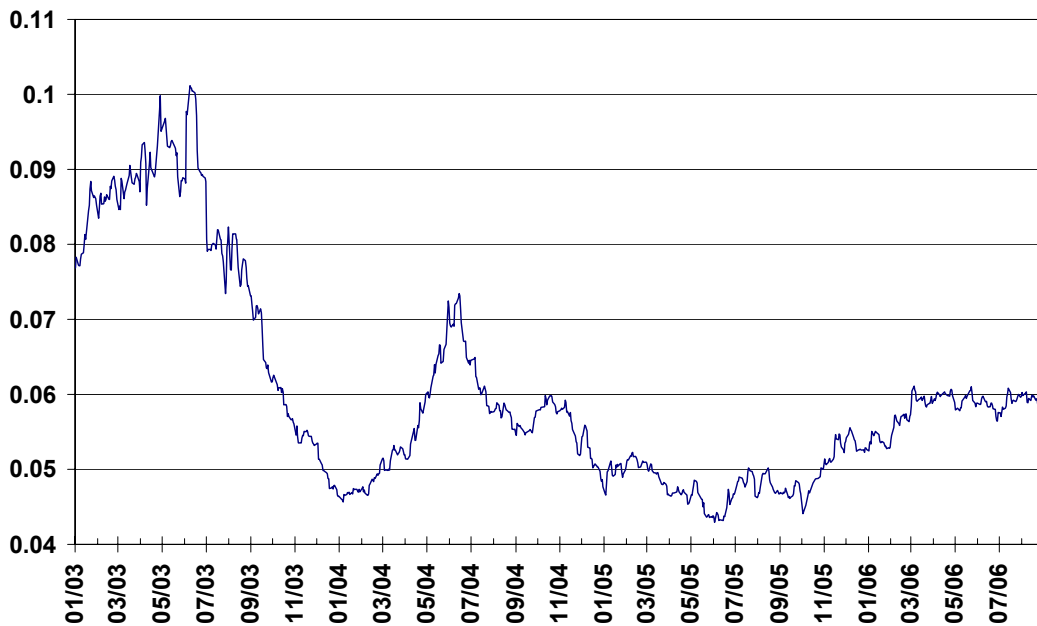
<sup>11</sup> בתקופה זו תשואות המק"ם הושפעה מהמס (ראה הערה 8) באופן שונה על פני הסדרות, השפעה שלא באה לידי ביטוי במשוואת האמידה.

איור 2. תוצאת האומדן  $\tau$  בתדירות יומית  
1/03-8/06



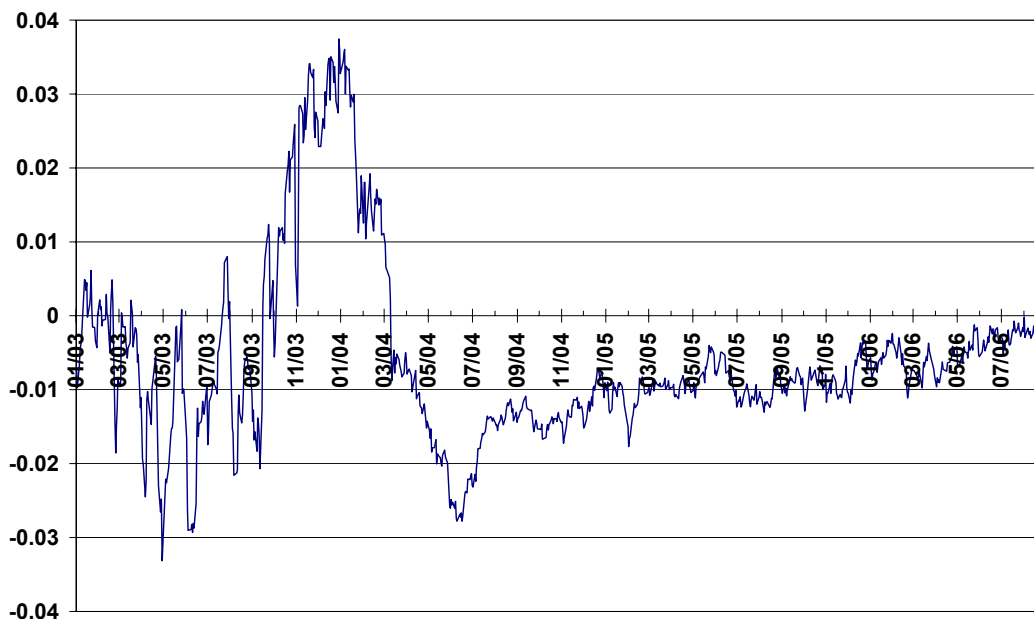
הצגת אומדן ה- $\tau$  בתדירות יומית מאפשרת לראות את הטווח-לפדיון שבו מידת הקמירות בעקום התשוואות מגיעה לשיאה. טווח זה נע בין אפס ל-0.4 שנה, כלומר כ-5 חודשים, ובממוצע לתקופת האמידה הוא עומד על 0.2 – כחודשיים.

איור 3. תוצאת האומדן  $\beta_0$  בתדירות יומית  
1/03-8/06



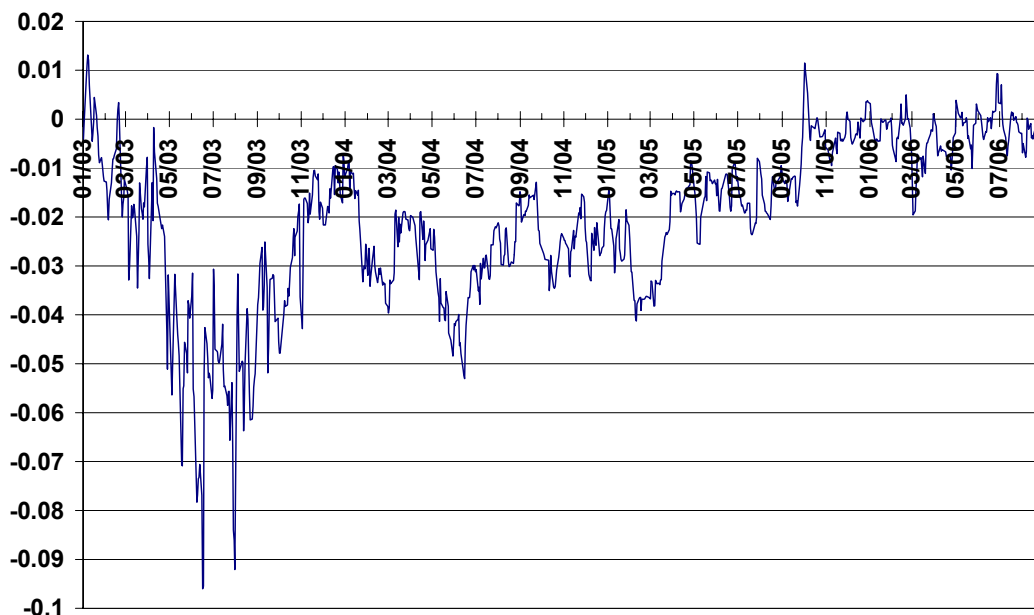
אומדן ה- $\beta_0$  מגדיר את רמת התשוואה השקלית ל-12 חודשים. ניתן לראות כי תשוואה זו יציבה, וכי השינויים בה מאופיינים במגמות ארוכות טווח.

איור 4. תוצאת האומדן  $\beta_1$  בתדירות יומית  
1/03-8/06



אומדן ה- $\beta_1$  מגדיר את השיפוע לאורך עקום התשואות ומכתיב את צורת העקום בטווח הקצר. ניתן לראות שהשינויים בתשואה זו אמנם מאופיינים במגמות ארוכות טווח, אבל היא תנודתית יותר. ממצא זה משמעותן שהתשואות לטווח קצר תנודתיות יותר מן הארוכות.

איור 5. תוצאת האומדן  $\beta_2$  בתדירות יומית  
1/03-8/06



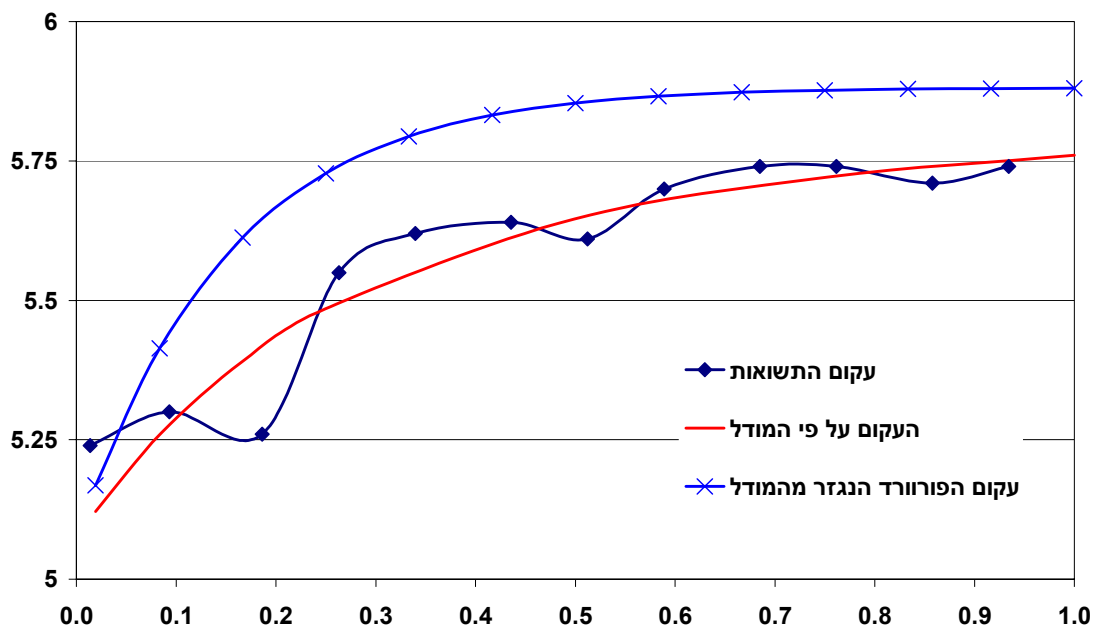
אומדן ה- $\beta_2$  מגדיר את מידת הקמירות של העקום ומכתיב את צורתו בטווח הבינוני. לאורך מרבית תקופת המדגם העקום היה קעור, תופעה ידועה בספרות האמפירית. בתוך כך, בתחילת שנת 2003 העקום היה קמור, ובשנה האחרונה של תקופת המדגם הוא היה כמעט ללא קמירות.

בחלק זה אבחן מספר עקומי תשואות בתאריכים שונים, הנבדלים זה מזה בצורות העקומים. תחילה נתמקד בנקודת זמן אחת (30/3/06), וניווכח ביתרונות של ניתוח עקום התשואות המתקבל ביישום המודל. ניתן לראות שעקום התשואות הנאמד מקטיף את התנודתיות הרבה בעקום התשואות המחושב על בסיס מחירי סדרות המק"ם. ריבית הפורוורד הנגזרת מהעקום הנאמד עולה מונוטונית עם הטווח-לפדיון ב-0.75 נקודת בסיס, עלייה שעיקרה בשלושת החודשים הראשונים (איור 6).

כדי להיווכח ביתרונות המודל נחשב את ריביות הפורוורד הנגזרות מהתשואות המבוססות על מחירי המק"ם הנדגמים מהשווקים (ללא אמידת המודל) ונשווה אותן לריביות הפורוורד המתקבלות מהמודל. ניתן לראות באיור 7 כי ריביות הפורוורד המחושבות מהתשואות בפועל כמעט אינן ניתנות לזיהוי: הריבית עלתה בשלושת החודשים הראשונים עד ל-6.25 אחוזים, ולאחר מכן ירדה במהלך שלושה חודשים בחזרה לסביבה של 5.5 אחוזים, ותנודתיות זו נמשכה גם בששת החודשים שלאחר מכן. לעומת זאת, ריביות הפורוורד הנגזרות מהמודל עלו באופן מונוטוני עם הטווח-לפדיון עד תום ששת החודשים הראשונים, עלייה שעיקרה בחודשים הראשונים, עד לרמה של 5.8 אחוזים, ונשארו ברמה זו במחצית השנייה של התקופה. ריבית בנק ישראל עמדה באותה התקופה על 5 אחוזים; היא אכן הייתה במגמה מתמדת של עלייה, ובחודשים שלאחר מכן הגיעה עד לרמה של 5.5 אחוזים.

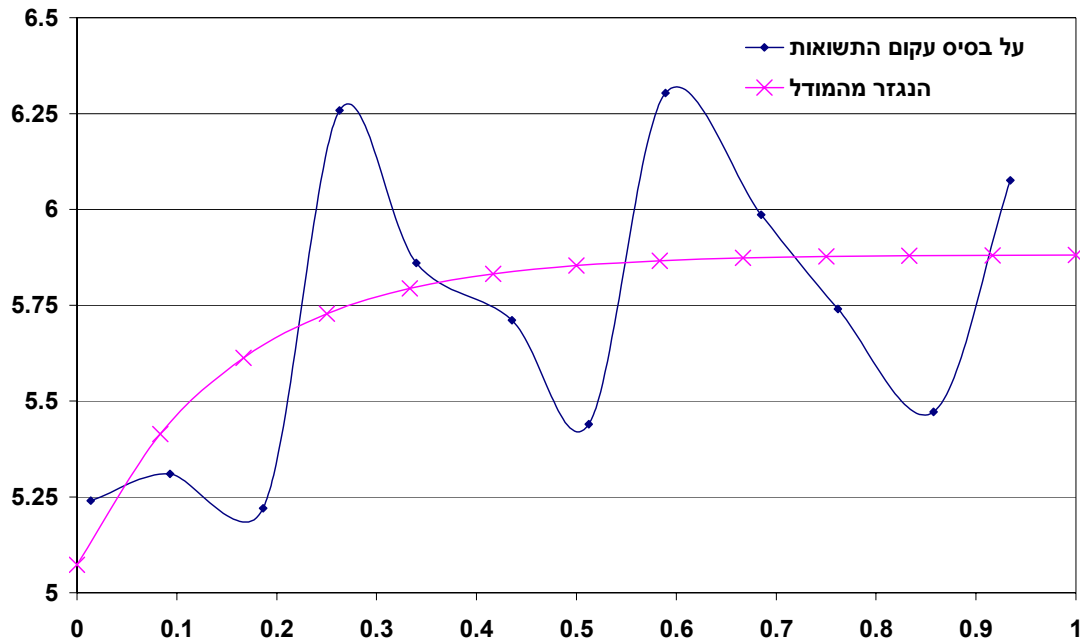
איור 6. עקום תשואות המק"ם, העקום המוחלק וריביות הפורוורד הנגזרות ממנו

30/03/2006



## איור 7. עקום ריביות הפורוורד

30/03/2006

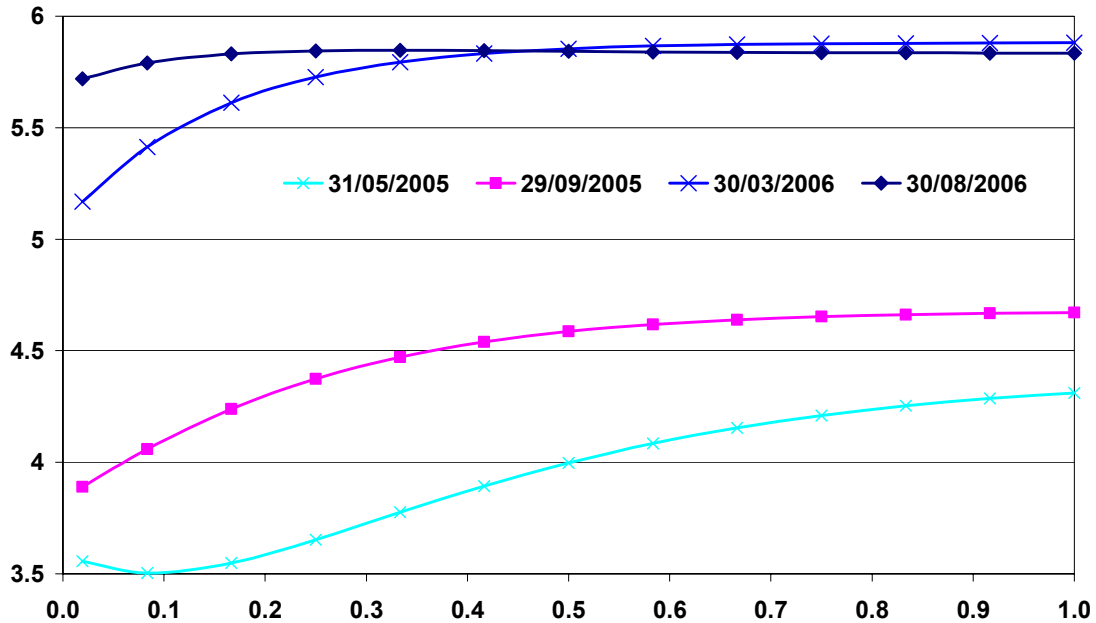


להלן נבחן עקומי תשואות במספר תאריכים נבחרים, ונראה כי ניתן לחלץ בעזרת יישום המודל את ציפיות המשקיעים לגבי סביבת הריבית הקצרה העתידה לשרור. באיור 8 ניתן לראות כי ריביות הפורוורד הצביעו בסוף מאי 2005 על עלייה מתמשכת של הריבית הקצרה, שתתחיל לאחר כ-3 עד 4 חודשים. הריבית נשארה באותה התקופה יציבה בשיעור של 3.5 אחוזים, והציפיות לאינפלציה היו עדיין נמוכות מהיעד. ואכן, בעקבות עליית מדרגה בציפיות לאינפלציה החל בנק ישראל באוקטובר להעלות את הריבית הקצרה במשך מספר חודשים עד - 4.75 אחוזים, רמה דומה לזו שהשתקפה בריבית הפורוורד.

בסוף ספטמבר 2005, עם תחילת תהליך העלאות הריבית על ידי בנק ישראל, הצביעו ריביות הפורוורד על עלייה מתמשכת של כנקודת אחוז בריבית הקצרה. הציפיות לאינפלציה היו באותה התקופה במגמת עלייה, ואכן, בנק ישראל, כדי להשיג את יעד האינפלציה, נאלץ להעלות את הריבית הקצרה במהלך החודשים הבאים עד לרמה של 5.5 אחוזים. עם זאת, בסוף חודש מארס 2006, עוד בתקופה שבה בנק ישראל המשיך להעלות את הריבית הקצרה, הצביעו ריביות הפורוורד על המשך העלייה של הריבית לתקופה קצרה בלבד – כחודשיים עד שלושה חודשים – בכחצי נקודת אחוז. בתקופה זו הציפיות לאינפלציה היו יציבות יחסית סביב אמצע יעד האינפלציה, ובנק ישראל המשיך, כאמור, להעלות את הריבית המוניטרית. לעומת זאת בסוף אוגוסט 2006, לאחר שהריבית המוניטרית הגיעה ל-5.5 אחוזים, הצביעו ריביות הפורוורד על יציבות ברמה זו, דבר המעיד על הפסקת תהליך עליית הריבית, ואף (בהתחשב בפרמיית הסיכון) על אפשרות כי היא תרד מעט.

## איור 8. ריביות הפורורד הנגזרות מהמודל

במספר תאריכים נבחרים



## 8. סיכום ומבט להמשך

עבודה זו מתמודדת עם בעיות בחילוץ האינפורמציה הגלומה בעקום התשואות הנובעות בעיקר מנתוני המסחר בשוק שאינו עמוק ויעיל דיו. בעזרת יישום מודל פשוט יחסית, המאפשר גמישות מספקת לתיאור כל צורתיו האופייניות של עקום התשואות, ניתן להתגבר על בעיות אלו ולחלץ את ציפיות הציבור לגבי הריבית הקצרה העתידה לשרור בתוספת פרמיית סיכון בגין אי-הוודאות של אותן ציפיות.

הטענה המרכזית במאמר זה היא שריביות הפורורד הן אינדיקציה ברורה ומספיקה לסביבת הריבית הקצרה העתידה לשרור. העבודה מאפשרת לעקוב אחר התפתחות עקום התשואות תוך ניתוח כמותי של האומדנים המתקבלים, על רקע ההתפתחויות בשוק ההון והכספים.

במודל זה אין ניסיון להפריד בין שני הרכיבים – ציפיות הציבור לגבי הריבית הקצרה ופרמיית הסיכון בגין אי-הוודאות – ניסיון שאין עליו הסכמה רחבה בספרות המקצועית, בגלל קושי לזהותם. להסבר והרחבה ראו מאמרם של אילק, סוחוי וקליין (2006). במאמר של Bakeart and Hodrick (2001) צוין כי תיאוריית הציפיות נכשלת ברוב המחקרים האמפיריים, משום שהמודלים אינם מצליחים באמידת פרמיית הסיכון. הפרדה של פרמיות הסיכון ו/או הנוזלות עשויה להיות משמעותית יותר בעקום התשואות הארוכות (ל-10 שנים ויותר). בטוחים אלו – מלמדים מחקרים אמפיריים רבים – השונות בפרמיית הסיכון הנדרשת גבוהה יותר מאשר בציפיות עצמן, ואם כך הדבר, לא תהיה חשיבות רבה לחילוץ פרמיות הפורורד כאומדנים המצביעים על הציפיות לריביות העתידיות.

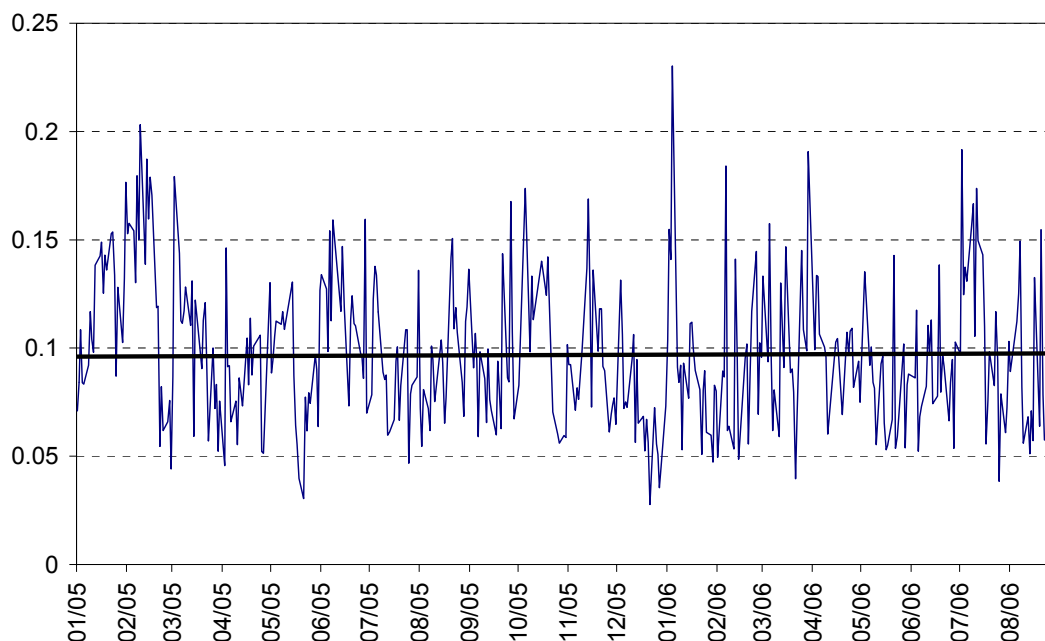


## 9. נספח

להלן מוצג איור המראה את טיב ההתאמה של עקום התשואות הנאמד במודל לזה המתקבל מהמחירים בפועל לכל נקודת זמן,  $t$ , על ידי יישום משוואה 3 לעקום התשואות המחושבות על בסיס המחירים שנדגמו, על פני השנים 2005 ו-2006. ניתן לראות כי הסטיות על פני התקופה היו יחסית נמוכות – פחות מ-0.1 אחוז. עם זאת, בכמה ימי מסחר הן היו גבוהות יחסית, תוצאה של ימי מסחר תנודתיים במיוחד, רובם עקב כניסת אינפורמציה חדשה לידיעת הציבור. לשם המחשה אציין מספר תאריכים שבהם הסטיות, כפי שהתקבלו מהמודל, היו גבוהות יחסית:

- 3/7/06 - התשואה לטווח קצר התנדנדה בתקופה זו במידה חריגה – ביום אחד ירדה בכ-0.25 אחוז ולמחרת עלתה וקיזזה כמעט את כל הירידה. תנודות אלו היו על רקע פרסום חטיפתו של גלעד שליט והחשש להדרדרות המצב הביטחוני.
- 30/3/06 - היו תנודות חדות בשוק ההון, ובכלל זה ירד שוק המניות ב-2 אחוזים, ושער החליפין שקל-דולר עלה ב-0.4 אחוז, בעקבות פרסום תוצאות הבחירות לכנסת. תוצאת הבחירות הגבירו את החשש לפריצת התקציב על ידי הממשלה, דבר ששינה את ציפיות המשקיעים. גם בעקום תשואות המק"ם חל שינוי חד, שלא בא לידי ביטוי בצורה אחידה על פני התשואות בעקום.
- 5/1/06 - התשואה הממוצעת לאורך העקום עלתה בכמעט 0.2 אחוז במהלך היום, ובמקביל לכך המשיך מדד המניות במגמה חזקה של עליות.

איור נ' 1. שורש סכום ריבועי הסטיות במשוואת האמידה, 2006-2005  
(באחוזים)



אילק, א', ט' סוחוי וני קליין (2006). "אמידת הפרמיה הגלומה בתשואות המק"ם", סקר בנק ישראל, 79.

Ang, A. and M. Piazzesi (2003). "A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables", *Journal of Monetary Economics*, 50.

Ang, A., S. Dong, and M. Piazzesi (2005). "No-Arbitrage Taylor Rules", *University of Chicago Working Paper*, 8/05.

Bakeart, G. and R.J. Hodrick (2001). "Expectations Hypotheses Tests", *Journal of Finance*, 56(4).

Cook, T. and T. Hahn (1990). "Interest Rate Expectations and the Slope of the Money Market Yield curve", *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Review*, 76.

Cox, J.C., J.E. Ingersoll and S.A. Ross (1985). "Duration and Measurement of Basis Risk" *Journal of Business*, 52.

Dai, Q and K. Singleton (2000). "Specification Analysis of Affine Term Structure Models" *Journal of Finance*, 55.

Diebold, F.X. and C. Li (2006). "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields", *Journal of Economics*, 130.

Duffee, G. (2002). "Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models", *Journal of Finance*, 57.

Duffie, D. and R. Kan (1996). "A Yield-Factor Model of Interest Rates", *Mathematical Finance*, 6.

Durand, D. (1942). "Basic yields of Corporate Bonds, 1900-1942", *Technical Paper no. 3, NBER*.

Kohen, D. (2005). "monetary Perspectives on Risk Premiums in Financial Markets", Speech, July 21.

Kozicki, S. and P. Tinsley (2005). *Term Structure Transmission of Monetary Policy*, the Federal Reserve Bank of Kansas City, Economic Research Department.

Lutz, F.A. (1940). "The Structure of Interest Rate", *Quarterly Journal of Economics*, 101.

Nelson, C.R. and A.F. Siegel (1987). "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business*, 60.

Svensson, Lars E.O. (1994). "Estimating and Interpreting Forward Rates: Sweden 1992-4", *National Bureau of Economic Research Working Paper*, 4871.

Vasicek, O. (1977). "An Equilibrium Characterization of the Term structure", *Journal of Financial Economics*, 5.

## Monetary Studies

## עיונים מוניטריים

א' אזולאי, ד' אלקיים – מודל לבחינת ההשפעה של המדיניות המוניטרית על האינפלציה בישראל, 1988 עד 1996	1999.01
ד' אלקיים, מ' סוקולר – השערת הניטרליות של שיעור האבטלה ביחס לאינפלציה בישראל – בחינה אמפירית, 1990 עד 1998	1999.02
The Shekel's Fundamental Real Value–M. Beenstock, O. Sulla	2000.01
Analysis of Casual Relations and Long and Short-term Correspondence between Share Indices in Israel and the United States –O. Sulla, M. Ben-Horin	2000.02
Y. Elashvili, M. Sokoler, Z. Wiener, D. Yariv – A Guaranteed-return Contract for Pension Funds' Investments in the Capital Market	2000.03
י' אלאשווילי, צ' וינר, ד' יריב, מ' סוקולר – חוזה להבטחת תשואת רצפה לקופות פנסיה תוך כדי הפנייתן להשקעות בשוק ההון	2000.04
ד' אלקיים – יעד האינפלציה והמדיניות המוניטרית – מודל לניתוח ולחיזוי	2001.01
ע' אופנבר, ס' ברק – דיסאינפלציה ויחס ההקרבה: מדינות מפותחות מול מדינות מתעוררות	2001.02
A Model for Monetary Policy Under Inflation –D. Elkayam Targeting: The Case of Israel	2001.03
ד' אלקיים, מ' רגב, י' אלאשווילי – אמידת פער התוצר ובחינת השפעתו על האינפלציה בישראל בשנים האחרונות	2002.01
ר' שטיין – אמידת שער החליפין הצפוי באמצעות אופציות Call על שער Forward ה-	2002.02
ר' אלדור, ש' האוזר, מ' קהן, א' קמרה – מחיר אי-הסחירות של חוזים עתידיים (בשיתוף הרשות לניירות ערך)	2003.01
R. Stein - Estimation of Expected Exchange-Rate Change Using Forward Call Options	2003.02
ר' שטיין, י' הכט – אמידת ההתפלגות הצפויה של שער החליפין שקל-דולר הגלומה במחירי האופציות	2003.03
D. Elkayam – The Long Road from Adjustable Peg to Flexible Exchange Rate Regimes: The Case of Israel	2003.04
R. Stein, Y. Hecht – Distribution of the Exchange Rate Implicit in Option Prices: Application to TASE	2003.05
א' ארגוב – מודל לחיזוי הגירעון המקומי של הממשלה	2004.01
י' הכט, וה' פומפושקו – נורמליות, רמת סיכון שכיחה ושינוי חריג בשער החליפין	2004.02
D.Elkayam ,A.Ilek – The Information Content of Inflationary Expectations Derived from Bond Prices in Israel	2004.03

ר. שטיין – ההתפלגות הצפויה של שער החליפין שקל-דולר, התפלגות א-פרמטרית הגלומה באופציות מטבע חוץ	2004.04
Y. Hecht, H. Pompushko – Normality, Modal Risk Level, and Exchange-Rate Jumps	2005.01
י' אלאשווילי, מ' רגב – גזירת הציפיות לאינפלציה משוק ההון	2005.02
א' ארגוב – כלל ריבית אופטימלי למודל מוניטרי של המשק הישראלי	2005.03
M.Beenstock, A.Ilek – Wicksell's Classical Dichotomy: Is the Natural Rate of Interest Independent of the Money Rate of Interest ?	2005.04
י' הכט וה' פומפושקו- RND	2006.01
ד' אלקיים, א' ארגוב – ניסוח ואמידה של מודל ניאו-קיינסיאני למשק קטן ופתוח, יישום למשק הישראלי	2006.02
Z.Wiener, H.Pompushko- The Estimation of Nominal and Real Yield Curves from Government Bonds in Israel	2006.03
א' אילק – המודל החודשי להערכת האינפלציה והמדיניות המוניטרית בישראל	2006.04
E.Azoulay, M.Brenner, Y.Landskroner –Inflation Expectations Derived from Foreign Exchange Options	2007.01
A.Ilek -Aggregation versus Disaggregation- What can we learn from it?	2007.02
ר' שטיין -אמידת עקום תשואות המק"ם וגזירת ריביות הפורוורד	2007.03

**Bank of Israel – Monetary Department**  
**POB 780 91007 Jerusalem, Israel**

**בנק ישראל – המחלקה המוניטרית**  
**ת"ד 780 ירושלים 91007**