עיונים מוניטריים

Monetary Studies

כלל ריבית אופטימלי למודל מוניטרי של המשק הישראלי

איל ארגוב

ספטמבר 2005 2005.03

Discussion Papers מאמרים לדיון

Bank of Israel
Monetary
Department

בנק ישראל
המחלקה
המוניטרית

כלל ריבית אופטימלי למודל מוניטרי של המשק הישראלי

איל ארגוב

ספטמבר 2005 2005.03

הדעות המובעות במאמר זה אינן משקפות בהכרח את עמדת בנק ישראל.

דואר אלקטרוני: eyala@bankisrael.gov.il

מחלקה מוניטרית, בנק ישראל ת״ד 780 ירושלים 91007
מס׳ קטלוגי 3111505003/6
http://www.bankisrael.gov.il

כלל ריבית אופטימלי למודל מוניטרי של המשק הישראלי

איל ארגוב*

תקציר

במאמר נגזר כלל ריבית אופטימלי מהמודל המוניטרי של המחלקה המוניטרית בבנק ישראל. הגזירה היא בעזרת כלים של תכנון דינמי, שמאפשרים לחשב כללי מדיניות אשר ממזערים פונקציות הפסד המוגדרות על ידי קובעי המדיניות. אנו מוצאים כי בכלל האופטימלי הנגזר המדיניות המוניטרית מגיבה בעיקר על האינפלציה-בפיגור, בשל האדפטיביות בציפיות לאינפלציה, ועל הריבית-בפיגור, תוצאת המניע של החלקת הריבית. מסימולציה דינמית של הכלל לשנים 1998 עד 2001 נגזרה ריבית נמוכה מזו שהייתה בפועל, ונמצא שהדאגה למנוע תנודות בריבית הייתה חזקה יותר מאשר בשנים 2002 עד 2005. מסימולציה קדימה של המודל (מהרביע השני של 2005) עם כלל הריבית האופטימלי, נגזרת עליית ריבית מהירה מזו הנגזרת מסימולציה עם כלל ריבית אמפירי (בצורת משוואת טיילור), המבטא את דפוס הפעולה של בנק ישראל בשנים האחרונות. בבדיקות רגישות נמצא כי הכלל שנגזר מתפקד טוב יותר מכלל טיילור פשוט גם אם המבנה האמיתי של המשק שונה מעט מן המודל שממנו הוא נגזר. במאמר מוצע שבניתוח השוטף של מצב המשק, לקראת החלטות מדיניות, תיבחן תחזית תוך שימוש בכלל האופטימלי לצד תחזית המתבססת על כלל הריבית האמפירי שבשימוש היום.

* תודה לדוד אלקיים על הערותיו המועילות, וכן לכל משתתפי סמינר המחלקה המוניטרית בבנק ישראל, שהאירו את עיניי לנקודות חשובות.

א. הקדמה

בנק ישראל, כמו בנקים מרכזיים רבים בעולם, משתמש במודלים אקונומטריים לניתוח המדיניות המוניטרית, לחיזוי משתנים כלכליים ולהערכת הסביבה הכלכלית לקראת החלטות מדיניות. מודלים אלה מורכבים ממספר משוואות, המבטאות קשרים כלכליים בין משתנים שונים. כל משוואה מתארת את התפתחותו של משתנה מסוים כפונקציה של משתנים אנדוגניים אחרים (שלכל אחד מהם משוואה) ומשתנים אקסוגניים. מודל המחלקה המוניטרית של בנק ישראל, המבוסס על מאמרו של אלקיים (2001), מכיל משוואה שמתארת את התפתחות הריבית הנומינלית (כלל ריבית). דרך אחת לניסוח כלל ריבית היא לאמוד את פונקציית התגובה של הבנק המרכזי - כלומר לבחון בצורה אקונומטרית כיצד בנק ישראל נהג להגיב בעבר על שינויים באינדיקטורים כלכליים. משוואות כאלה אמדו אלקיים (2001) ומלניק (2005). שימוש בכלל ריבית שמקורו באמידה אקונומטרית יעיל לחיזוי התפתחות המשק, בהינתן שבנק ישראל ימשיך לנהוג כפי שנהג בעבר. שימוש בכללים אלה במודלים יכול להתאים גם לניתוח כלכלי רטרואקטיבי.

במאמר זה אנקוט גישה שונה למשוואת ריבית נומינלית: אגזור כלל אופטימלי לריבית, בהינתן פונקציית מטרה כלשהי של הבנק המרכזי. מאחר שניסוח המודל מתאר כיצד משתנים רלוונטיים, כדוגמת האינפלציה, מתפתחים בתגובה על שינויים במשתנים האחרים (ובכללם משתני מדיניות כגון הריבית הנומינלית), ניתן לגזור בצורה מתמטית משוואה לריבית שתמרב פונקציית מטרה או תמזער פונקציית הפסד כלשהי. פונקציית ההפסד יכולה להיות מורכבת למשל מהסטיות של האינפלציה מהיעד. השיטות לגזירת כללים אלה תוארו בהרחבה על ידי כלכלנים כ-Svensson, Woodford , Ljungqvist ו-Sargent. במאמר אשתמש בשיטות אלה כדי לגזור כלל ריבית אופטימלי במסגרת המודל המוניטרי המשמש את המחלקה המוניטרית של בנק ישראל.

מודל שמשתני המדיניות שלו (כגון הריבית) מתוארים על ידי כלל אופטימלי הוא עדיף על כלל נאמד לצורכי גיבוש מדיניות עתידית, משום שמקבלי ההחלטות יכולים להפיק ממנו המלצת מדיניות אופטימלית בהינתן מטרתם. תוצאת מודל כזה מאלפת, לצורכי החלטות מדיניות, יותר מתיאור ההתפתחות הכלכלית בהנחה שהבנק המרכזי ימשיך לפעול כמו בעבר. ניתן להשתמש בכלל זה כדי לבדוק אם בנק ישראל נהג בעבר בצורה אופטימלית, וכן כדי לאבחן את פונקציית המטרה שעמדה לנגד עיניהם של מקבלי ההחלטות בעבר. חסרונו המרכזי של כלל אופטימלי הוא תלותו החזקה במודל שממנו הוא נגזר. אם המשק מתנהג באופן שונה מאשר המודל, תוצאת השימוש בכלל אופטימלי כזה יכולות להיות נחותות מאלה של כללים אחרים, ובפרט של כללים נאמדים. על כן במסגרת ניסוח הכלל האופטימלי, חשוב לבדוק את מידת רגישותו לערכי הפרמטרים ולמבנה המודל. בדיקת רגישות כזאת מוצגת בחלקה האחרון של העבודה.

ראוי לציין ששיטות הגזירה של הכללים האופטימליים הן רחבות למדי ומתאימות למיגוון רחב של מודלים. על כן יהיה ניתן להחיל אותן גם על כל מודל שישמש את הבנק המרכזי בעיצוב מדיניותו בעתיד.

הפרק הבא מתאר את המסגרת המתימטית לגזירת הכלל האופטימלי וכן את המודל של המחלקה המוניטרית שממנו נגזור כלל אופטימלי. בחלק ג׳ נתאר את הכלל האופטימלי שנגזר, ובחלק ד׳ נערוך סימולציות של המודל בהינתן השימוש בכלל האופטימלי. לשם ניתוח הכלל נשווה

את תוצאות הסימולציה לתוצאות שנגזרו ממודל עם משוואת ריבית נאמדת, המשמש את הבנק המרכזי היום. בחלק ה' נערוך ניתוח רגישות לשם בחינת העמידות של תוצאות ההשוואה ביחס לאי-וודאויות שונות במודל. בחלק ו' יסוכמו תוצאות המחקר ויוצעו המלצות להמשך.

ב. רקע ותיאור המודל

במאמר זה נגזור כלל מדיניות אופטימלי מתוך מודל כלכלי, בשיטות המתוארות אצל Ljungqvist&Sargent (2000) ו-Svensson&Woodford (2003). גזירת כלל המדיניות יוצאת מתוך מודל ליניארי בצורת State Space :

$$(1)\qquad \begin{bmatrix} X_{t+1} \\ x_{t+1/t} \end{bmatrix} = A^1 \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \end{bmatrix} + A^2 \begin{bmatrix} X_{t/t} \\ x_{t/t} \end{bmatrix} + B \cdot i_t + \begin{bmatrix} u_{t+1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

X_t הוא וקטור משתני מצב – משתנים המתארים את מצב המשק ורלוונטיים לעתידו. x_t הוא וקטור משתני מצב המאופיין בהסתכלות לעתיד, כלומר נכנס למודל בצורה של ציפיות רציונליות. עבור משתנה מסוים, z, האינדקס התחתון, τ/t, מסמל את הציפיות הרציונליות למשתנה z בתקופה τ על סמך כל האינפורמציה עד (וכולל) זמן t. i הוא וקטור של משתני המדיניות - לדוגמה, הריבית הנומינלית. u הוא וקטור של הפרעות מקריות. משוואה (1) מכונה משוואת התנועה (law of motion) המתארת את הדינאמיקה של המשתנים הכלכלים. ניתן להניח כי חלק מהמשתנים אינם נצפים ישירות, ולכן יש צורך במשוואת מדידה, המתארת את הקשר בין המשתנים הנצפים Z למשתני המצב :

$$(2)\qquad Z_t = D^1 \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \end{bmatrix} + D^2 \begin{bmatrix} X_{t/t} \\ x_{t/t} \end{bmatrix} + v_{t+1}$$

כאשר v הוא וקטור של טעויות מדידה.

מטרת המדיניות היא למזער פונקציית הפסד ריבועית ורב-זמנית מהצורה :

$$(3)\qquad \min_{\{i_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{Y_t' V Y_t\}$$

כאשר β הוא גורם היוון, ו-Y הוא וקטור של משתנים המורכבים בצורה ליניארית ממשתני המצב והמדיניות :

$$(4)\qquad Y_t = C^1 \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \end{bmatrix} + C^2 \begin{bmatrix} X_{t/t} \\ x_{t/t} \end{bmatrix} + C^3 i_t$$

אמנם אנו מחפשים מסלול של משתני המדיניות, אך הנחות כי פונקציית ההפסד נמשכת עד אין-סוף, כי צורת ההפסד החד-תקופתי קבועה, וכי משוואת התנועה קבועה מבטיחות שניתן להציג את הפתרון בצורה של כלל מדיניות אופטימלי קבוע מהצורה :

$$(5)\qquad i_t = F X_{t/t}$$

או

$$(5)'\qquad i_t = F \begin{bmatrix} X_{t/t} \\ x_{t/t} \end{bmatrix}$$

פירושו של דבר שמשתני המדיניות לזמן t ייקבעו כפונקציה ליניארית קבועה של ההערכה הטובה ביותר של משתני המצב בזמן t. ההבדל בין משוואה (5) ל-'(5) הוא אפיון התהליך של היווצרות הציפיות. הראשונה מתאימה למערכת שבה קובעי המדיניות אינם מתחייבים לכלל קבוע, ולכן הציפיות נבנות בהנחה שקובעי המדיניות ישובו ויבצעו אופטימיזציה בכל תקופה (discretion); לעומת זאת המשוואה השנייה נגזרת ממערכת שבה קובעי המדיניות אמינים ומסוגלים להתחייב לכלל מדיניות קבוע (commitment). לדיון מפורט על ההשלכות וההבדלים בין הגישות ראו Svensson & Woodford (2003). כאן לא dדרש להכרעה ודיון בנושא, משום שבמודל המשמש במאמר זה הציפיות אינן רציונליות.

האלגוריתמים למציאת כלל המדיניות האופטימלי מפורטים גם אצל Gerali & Lippi (2002), שאף פיתחו תוכניות Matlab, הפותרות בעיות כאלה באופן נומרי.

את כלל הריבית האופטימלי אגזור עבור המודל האקונומטרי של המחלקה המוניטרית, המשמש (נכון לתחילת 2005) להערכת הסביבה הכלכלית ולגיבוש המלצות למדיניות הריבית. זהו מודל רבעוני המתאר את התפתחות המשתנים המוניטריים המרכזיים - האינפלציה, הציפיות לאינפלציה, שער החליפין והריבית. המבנה והרקע התיאורטי מתוארים אצל אלקיים (2001). להלן מתוארות בקצרה משוואות המודל. חלק מהמשוואות רועננו מאז הן פורסמו לראשונה אצל אלקיים.

המשוואה המרכזית היא לאינפלציה, והיא מתקבלת מחיבור משוואת IS עם עקומת פיליפס. זאת בהעדר אומדן מספק לפער התוצר:

$$\begin{aligned}(6)\qquad dp_t = &-1.4 \cdot d1_t + 2.5 \cdot d2_t - 0.04 \cdot d4_t + (1.4 - 2.5 + 0.04) \cdot d4_t \\ &+ 0.2 \cdot (de_t + dpim_t) + 0.6 \cdot Edp_t + (1 - 0.2 - 0.6) \cdot dpsa_{t-1} \\ &- 0.6 \cdot (ima_t - Edp_t - r_t)\end{aligned}$$

כאשר:

dp – שיעור השינוי במדד המחירים לצרכן ללא פירות וירקות.

di – משתנה דמה לרביע i.

de - שיעור הפיחות בשער החליפין שקל-דולר.

$dpim$ – שיעור השינוי במחירים הדולריים של היבוא.

Edp – האינפלציה הצפויה לארבעת הרביעים הבאים, כפי שנגזר משוק ההון.

ima – הריבית הנומינלית האפקטיבית של בנק ישראל.

r – הריבית הריאלית של שיווי משקל (Natural Interest Rate).

$dpsa$ היא האינפלציה מנוכת עונתיות ומוגדרת כ-

$$(7)\qquad dpsa_t = dp_t - [-1.4 \cdot d1_t + 2.5 \cdot d2_t - 0.04 \cdot d4_t + (1.4 - 2.5 + 0.04) \cdot d4_t]$$

תהליך היווצרות הציפיות לאינפלציה מתואר על ידי משוואה אדפטיבית בעיקרה, הכוללת גם רכיב של יעד האינפלציה. שינויים במקדם של יעד האינפלציה משקפים שינויים באמינות שהציבור מיחס לבנק המרכזי:

$$(8) \qquad Edp_t = 0.25 \cdot MA(dp_t, 4) + 0.25 \cdot Edp_{t-1} + 0.5 \cdot dpT$$

כאשר:

dpT – יעד האינפלציה.

MA(x,i) – מסמן ממוצע נע של המשתנה *x* עם תקופת מיצוע של *i* תקופות.

התפתחות הפיחות בשער החליפין מתוארת על ידי משוואה המניחה שקילות כוח הקנייה (PPP) בטווח הארוך ו-UIP בטווח הקצר (הפיחות הצפוי שווה לפער הריביות הנומינלי):

$$(9) \qquad de_t = dpsa_t - dpusa_t - d(ima_t) + d(Edp_t) + d(idolar_t) - d(dpusa_t)$$

כאשר:

dpusa – האינפלציה בארה"ב.

idolar – ריבית הליביד לחודש על הדולר.

האופרטור *d* מסמן הפרש ראשון.

המשוואה האחרונה מתארת אומדן לריבית הריאלית של שיווי משקל:

$$(10) \qquad r_t = 0.5 \cdot B10_t + 0.5 \cdot dynbs_t$$

כאשר:

B10 – התשואה-לפדיון על אג"ח צמודות ל-10 שנים.

dynbs – שיעור השינוי במגמת התוצר הריאלי של המגזר העסקי. המגמה נאמדה ב-hp פילטר.

משוואות אלה מתארות את הדינמיקה של משתני המצב האנדוגניים - האינפלציה, הציפיות לאינפלציה והפיחות. כדי לערוך סימולציות קדימה נדרשות הנחות לגבי המסלול העתידי של המשתנים האקסוגניים. בעת עריכת סימולציות שוטפות אנו מניחים כי השינוי העתידי במחירי היבוא (*dpim*) יהיה זהה לאינפלציה בארה"ב (*dpusa*), שחיזויה מבוסס על תחזיות של חזאים שם. מסלולה העתידי של הריבית הדולרית (*idolar*) נגזר מריביות ה-forward בשוק ההון האמריקני. ולבסוף - מניחים כי המסלול של התשואה ל-10 שנים (*B10*) ושל העלייה במגמת התוצר העסקי (*dynbs*) מתכנס בהדרגה ל-3.4 אחוזים.
סגירת המודל נעשית על ידי משוואה המתארת את התאמת הריבית הנומינלית. בפרק הבא נגזור כלל אופטימלי לריבית.

ג. גזירת כלל הריבית האופטימלי

בטרם אגזור כלל ריבית אופטימלי, בהינתן המודל שהוצג, יש להתייחס לשתי סוגיות – טיפול במשתנים האקסוגניים ופונקציית ההפסד של הבנק המרכזי.

כדי לגזור כלל מדיניות אופטימלי יש לנסח את המודל בצורה של משוואה (1). בצורה זו אין מקום למשתנים אקסוגניים – כל משתני המצב צריכים להיות מוסברים על ידי פיגורים של משתני המצב עצמם ומשתני המדיניות. פתרונות אפשריים למשתנים אקסוגניים בגזירת הכלל האופטימלי יכולים להיות: היותם קבועים או הפרעה מקרית בלבד או מקיימים תהליך אוטורגרסיבי כלשהו (עם או בלי רעש). בחרנו באפשרות האחרונה: לכל אחד מהמשתנים האקסוגניים הותאם תהליך אוטורגרסיבי מסדר ראשון תוך כפיית ערכו של המשתנה בטווח הארוך. (ערך הטווח הארוך מסומן בקו עליון.) להלן תוצאות האמידה של המשוואות האוטורגרסיביות:

השינוי במחירי היבוא:

$$(11)\qquad dpim_t = \underset{(-1.6)}{-3.2}\cdot d1 + \underset{(1..3)}{2.5}\cdot d2 + \underset{(0.6)}{1.1}\cdot d3 + (3.2-2.5-1.1)\cdot d4 + \underset{(2.5)}{0.34}\cdot dpim_{t-1} + (1-0.34)\cdot \overline{dpim}$$

$$R^2 = 0.14 \qquad \text{sample } 1992:1\text{-}2004:3 \qquad \text{D.W.} = 2.04 \qquad \overline{dpim} = 2$$

האינפלציה בארה״ב:

$$(12)\qquad dpusa_t = \underset{(2.4)}{0.7}\cdot d1 + \underset{(2.3)}{0.7}\cdot d2 - \underset{(-2.7)}{0.8}\cdot d3 + (-0.7-0.7+0.8)\cdot d4 + \underset{(3.3)}{0.44}\cdot dpusa_{t-1} + (1-0.44)\cdot \overline{dpusa}$$

$$R^2 = 0.23 \qquad \text{sample } 1992:3\text{-}2004:4 \qquad \text{D.W.} = 2.03 \qquad \overline{dpusa} = 2$$

הריבית הדולרית מאופיינת גם בתהליך של ממוצע-נע בטעויות ($Uidolar$):

$$(13)\qquad idolar_t = \underset{(-1.8)}{-0.2}\cdot d1 + \underset{(0.9)}{0.1}\cdot d2 + \underset{(0.8)}{0.1}\cdot d3 + (0.2-0.1-0.1)\cdot d4 + \underset{(20.8)}{0.96}\cdot idolar_{t-1} + (1-0.96)\cdot \overline{idolar} + Uidolar_t$$

$$\text{Uidolar}_t = 0.54\cdot Uidolar_{t-1}$$

$$R^2 = 0.95 \qquad \text{sample } 1992:1\text{-}2004:4 \qquad \text{D.W.} = 1.7 \qquad \overline{idolar} = 4$$

התשואה הריאלית ל-10 שנים:

$$(14)\qquad B10_t = \underset{(22.6)}{0.96}\cdot dpim_{t-1} + (1-0.96)\cdot \overline{B10}$$

$$R^2 = 0.83 \qquad \text{sample } 1992:1\text{-}2004:4 \qquad \text{D.W.} = 1.60 \qquad \overline{B10} = 3.4$$

באמידה לא נמצאה משוואה מתאימה לצמיחה במגמת התוצר, ולכן הנחתי תהליך אוטורגרסיבי מהצורה הבאה:

$$(15)\qquad dynbs_t = 0.8\cdot dynbs_{t-1} + (1-0.8)\cdot \overline{dynbs}, \qquad \overline{dynbs} = 3.4$$

למעשה ישנו משתנה אקסוגני נוסף – יעד האינפלציה. מאחר שהיעד קבוע החל מ-2003, נבחרה לגביו שיטת הטיפול הראשונה במשתנים אקסוגניים (להניח שהוא קבוע), ובכך משתנה זה הופך לפרמטר, שערכו שווה ל-2 אחוזים.

חמש המשוואות האחרונות מאפשרות להציג את כל המודל בצורת State Space. בנספח 1 מתואר המעבר ממשוואות (15)-(6) לצורת הצגה של משוואה (1).

הסוגיה השנייה שנתייחס אליה בטרם את כלל הריבית האופטימלי היא פונקציית ההפסד. נניח כי ניתן לתאר את מטרת הבנק המרכזי באמצעות פונקציית המטרה הבאה:

$$(16) \qquad \min \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ (dpsa_t - dp^T)^2 + \alpha (i_t - i_{t-1})^2 \right\}$$

משמע שהבנק המרכזי מעוניין למזער סטיות של האינפלציה (מנוכת עונתיות) מהיעד וכן מעוניין להמעיט בשינויים בריבית, כל זאת מהיום ועד אין-סוף. אולם חששו מסטיות עתידיות באינפלציה (או משינויים בריבית) נמוך מחששו מסטיות (או שינויים) היום, וזאת דרך גורם ההיוון $\beta < 1$. הגורם בתוך הסוגריים המקושטים הוא פונקציית ההפסד החד-תקופתית. כפי שניתן לראות, הפרמטר α מתאר את המשקל היחסי שניתן לשינויים בריבית בפונקציית ההפסד. לשם גזירת הכלל האופטימלי אניח כי $\beta = 0.99$ ו-$\alpha = 4$. ההנחה האחרונה אומרת כי שינוי רבעוני של חצי נקודת אחוז בריבית הנומינלית פוגע במשק כמו סטייה של האינפלציה מהיעד באחוז אחד. (הסטייה היא ברביע אחד, והאינפלציה היא במונחים שנתיים.) בניסוח פחות מדויק אך אינטואיטיבי יותר: מבחינת בנק ישראל, סטייה שנתית של אחוז באינפלציה (למשל אינפלציה של 3 אחוזים) ושינוי של 2 אחוזים ברמת הריבית הנומינלית במהלך אותה שנה מזיקות באותה מידה. חשוב להדגיש כי אין זו בהכרח מערכת ההעדפות של בנק ישראל, אלא דוגמה בגבולות הסביר. בנספח 1 מוצג המעבר מפונקציית המטרה ב-(16) לצורת ההצגה הכללית במשוואות (3) ו-(4).

בהתאם למשוואה (5), הצורה הכללית של כלל הריבית האופטימלי היא:

$$(17) \qquad \begin{aligned} i_{t+1} = {} & a_1 + a_2 \cdot dpsa_t + a_3 \cdot dpsa_{t-1} + a_4 \cdot dpsa_{t-2} + a_5 \cdot Exp_t + a_6 \cdot dpim_t + a_7 \cdot idolar_t \\ & + a_8 \cdot Uidolar_t + a_9 \cdot B10_t + a_{10} \cdot dynbs_t + a_{11} \cdot dpusa_t + a_{12} \cdot i_t \end{aligned}$$

משמע שהריבית הנומינלית מותאמת בתגובה על משתני המצב-בפיגור. נשים לב כי לפי משוואה (5) הריבית מותאמת בתגובה על משתני המצב באותה התקופה, אולם הניסוח הכללי בסעיף ב' מניח שבעת קביעת הריבית ל-t ידועים ערכי משתני המצב ב-t, כולל הזעזועים בהם, ולכן משתנה המדיניות ב-t משפיע על משתני המצב רק החל מ-$t + 1$. לעומת זאת במודל שהוצג הריבית משפיעה על משתני המצב, ובפרט על האינפלציה, כבר באותה תקופה (משוואות 6 ו-9). על כן, הריבית נקבעת בהתאם למצב המשק כפי שהוא ידוע בתחילת התקופה, כלומר על סמך משתני המצב של התקופה הקודמת, דבר המשקף את המציאות.

בנוסף, במשוואה (17) נכנסת הריבית בפיגור לכלל הריבית האופטימלי. זוהי תוצאת מניע החלקת הריבית הנגזרת מהפסד התועלת הכרוך בשינוי בריבית. כדי לבטא מניע זה יש לכלול את משתנה המדיניות בפיגור בתוך משתני המצב.

כלל הריבית האופטימלי שמתקבל הוא:

$$i_{t+1} = 0.62 + 0.13 \cdot dpsa_t + 0.04 \cdot dpsa_{t-1} + 0.03 \cdot dpsa_{t-2} + 0.05 \cdot Exp_t + 0.03 \cdot dpim_t \\ - 0.01 \cdot idolar_t + 0.05 \cdot Uidolar_t + 0.20 \cdot B10_t + 0.14 \cdot dynbs_t + 0.01 \cdot dpusa_t + 0.57 \cdot i_t \quad (18)$$

להלן אסמן כלל זה באותיות OPT. בעזרת מספר פעולות אלגבריות ניתן להציג את הכלל גם בצורה הבאה:

$$i_{t+1} = 0.43 \cdot \{i^{LR} + 0.30 \cdot (dpsa_t - dp^T) + 0.10 \cdot (dpsa_{t-1} - dp^T) + 0.06 \cdot (dpsa_{t-2} - dp^T) + 0.12 \cdot (Exp_t - dp^T) \\ + 0.06 \cdot (dpim_t - 2) - 0.01 \cdot (idolar_t - 4) + 0.11 \cdot Uidolar_t + 0.46 \cdot (B10_t - 3.4) \\ + 0.32 \cdot (dynbs_t - 3.4) + 0.02 \cdot (dpusa_t - 2)\} + (1 - 0.43) \cdot i_t \quad (19)$$

כאשר:

i^{LR} – הריבית הנומינלית בטווח הארוך: הריבית הריאלית של שיווי משקל בטווח ארוך בתוספת יעד האינפלציה.

במשוואה (19) הריבית הנומינלית האופטימלית היא ממוצע משוקלל של שני גורמים. הראשון הוא "ריבית המטרה": הריבית הנומינלית של טווח ארוך בתוספת סטיות של חלק ממשתני המצב מערכם בטווח הארוך. לדוגמה, אינפלציה הגבוהה בנקודת אחוז מהיעד מביאה לעלייה של הריבית המטרה ב-0.3 נקודת אחוז מעל שיעורה בטווח הארוך. הגורם השני בממוצע המשוקלל הוא הריבית בתקופה הקודמת. שוב, זוהי תוצאה של רצון הבנק המרכזי להחליק ריבית.

צורת הצגה השלישית שאליה אפשר להגיע בעזרת פעולות אלגבריות היא השינויים בריבית:

$$i_{t+1} - i_t = 0.43 \cdot \{0.30 \cdot (dpsa_t - dp^T) + 0.10 \cdot (dpsa_{t-1} - dp^T) + 0.06 \cdot (dpsa_{t-2} - dp^T) \\ + 0.12 \cdot (Exp_t - dp^T) + 0.06 \cdot (dpim_t - 2) - 0.01 \cdot (idolar_t - 4) + 0.11 \cdot Uidolar_t \\ + 0.46 \cdot (B10_t - 3.4) + 0.32 \cdot (dynbs_t - 3.4) + 0.02 \cdot (dpusa_t - 2)\} + 0.43 \cdot (i^{LR} - i_t) \quad (20)$$

לפי הצגה זו, השינוי בריבית הנומינלית הוא פונקציה של הסטיות במשתני המצב והריבית מערכם בטווח הארוך. לדוגמה, בתגובה על אינפלציה הגבוהה מהיעד בנקודת אחוז נדרשת העלאת ריבית של 0.13 נקודת אחוז. אולם אם במקביל הריבית הנומינלית בנקודת המוצא גבוהה ב-0.3 נקודת אחוז מערכה בשיווי משקל, אין צורך בהעלאה נוספת. היתרון של צורת הצגה זו הוא שניתן לפרק את השינוי הנגזר בריבית לתרומות של כל אחד ממשתני המצב. יתרון זה מאפשר ניתוח עמוק יותר של תוצאות המודל לצורכי מדיניות.

ד. סימולציה של המודל עם כלל הריבית האופטימלי

בסעיף זה אערוך סימולציות של המודל כדי לבחון את תגובת המשתנים הכלכליים על כלל הריבית האופטימלי שנגזר בסעיף הקודם. לשם השוואה אציג גם סימולציה שבה מופיע כלל ריבית מצורת טיילור: הריבית הנומינלית מותאמת לסטיות של האינפלציה הצפויה מהיעד, תוך החלקת ריבית. הפרמטרים של הכלל נאמדו בצורה אקונומטרית בשיטת 2SLS, על סמך מדגם מ-

1992.3 עד 2004.4, ולכן הכלל מבטא את פונקציית תגובה של בנק ישראל בעבר. את הכלל נכנה TR:

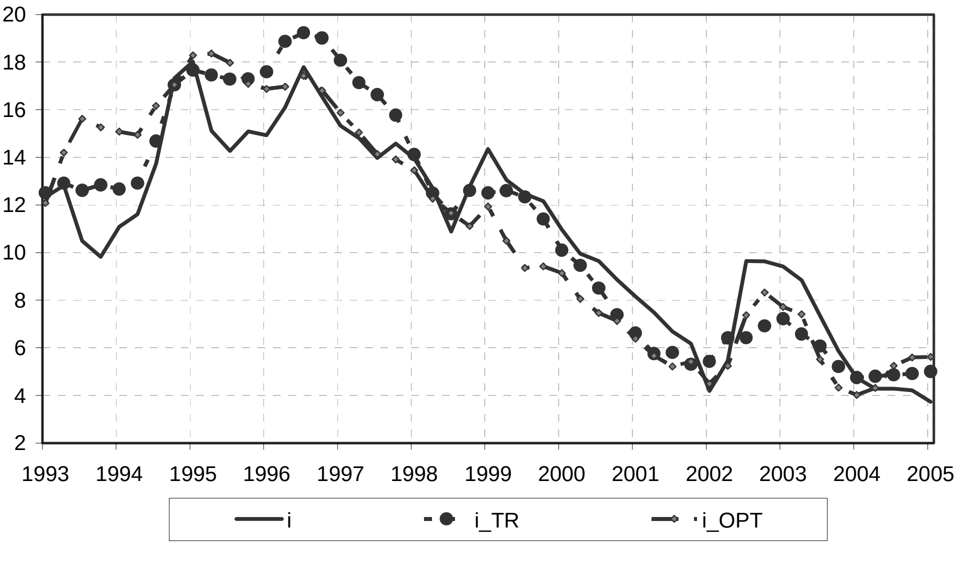
$$(21)\qquad i_t = \underset{(4.36)}{0.23}\cdot[r_t + dpT_t + \underset{(3.61)}{2.11}\cdot(Exp_t - dpT_t)] + (1-0.23)\cdot i_{t-1}$$

$$R^2 = 0.93 \qquad \text{sample } 1992:3\text{-}2004:4 \qquad D.W. = 1.76$$

לכלל זה שני שני פרמטרים. הראשון (0.23) הוא מקדם החלקת הריבית, והשני (2.11) מבטא את מידת האגרסיביות של התאמת הריבית ביחס לסטיות של האינפלציה מהיעד. לעומת תוצאה זו, בכלל הריבית שאמד אלקיים מתקבלת החלקה נמוכה יותר (0.45) ומידת אגרסיביות קטנה יותר (1.74). זוהי תוצאה של שני גורמים: ראשית תקופת המדגם אצל אלקיים מסתיימת ברביע השלישי של 2000, וכן האומדן לריבית שיווי משקל מורכב רק מהתשואה-לפדיון על אג״ח צמודות ל-10 שנים. שינוי זה בפרמטרים מבטא את אחד החסרונות של כללי ריבית נאמדים: פונקציית התגובה של הבנק המרכזי משתנה על פני זמן, ולכן הכללים מבטאים את תגובתו של הבנק, בממוצע, בעבר. חסרון שני של כללים הנאמדים הוא שבחישוב המקדמים מובאות בחשבון גם תצפיות שבהן הבנק לא פעל בצורה אופטימלית להשגת מטרותיו. אם בדיעבד הוא יודע שלא פעל נכון, ברור כי הוא לא יפעל כך בעתיד, ולכן נוצרת הטיה באמידת הכלל.

דיאגרמה ד׳-1

ריבית בנק ישראל בפועל והריביות הנגזרות מכלל הריבית הנאמד (TR) ומכלל הריבית האופטימלי (OPT)



בדיאגרמה ד׳-1 מוצגות סימולציות דינמיות של כלל הריבית הנאמד והכלל האופטימלי בתוך תקופת המדגם[1]. כל זאת לצד התפתחות הריבית הנומינלית בפועל. באופן טבעי ההתאמה של הריבית הנגזרת מהכלל הנאמד גבוהה מזו האופטימלית: ממוצע הסטיות הריבועיות (MAE)

[1] הסימולציות הן של משוואות הריבית בלבד.

בכלל הנאמד הוא 1.36, לעומת 1.62 בכלל האופטימלי. ניתן לראות כי הפער הבולט ביותר בין הריבית האופטימלית לריבית בפועל היה בתקופה בין 1998-2002, אז הריבית האופטימלית הייתה נמוכה יותר. כדי לבחון את התאמת ההנחה בדבר הפרמטר של ההפסד משינויי ריבית ($\alpha = 4$ במשוואה 16) בדקנו אם כלל ריבית הנגזר מערך גבוה יותר של α מיטיב יותר לבטא את התפתחות הריבית בפועל[2]. התקבל כי ההתאמה הגבוהה ביותר בין הריבית בפועל לזו הנגזרת מסימולציה דינמית של כלל אופטימלי היא כאשר בגזירת הכלל מניחים $\alpha = 64$. (MAE ירד ל-1.26.) תוצאה זו מעלה השערה שקובעי המדיניות הקנו להחלקת הריבית משקל גבוה יותר ממה שהנחנו. המשמעות של הפרמטר $\alpha = 64$ היא שמבחינת בנק ישראל אינפלציה שנתית הסוטה בנקודת אחוז מהיעד ושינוי ריבית 0.6 נקודת אחוז בתוך שנה מזיקים באותה מידה. משקל גבוה זה להחלקת הריבית הוא תוצאה של חשש מוגבר מתנודות בה בשנים 1993-2001. בחלוקת המדגם כולו לתקופות מתקבל כי החל מ-2002 נגזר מפרמטר $\alpha = 4$ כלל אופטימלי המיטיב לבטא את התפתחות הריבית באותה תקופה. נציין כי בחינה מעמיקה של פונקציית ההפסד שאפיינה את קובעי המדיניות בעבר דורשת בדיקות נוספות. יתר על כן, בחינה שאינה מתבססת על מודל עם ציפיות רציונליות מוטלת בספק. אולם, מאחר שהתקבל כי החל מ-2001 ההנחה לגבי $\alpha = 4$ נתמכת אמפירית, אוסיף ואפעל על פי הנחה זו גם בסימולציות המוצגות בהמשך העבודה.

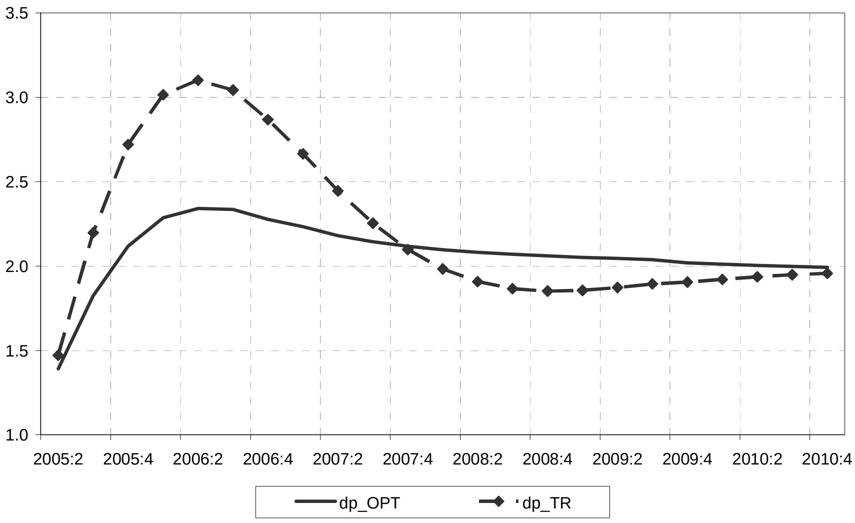
כעת, משראינו את כללי הריבית השונים, נפנה לסימולציות קדימה של המשק. הסימולציות הן החל מהרביע השני של 2005, על סמך המידע הידוע עד מארס 2005. נזכור כי נקודת המוצא של המשק היא באינפלציה נמוכה מהיעד (1.3- אחוזים ברביע הראשון של 2005, מנוכה עונתיות במונחים שנתיים). בד-בבד הריבית הנומינלית היא ברמתה הנמוכה ביותר אי פעם (3.6 אחוזים בממוצע רבעוני), ובניכוי הציפיות לאינפלציה משוק ההון היא עומדת על 1.9 - אחוזים שיעור נמוך ב-1.6 נקודות אחוז מאומדן הריבית של שיווי משקל.

דיאגראמות ד׳-2 ו-ד׳-3 מציגות את האינפלציה החזויה ואת הריבית הנומינלית הנגזרת עבור כל אחד מכללי הריבית.

[2] מבחינה טכנית, עבור ערכים שונים של α נגזר כלל ריבית אופטימלי, כאשר לכל אחד נערכה סימולציה דינמית מ-1993 עד 2005. בחנו את ערך ה-MAE בכל סימולציה.

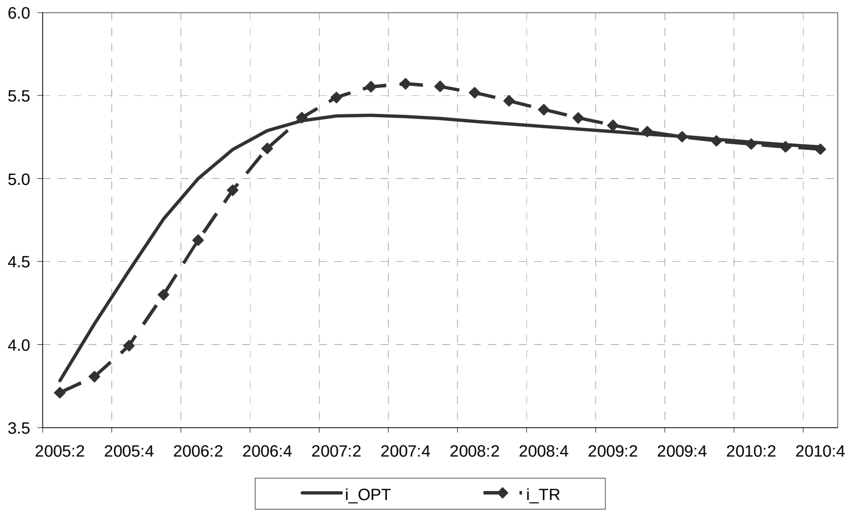
דיאגרמה ד׳-2

האינפלציה הצפויה (לרביע, במונחים שנתיים, מנוכה עונתיות)



דיאגרמה ד׳-3

הריבית הנומינלית



אמנם האינפלציה בנקודת המוצא היא מתחת למרכז היעד, אך היות שהריבית הנומינלית היא מתחת לרמת שיווי המשקל שלה השפעה זו מתקזזת במלואה, ולכן ניתן לראות מדיאגראמה ד׳-3 כי משני כללי הריבית נגזרת מגמת עלייה בריבית הנומינלית. הריבית מועלית לעבר רמת שיווי המשקל בהדרגה בלבד - ממניע ההחלקה - ומכאן נגזרת עלייה באינפלציה במהלך 2005 (דיאגרמה 2). הדברים האלה משותפים לשני כללי הריבית. אולם בדיאגרמה ד׳-2 ניתן לראות כי כלל הריבית האופטימלי (OPT) מביא את האינפלציה כמעט הישר אל היעד. לעומת זאת כלל הריבית TR גורר עלייה של האינפלציה עד מעל הגבול העליון של יעד האינפלציה. בדיאגרמה ד׳-3 ניתן לראות כי לרביע הראשון נגזרת ריבית דומה משתי החלופות, אולם במשך השנה הראשונה נגזרת עליית

ריבית מהירה יותר בכלל הריבית האופטימלי (כ-0.3 נקודת אחוז לרביע). בשנה השנייה המגמה מתהפכת: לפי כלל הריבית הנאמד קצב העלאת הריבית מואץ כך שהריבית עולה יותר מאשר לפי הכלל האופטימלי.

כל הנתונים הנ"ל אינם מספיקים כדי לקבוע מהו כלל הריבית העדיף, בהינתן המודל שהוצג. אמנם ברור שמשיקולי השגת יעד אינפלציה בלבד הכלל האופטימלי נותן תוצאות עדיפות על הכלל הנאמד - אולם, כפי שנוסחה הבעיה בסעיף הקודם, קובעי המדיניות מעוניינים גם בהחלקת הריבית. הדרך הפורמלית לקבוע מהי התוצאה העדיפה היא לבחון את ההפסד, במונחי תועלת, כפי שהיא מנוסחת במשוואה (16), בתוך תקופת הסימולציה (2005.2 עד 2010.4). לפיכך, עבור כל סימולציה עם אחד מכללי הריבית OPT ו-TR נחשב:

$$\sum_{t=0}^{\infty} 0.99^{t} \left\{ (dpsa_{t} - dp^{T})^{2} + 4 \cdot (i_{t} - i_{t-1})^{2} \right\} \qquad (22)$$

מחישוב זה מתקבל כי ההפסד הנמוך ביותר, כצפוי, הוא בכלל האופטימלי (OPT). ערך ההפסד, במונחי תועלת, הוא 2.9, בעוד שעבור כלל טיילור הנאמד (TR) ההפסד הוא 7.5. מתקבל כי כלל טיילור, המבוסס על אמידה אמפירית בין 1992 ל-2004, גורר תוחלת הפסד של כמעט פי שלושה מאשר לפי הכלל האופטימלי. מעניין לציין שהן ההפסד הנובע מסטיות של האינפלציה מהיעד והן זה הנובע משינויים בריבית גדול יותר לפי הכלל הנאמד, אולם מרבית ההפרש הוא הפסד התועלת הנובע מסטיות של האינפלציה מהיעד. משמע שהכלל האופטימלי גוזר מסלול ריבית המכנס את האינפלציה אל היעד מהר יותר בלי לשלם על כך בתנודתיות יתר בריבית.

ה. ניתוח רגישות

התוצאה המרכזית של סוף הסעיף הקודם, שלפיה הכלל האופטימלי שגזרנו מביא תוצאה טובה יותר במונחי פונקציית התועלת שממנה נגזר הכלל, אינה מפתיעה. תוצאה זו היא אף טריוויאלית, שכן הכלל נגזר בצורה מתמטית כך שהוא ייתן תוצאות טובות יותר במונחי תועלת. השאלה העולה היא אם כלל הריבית שנגזר הוא טוב גם במקרה שהמשק נוהג באופן שונה מהמודל שממנו נגזר הכלל. כדי להכריע איזה מהכללים נכון יותר לצורכי מדיניות יש לבחון גם את הרגישות של התוצאות המתקבלות מכל אחד מהכללים לגבי אי-ודאויות במבנה המודל ובערכי הפרמטרים.

בסעיף זה אשנה רכיבים שונים של המודל (לדוגמה את מקדם הריבית במשוואת האינפלציה), ואבדוק אם הכלל האופטימלי שנגזר (OPT) ממשיך לתת תוצאות טובות יותר מאשר כלל טיילור הנאמד (TR). ביתר פירוט: אבצע סימולציות עבור התקופה 2005.2 עד 2010.4 עם גרסאות שונות של המודל ושני הכללים שהוצגו, ועבור כל גרסה אבחן את היחס בין הפסד התועלת הנובע מכללי טיילור להפסד הנובע מהכלל האופטימלי.

1. בדיקת רגישות ביחס לפרמטרים של משוואת האינפלציה א'

כאן תבחן רגישות ההפסד הנובע מהכללים השונים ביחס למקדמים של הפיחות (בתוספת השינוי במחירי היבוא) ושל הציפיות לאינפלציה במשוואת האינפלציה (6). אזכיר כי שני מקדמים אלה קובעים גם את המקדם של האינפלציה בפיגור, שכן סכומם חייב להיות אחד. ביתר פירוט, אבצע סימולציות של המודל כאשר ערכי הפרמטרים הנ"ל נעים בין 0 ל-1, בקפיצות של 0.2. מובן

שנתייחס רק להרכבים האפשריים – שבהם הסכום של שני המקדמים אינו גדול מאחת, כך שהמקדם של האינפלציה בפיגור אינו שלילי. התוצאות מוצגות בלוח ה׳-1. נבהיר כי אם יחס ההפסדים גדול מ-1, משמע כי הכלל האופטימלי (OPT) נמצא עדיף, שכן ההפסד הנגזר ממנו קטן מההפסד הנגזר מהכלל הנאמד.

<u>לוח ה׳-1</u>

היחס בין הפסד התועלת מכלל טיילור (TR) להפסד התועלת מהכלל האופטימלי (OPT) עבור מקדמים שונים של de+dpim (a) ו-Edp (b) במשוואת האינפלציה (6)

b \ a	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	2.02	4.67	12.19	40.54	mns	mns
0.2	0.61	3.37	5.14	6.66	0.12	
0.4	0.23	2.86	3.72	2.32		
0.6	0.11	**2.48**	2.16			
0.8	0.07	1.73				
1.0	0.05					

mns – לפחות אחת מגרסאות המודל אינה ניתנת לפתרון.

החלופה המודגשת ($a = 0.2$, $b = 0.6$) היא הקרובה ביותר למודל המקורי.

בבחינת לוח ה׳-1 ניתן לראות כי בקרבת המודל המקורי ההפסד הכרוך בשימוש בכלל TR גדול פי 2.5 מזה של הכלל האופטימלי. הכלל האופטימלי נשאר עדיף עבור כל ההרכבים שבהם a בין 0.2 ל-0.6. ניתן לראות שבחלק מהמקרים ההפסד הנובע מכלל TR גדול במאות אחוזים מאשר לפי הכלל האופטימלי, במיוחד במודל שבו רק לפיחות ולאינפלציה בפיגור השפעה על האינפלציה. תוצאה זו הגיונית, שכן לפי כלל טיילור המדיניות המוניטרית מגיבה על ציפיות לאינפלציה; אם אלה אינן משפיעות על האינפלציה, אלא משקפות את סביבתה בלבד, כלל המגיב גם למשתנים אחרים (כדוגמת הכלל האופטימלי) יתפקד טוב יותר. מקרה חריג הוא כאשר הפיחות אינו משפיע על האינפלציה: אז כלל טיילור מניב תוצאות עדיפות, במיוחד אם הציפיות לאינפלציה דומיננטיות מאוד במשוואה (מקדם b גדול).

מבחינה זו עולה כי ברוב המקרים תוצאת הכלל האופטימלי עדיפה משמעותית על זו של כלל טיילור הנאמד. מקרה חריג הוא אם לפיחות אין השפעה על האינפלציה, אולם סבירותו של מצב כזה נמוכה ביותר, שכן ישראל היא משק קטן ופתוח בעל רגישות גבוהה לשינויים בשער החליפין.

2. בדיקת רגישות ביחס לפרמטרים של משוואת האינפלציה ב׳

בסעיף זה נבדוק אם עדיפות הכלל האופטימלי עמידה לשינויים בפרמטר של הפער בין הריבית הריאלית לריבית שיווי המשקל במשוואה (6). בדומה לבדיקה הקודמת נשנה את הפרמטר, אשר באמידה המקורית נמצא כי הוא (-0.6) , על רצף בין (-0.1) ל-(-1.4), ונבחן את יחס הפסדי התועלת בין הסימולציות עם כלל טיילור הנאמד לסימולציות עם הכלל האופטימלי. לוח ה׳-2 מסכם את התוצאות.

<u>לוח ה׳-2</u>

היחס בין הפסד התועלת מכלל טיילור (TR) להפסד מהכלל האופטימלי (OPT) עבור מקדמים שונים של המשתנה-[ima-Edp-r] (d) במשוואת האינפלציה (6)

הפרמטר d	יחס הפסדי התועלת (TR/OPT)
-0.1	0.81
-0.2	0.90
-0.3	1.15
-0.4	1.55
-0.5	2.08
-0.6	**2.68**
-0.7	3.29
-0.8	3.88
-0.9	4.42
-1.0	4.92
-1.1	5.38
-1.2	5.83
-1.3	6.28
-1.4	6.76

מהלוח עולה בבירור שכמעט עבור כל סטייה מהמודל יחס הפסדי התועלת גדול מ-1, ולכן עליונות הכלל האופטימלי נשאר בעינו. עליונותו מתחזקת ככל שהפרמטר מתרחק מאפס (השפעת הפער בין הריבית לזו של שיווי משקל גדלה.) לעומת זאת, ככל שערך הפרמטר מתקרב לאפס – כלומר השפעתו של פער הריבית על האינפלציה פחותה - עדיפותו של הכלל האופטימלי מצטמצמת. במקרה הקיצוני של השפעה אפסית הכלל האופטימלי אף הופך לנחות מכלל טיילור.

ניתוח רגישות זה מלמד כי הכלל האופטימלי חסין לאי-ודאויות סבירות ביחס לעוצמת השפעתה של הריבית על האינפלציה. מידת העדיפות של הכלל האופטימלי אף עולה אם החשש שהפרמטר רחוק יותר מאפס גדול מהחשש כי הפרמטר קרוב יותר לאפס.

3. בדיקת רגישות ביחס למסלול המשתנים האקסוגניים

כדי לגזור את הכלל האופטימלי אפיינתי את הדינמיקה של המשתנים האקסוגניים במשוואות האוטו-רגרסיביות (11)-(20). משוואות אלה מגלמות בתוכן גם את ערכי הטווח הארוך של המשתנים האקסוגניים. משמע שעל-פיהן, אם משתנה אקסוגני שונה מערכו בטווח הארוך, הוא יתכנס אליו בהדרגה וברציפות.

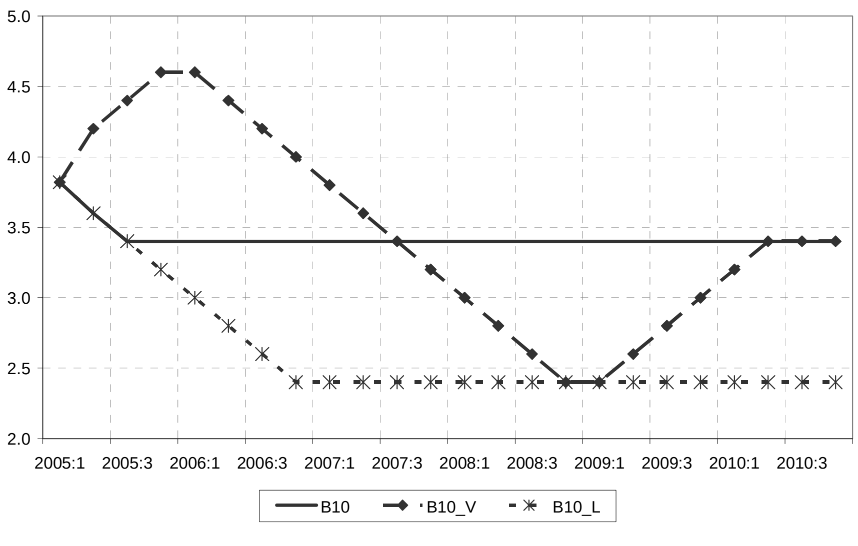
בסימולציות שנערכו עד כה, הונח מסלול מסוים למשתנים האקסוגניים. בפרט הונח כי התשואה הריאלית ל-10 שנים תתכנס בהדרגה ל-3.4 אחוזים וכי האינפלציה בארה״ב תתכנס בהדרגה ל-2 אחוזים. ערכי שיווי משקל אלה תואמים את ערכי הטווח הארוך הנגזרים מהמשוואות האוטו-רגרסיביות. זאת אומרת שהמסלול אשר אנו מניחים למשתנים האקסוגניים, ובפרט לתשואה ל-10 שנים ולאינפלציה בארה״ב, קרוב למסלול שהיה נגזר מהמשוואות האוטו-רגרסיביות ששימשו לגזירת הכלל האופטימלי.

בסעיף זה נבדוק עד כמה קירבה זו משפיעה על עליונותו של הכלל האופטימלי. בדיקה זו חשובה שכן אין אנו בטוחים כי המשתנים האקסוגניים יתפתחו עלפי משוואות אלה. אבחן את יחס ההפסדים בין כלל טיילור הנאמד לכלל האופטימלי עבור מסלולים של משתנים אקסוגניים שאינם מאופיינים בהתכנסות מונוטונית לערכם בטווח הארוך ועבור מסלולים המתכנסים לרמה השונה מערך הטווח הארוך ששימש לגזירת הכלל האופטימלי.

בדיאגרמות ה׳-3 מוצגות שלוש חלופות למסלול התשואה ל-10 שנים והאינפלציה בארה״ב.

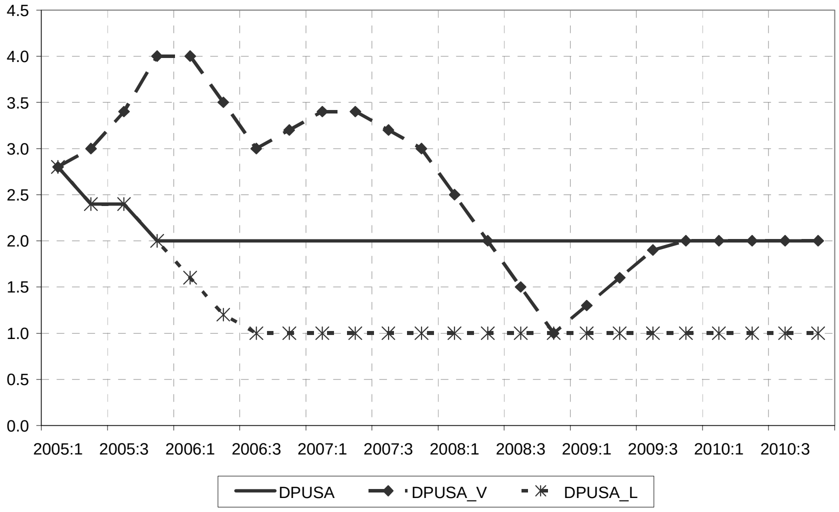
<u>דיאגרמה ה׳-3-א׳</u>

המסלול העתידי (האקסוגני) של התשואה הריאלית ל-10 שנים



<u>דיאגרמה ה׳-3-ב׳</u>

המסלול העתידי (האקסוגני) של האינפלציה בארצות הברית



בדיאגרמה ה׳-3-א׳ המסלול B10 הוא המסלול המקורי שישמש אותנו לכל הסימולציות עד כה. לעומתו המסלול B10_V הוא תנודתי יותר מהמסלול המקורי ואינו מתכנס בצורה רציפה, כפי שהיה נגזר מהדינמיקה של תהליך אוטו-רגרסיבי. המסלול B10_L אמנם מתכנס בצורה חלקה, אך לערך נמוך בנקודת אחוז מזה שנגזר מהמשוואה האוטו-רגסיבית של התשואה הריאלית ל-10 שנים (14). בצורה דומה דיאגרמה ה׳-3-ב׳ מציגה את המסלולים השונים של האינפלציה בארה״ב. DPUSA הוא המסלול הרגיל, DPUSA_V תנודתי יותר ואינו נראה כתהליך אוטו-רגרסיבי, והמסלול DPUSA_L מתכנס לערך נמוך מזה הנגזר מהמשוואה האוטו-רגרסיבית לאינפלציה בארה״ב (12). אדגיש כי רצוני היה לבחור מסלול שאינו מאופיין בתהליך אוטו-רגריסיבי ומסלול אחר שאינו מתכנס לערך שיווי המשקל שנגזר מהמשוואות האוטו-רגרסיביות. מעבר לכך, הצורות הספציפיות של המסלולים האקסוגניים שמוצגים בדיאגרמה הן שרירותיות.

עבור כל אחת מ-9 הקומבינציות האפשריות של מסלולים אקסוגניים אלה נערכה סימולציה קדימה וחושב ההפסד הנגזר בתקופת הסימולציה. זאת עבור כל אחד מכללי הריבית OPT ו-TR. לוח ה׳-3 מסכם את התוצאות.

<u>לוח ה׳-3</u>

היחס בין הפסד התועלת מכלל טיילור (TR) לכלל האופטימלי (Opt) עבור הרכבי מסלולים שונים של התשואה ל-10 שנים והאינפלציה בארה״ב

מסלול b10 / מסלול dpusa	DPUSA	DPUSA_V	DPUSA_L
B10	**2.56**	2.40	2.36
B10_V	2.09	2.03	2.11
B10_L	2.37	1.89	2.41

מהלוח עולה בבירור כי מידת העדפתו של הכלל האופטימלי, מבחינת הפסד התועלת הצפוי, יורדת רק מעט כאשר סוטים ממסלולי המשתנים האקסוגניים שמהם נגזר הכלל האופטימלי. יתר על כן, עבור שום סטייה כלל טיילור לא הופך עדיף, ולכן ניתן לומר כי אי-הוודאות האופפת את מסלולם העתידי של המשתנים האקסוגניים והתהליך האוטו-רגרסיבי שהנחנו לצורך גזירת הכלל האופטימלי אינם פוגמים בעליונותו של הכלל האופטימלי על כלל טיילור הנאמד.

4. בדיקת רגישות ביחס למבנה המודל

בדיקת הרגישות האחרונה שאערוך מתייחסת למספר סוגיות במבנה המודל. אמנם בדיקה זו אינה מתיימרת להראות שהכלל האופטימלי עדיף גם אם הקשרים הכלכליים במשק שונים לגמרי מהמודל, אולם ננסה להראות שהוא אינו רגיש לשינויים קטנים במבנה. בבדיקה זו נבחן את הקומבינציות של שלוש סטיות מהמודל שהוצג:

1. סטייה א׳ - במשוואת האינפלציה (6) הפער בין הריבית הריאלית הקצרה לריבית של שיווי משקל (ima-Edp-r) משפיע כבר באותה התקופה על האינפלציה. באמידות אמפיריות לא תמיד ניתן להבחין בין תוצאה זו לתוצאה שבה הפער משפיע על האינפלציה בפיגור של רביע. על כן, בסימולציות שיכללו סטייה זו נשתמש במשוואת אינפלציה שבה פער הריבית משיווי משקל מופיע בפיגור (כלומר ב-*t-1*).
2. סטייה ב׳ - הריבית של שיווי משקל מיוצגת במודל על ידי ממוצע של התשואה ל-10 שנים וקצב הצמיחה הפוטנציאלי של המשק (משוואה 10). במודל, כפי שהוצג אצל אלקיים (2001), רק התשואה הריאלית ל-10 שנים משמשת אינדיקציה לריבית שיווי המשקל. בסטייה זו נחזור להנחתו של אלקיים; משמע שמשוואה (10) הופכת ל- $r_t = B10_t$.
3. סטייה ג׳ - במשוואה (8) המתארת את היווצרות הציפיות לאינפלציה ניתן לראות כי האינפלציה ב-*t* משפיעה על הציפיות ב-*t*. הנחה זו בעייתית, שכן האינפלציה מתפרסמת

בפיגור. סטייה זו תשנה מעט את משוואת הציפיות כך שהחלק האדפטיבי שלה יורכב מממוצע נע של האינפלציה החל מ-$t-1$: $MA(dp_{t-1},4)$.

בדומה לסעיפים הקודמים אבצע סימולציות עם כללי הריבית השונים, עבור כל הקומבינציות של השימוש ואי-השימוש בסטיות האמורות. לוח ה'-4 מסכם את התוצאות.

<u>לוח ה'-4</u>

היחס בין הפסדי התועלת מכלל טיילור (TR) לכלל האופטימלי (OPT) עבור מבנים שונים של המודל.

סטייה א'	סטייה ב'	סטייה ג'	יחס הפסדי התועלת (TR/OPT)
-	-	-	**2.56**
-	+	-	2.40
-	-	+	2.89
-	+	+	2.18
+	-	-	2.65
+	+	-	2.35
+	-	+	3.06
+	+	+	2.44

סימן (+) משמעו הוספת הסטייה למודל.

מהלוח עולה כי עדיפותו של הכלל כמעט אינה נפגמת עבור הקומבינציות השונות של הסטיות שהוצגו. בחלק מהמקרים עליונות הכלל אף מתחזקת. מכאן שעליונות הכלל האופטימלי שנגזר על פני כלל טיילור נאמד אינה רגישה מאוד למבנה המשק, ולכן כדי להעדיף שימוש בכלל אופטימלי נגזר על שימוש בכלל טיילור פשוט די להניח שהמבנה נמצא *בסביבת* המודל שהוצג.

בסיכום סעיף זה ניתן לומר כי כלל אופטימלי נגזר אינו הופך נחות אם הקשרים הכלכלים שונים מעט מאשר במודל שממנו נגזר הכלל. בכל בדיקות הרגישות שנערכו התקבל כי שינויים קטנים אינם מבטלים את תוצאותיו העדיפות של הכלל האופטימלי שנגזר. ברוב הבדיקות התקבל שגם שינויים קיצוניים אינם מביאים להעדפת כלל טיילור פשוט, ובחלק מהמקרים עליונותו של הכלל האופטימלי הנגזר אף התחזקה. עם זאת, מבין כל הבדיקות, עדיפות הכלל נמצאה רגישה ביותר לפרמטרים של הפיחות, הציפיות לאינפלציה והאינפלציה בפיגור. ביתר פירוט, הכלל האופטימלי נמצא נחות בעיקר אם לפיחות אין השפעה על האינפלציה - אולם הנחה כזאת אינה סבירה וודאי לא במשק פתוח ורגיש לתנודות בשע"ח כמו המשק הישראלי. על כן מומלץ, מחד גיסא, להיות בטוח למדי בסביבת פרמטרים אלה לפני השימוש בכלל האופטימלי, אולם אם נפסול

הנחות קיצוניות (כהעדר השפעה של הפיחות על האינפלציה), ניתן להמשיך ולבטוח בכלל אופטימלי נגזר.

ו. סיכום

במאמר השתמשתי בשיטות של תכנון דינמי לגזירת כלל ריבית אופטימלי למודל המחלקה המוניטרית. בכלל שהתקבל, בניגוד לכללי טיילור פשוטים, הריבית מושפעת מכל משתני המצב הנכללים במודל, אולם המשקל העיקרי מיוחס לאינפלציה בפועל (בפיגור של רביע) ולריבית ברביע הקודם (משיקולי החלקת ריבית). בעזרת סימולציות הראינו כי תוצאות השימוש בכלל הנאמד עדיפות על אלו של כלל טיילור פשוט. עדיפות הכלל שהוצג מתבטאת במזעור פונקציית הפסד רב-תקופתית שבה הבנק המרכזי מפסיד תועלת מסטיות של האינפלציה מהיעד ומתנודות בריבית.

בבדיקות הרגישות שנערכו נמצא כי על פי רוב הכלל מוסיף לתת תוצאות טובות יותר מאשר כלל טיילור גם אם הקשרים הכלכליים האמיתיים של המשק שונים מעט מאלה שמהם נגזר הכלל האופטימלי. עליונות הכלל האופטימלי התגלתה כחסינה לשינויים קטנים בפרמטרים, לשינויים במסלולי המשתנים האקסוגניים ולשינויים קטנים במבנה המודל. התוצאות העדיפות של הכלל האופטימלי על כללי טיילור מרשימות עוד יותר בהתחשב בהגבלה שהמדיניות המוניטרית במודל מגיבה רק על משתנים ידועים: הריבית לרביע מסוים נקבעת עלפי התפתחות משתני המצב ברביע הקודם. זאת בניגוד לכלל טיילור, שלפיו הריבית מגיבה על ציפיות האינפלציה באותו רביע; אלה אמנם מתפרסמות באופן שוטף ללא פיגור, אך הריבית נקבעת מראש (בסוף כל חודש עבור החודש הבא).

שיטת הגזירה של הכלל האופטימלי רחבה מאוד, וניתנת ליישום גם במודלים מורכבים יותר - עם ציפיות רציונליות ועם משתנים בלתי נצפים. על כן מומלץ שעבור כל מודל אשר יאומץ לשם קביעת המדיניות ייגזר כלל ריבית אופטימלי בהתאם לפונקציית ההפסד המאופיינת על ידי קובעי המדיניות. לשם גיבוש המלצות מדיניות ניתן להציג הן את ההתפתחויות הצפויות במשתנים הכלכלים המרכזיים בהנחה שהבנק המרכזי יוסיף לפעול על פי כלל טיילור (שאפיין אותו בשנים האחרונות) והן את ההתפתחויות הצפויות בהנחה של שימוש בכלל הריבית האופטימלי שנגזר.

נספח א': ניסוח המודל ב-State Space

אנו מעוניינים לנסח את המודל המוצג במשוואות (6)-(15) בצורת משוואה (1). מאחר שבמודל אין משתנים המאופיינים בציפיות רציונליות, ניתן לצמצם את משוואה (1) ל-

$$(A.1) \qquad X_{t+1} = A^1 X_t + B \cdot i_t + C^u u_{t+1}$$

לצורך פתרון כלל אופטימלי נדרש תיקון טכני לסימונים במודל שהוצג. נגדיר את ima_{t-1} כריבית שנקבעה בזמן $t-1$ לרביע t. פירושו של דבר, שבדומה למציאות, בנק ישראל קובע את הריבית לרביע מסוים על סמך המידע הידוע עד הרביע הקודם. זאת משני טעמים: ראשית הריבית נקבעת בסוף חודש לחודש הבא, ושנית יש גם נתונים (כגון השינוי במדד המחירים לצרכן) המתפרסמים בפיגור. הנחה זו דרושה למודל משום שלא ייתכן כי הריבית תשפיע על שיעור האינפלציה ברביע מסוים וגם תיקבע על פי שיעור זה באותו רביע.

עתה ננסח את המודל בהנחה שכל המשתנים כבר מנוכים מגורמי העונתיות שלהם.

$$(A.1) \qquad dpsa_{t+1} = a(de_{t+1} + dpim_{t+1}) + b \cdot Edp_{t+1} + c \cdot dpsa_t - d(ima_t - Edp_{t+1} - r_{t+1}) + u^1_{t+1}$$

$$(A.2) \qquad Edp_{t+1} = e \cdot dpsa_{t+1} + f \cdot (1/3) \cdot (dpsa_t + dpsa_{t-1} + dpsa_{t-2}) + g \cdot Edp_t + h \cdot dpT + u^2_{t+1}$$

$$(A.3) \qquad \begin{aligned} de_{t+1} &= dpsa_{t+1} - dpusa_{t+1} - (ima_t - ima_{t-1}) + (Edp_{t+1} - Edp_t) \\ &+ (idolar_{t+1} - idolar_t) - (dpusa_{t+1} - dpusa_t) + u^3_{t+1} \end{aligned}$$

$$(A.4) \qquad r_{t+1} = 0.5 \cdot b10_{t+1} + 0.5 \cdot dynbs_{t+1}$$

$$(A.5) \qquad dpim_{t+1} = j + k \cdot dpim_t + u^4_{t+1}$$

$$(A.6) \qquad dpusa_{t+1} = l + m \cdot dpusa_t + u^5_{t+1}$$

$$(A.7) \qquad idolar_{t+1} = n + p \cdot idolar_t + u^6_{t+1}$$

$$(A.8) \qquad u^6_{t+1} = q \cdot u^6_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$(A.9) \qquad b10_{t+1} = r + s \cdot b10_t + u^7_{t+1}$$

$$(A.10) \qquad dynbs_{t+1} = t + w \cdot dynbs_t + u^8_{t+1}$$

על סמך מערכת משוואות זו נקבע את וקטור משתני המצב ב-X_t, משתנה המדיניות ב-i_t והשוקים המקריים ב-u_t:

$$(A.11) \qquad \begin{aligned} X_t &= [1,\ dpsa_t,\ dpsa_{t-1},\ dpsa_{t-2},\ Edp_t,\ de_t,\ r_t, \\ &\qquad dpim_t,\ dpusa_t,\ idolar_t,\ u^6_t,\ b10_t,\ dynbs_t,\ \ ima_{t-1}]' \\ i_t &= ima_t \\ u_{t+1} &= \begin{bmatrix} u^1_{t+1} & u^2_{t+1} & u^3_{t+1} & u^4_{t+1} & u^5_{t+1} & \varepsilon_{t+1} & u^7_{t+1} & u^8_{t+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

אם נעביר את כל המשתנים במשוואות (A.2)-(A.10) המסומנים באינדקס *t+1* לצד שמאל, נוכל לבטא את מערכת המשוואות בצורה הבאה:

$$(A.12)\qquad A_1^1 X_{t+1} = A_2^1 X_t + B_1 \cdot i_t + C_1^u u_{t+1}$$

כאשר המטריצות A_1^1 , A_2^1 , B_1 ו- C_1^u הן-

$$A_1^1 = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & -(b+d) & -a & -d & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -e & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & -0.5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
h \cdot dpT & f/3 & f/3 & f/3 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 \\
r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s & 0 & 0 \\
t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & -d & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}'$$

$$C_1^u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

מ-(A.12) קל להגיע לצורה נומרית של משוואה (A.1) שכן: $A^1 = \left[A_1^1\right]^{-1} \cdot A_2^1$, $B = \left[A_1^1\right]^{-1} \cdot B_1$ ו- $C^u = \left[A_1^1\right]^{-1} \cdot C_1^u$.

בשלב האחרון לפני גזירת הכלל האופטימלי, יש לנסח את פונקציית ההפסד (16) בצורה של משוואות (3) ו-(4). לשם כך יש לנסח את וקטור משתני המטרה Y_t ומטריצת המשקלות V, שיחד הם מרכיבים את ההפסד החד-תקופתי. ממשוואה (16) עולה כי משתני המטרה הם -

$$(A.13) \qquad Y_t = \begin{bmatrix} dpsa_t - dpT \\ ima_t - ima_{t-1} \end{bmatrix}$$

עתה ננסח את משתני המטרה דרך וקטור משתני המצב ומשתני המדיניות, על פי משוואה (4) ללא ציפיות רצינליות:

$$(A.14) \qquad Y_t = C^1 X_t + C^3 i_t$$

כאשר המטריצות C^1 ו-C^3 הן:

$$C^1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

מטריצת המשקלות של פונקציית ההפסד היא :

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

ביבליוגרפיה

אלקיים, דוד (2001). *יעד האינפלציה והמדיניות המוניטרית – מודל לניתוח וחיזוי*, עיונים מוניטריים 2001.01, בנק ישראל, המחלקה המוניטרית.

מלניק, רפי (2005). "הצצה ללשכת הנגיד: המקרה של ישראל", *סקר בנק ישראל 77*.

Gerali, Andrea and Francesco Lippi (2002). *Optimal Control and Filtering in Linear Forward-Looking Economies: A Toolkit*, mimeo, Bank of Italy.

Ljungqvist, Lars and Tom Sargent (2000). *Recursive Macroeconomic Theory*, MIT press.

Svensson, Lars E.O. and Michael Woodford (2003). "Indicator Variables for Optimal Policy", *Journal of Monetary Economics*, 50, 691-720.

Monetary Studies עיונים מוניטריים

א׳ אזולאי, ד׳ אלקיים – מודל לבחינת ההשפעה של המדיניות המוניטרית על האינפלציה בישראל, 1988 עד 1996	1999.01
ד׳ אלקיים, מ׳ סוקולר – השערת הניטרליות של שיעור האבטלה ביחס לאינפלציה בישראל – בחינה אמפירית, 1990 עד 1998	1999.02
The Shekel's Fundamental Real Value–M. Beenstock, O. Sulla	2000.01
Analysis of Casual Relations and Long and –O. Sulla, M. Ben-Horin Short-term Correspondence between Share Indices in Israel and the United States	2000.02
Y. Elashvili, M. Sokoler, Z. Wiener, D. Yariv – A Guaranteed-return Contract for Pension Funds' Investments in the Capital Market	2000.03
י׳ אלאשווילי, צ׳ וינר, ד׳ יריב, מ׳ סוקולר – חוזה להבטחת תשואת רצפה לקופות פנסיה תוך כדי הפנייתן להשקעות בשוק ההון	2000.04
ד׳ אלקיים – יעד האינפלציה והמדיניות המוניטרית – מודל לניתוח ולחיזוי	2001.01
ע׳ אופנבכר, ס׳ ברק – דיסאינפלציה ויחס ההקרבה : מדינות מפותחות מול מדינות מתעוררות	2001.02
A Model for Monetary Policy Under Inflation Targeting: –D. Elkayam The Case of Israel	2001.03
ד׳ אלקיים, מ׳ רגב, י׳ אלאשווילי – אמידת פער התוצר ובחינת השפעתו על האינפלציה בישראל בשנים האחרונות	2002.01
ר׳ שטיין – אמידת שער החליפין הצפוי באמצעות אופציות Call על שער ה- Forward	2002.02
ר׳ אלדור, ש׳ האוזר, מ׳ קהן, א׳ קמרה – מחיר אי-הסחירות של חוזים עתידיים (בשיתוף הרשות לניירות ערך)	2003.01
R. Stein - Estimation of Expected Exchange-Rate Change Using Forward Call Options	2003.02
ר׳ שטיין, י׳ הכט – אמידת ההתפלגות הצפויה של שער החליפין שקל-דולר הגלומה במחירי האופציות	2003.03
D. Elkayam – The Long Road from Adjustable Peg to Flexible Exchange Rate Regimes: The Case of Israel	2003.04
R. Stein, Y. Hecht – Distribution of the Exchange Rate Implicit in Option Prices: Application to TASE	2003.05
א׳ ארגוב – מודל לחיזוי הגירעון המקומי של הממשלה	2004.01

2004.02	י' הכט, וה' פומפושקו – נורמליות, רמת סיכון שכיחה ושינוי חריג בשער החליפין
2004.03	D.Elkayam ,A.Ilek – The Information Content of Inflationary Expectations Derived from Bond Prices in Israel
2004.04	ר. שטיין – ההתפלגות הצפויה של שער החליפין שקל-דולר, התפלגות א-פרמטרית הגלומה באופציות מטבע חוץ
2005.01	Y. Hecht, H. Pompushko – Normality, Modal Risk Level, and Exchange-Rate Jumps
2005.02	י' אלאשווילי, מ' רגב – גזירת הציפיות לאינפלציה משוק ההון
2005.03	א' ארגוב – כלל ריבית אופטימלי למודל מוניטרי של המשק הישראלי

Bank of Israel – Monetary Department

POB 780 91007 Jerusalem, Israel

בנק ישראל – המחלקה המוניטרית

ת"ד 780 ירושלים 91007