בנק ישראל חטיבת המחקר

שקלול תחזית בנק ישראל למדד המחירים לצרכן - מודל מאחד[1]

דנה פליקר*

סדרת מאמרים לדיון 2013.08
יולי 2013

בנק ישראל, http://www.boi.org.il

* חטיבת המחקר, דנה פליקר Dana.Flikier@boi.org.il , טלפון 02-6552634.

ברצוני להודות על הצעותיהם המועילות של עקיבא אופנבכר, סיגל ריבון, אלון בנימיני, איתמר כספי, יוסי יכין, טניה סוחוי ונדב שטיינברג.

[1] תחזית האינפלציה המשוקללת בשימוש במודל המאחד המוצג במחקר זה מובאת בפני הוועדה המוניטרית מדי חודש החל מינואר 2013.

חטיבת המחקר, בנק ישראל ת״ד 780 ירושלים 91007
Research Department, Bank of Israel, POB 780, 91007 Jerusalem, Israel

שקלול תחזית בנק ישראל למדד המחירים לצרכן - מודל מאחד

דנה פליקר

תקציר

תחזית האינפלציה שחטיבת המחקר עורכת הינה רכיב חשוב בעיצוב המדיניות המוניטרית. התחזית לחודש אחד קדימה מתבססת כיום על ממוצע פשוט של חמישה מודלים החוזים מהו השינוי שיחול במדד המחירים לצרכן בחודש הקרוב. מחקר זה מציע לשקלל את תחזיות המודלים באופן שונה ולהעניק לאחד מהם משקל שלילי. התוצאות מראות כי כאשר עוברים משיטת השקלול הקיימת לשיטה החדשה, מוצאים שדיוק התחזית משתפר באופן משמעותי (שיפור של כ-50% בממוצע ריבועי הסטיות במבחני out of sample). עוד עולה מהתוצאות שהכללת המודל שקיבל משקל שלילי עדיפה על השמטתו מהשקלול. המחקר מציג בסיס תיאורטי הממחיש את התועלת הגלומה בשימוש במשקל שלילי, הנובעת מניצול המתאם החיובי בין סטיות המודלים. בהמשך הוא מציג ספרות מקצועית ותוצאות אמפיריות התומכות בבסיס התיאורטי.

The Weighting of the Bank of Israel CPI Forecast—a Unified Model

Dana Flikier*

Abstract

The Bank of Israel Research Department's inflation forecast is an important input in the formulation of monetary policy. The one-month ahead forecast is currently based on a simple average of five models which project the change in the Consumer Price Index for the upcoming month. This paper proposes to weight the models' projections differentially, and to assign one of them a negative weight. The new method offers greater precision of the forecast—an improvement of 50 percent in the mean square error in out of sample tests.

The results also indicate that including the model which was assigned a negative weight is preferable to removing it from the weighting. The paper presents a theoretical basis which illustrates the inherent benefit of using negative weighting, which derives from utilizing the positive correlation between model errors. Furthermore, professional literature and empirical results which support the theoretical basis are presented.

---

* I would like to thank Dr. Edward Offenbacher, Sigal Ribon, Alon Binyamini, Itamar Caspi, Yossi Yakhin, Tanya Suhoy, and Nadav Steinberg for their helpful suggestions.

1. מבוא

1.1. תיאוריה

תחזית האינפלציה של חטיבת המחקר לחודש אחד קדימה מתבססת כיום על ממוצע פשוט של חמישה מודלים החוזים מהו השינוי שיחול במדד המחירים לצרכן בחודש הקרוב[1]. מחקר זה יבחן מהי הדרך המיטבית לשקלל את תחזיות המודלים: איזו שיטת שקלול ממזערת את הטעויות הנמדדות על ידי ריבועי הסטיות מהמדד בפועל.

על מנת לעשות כן נשתמש במתודולוגיה המתבססת על התיאוריה המודרנית של תיקי השקעות (MPT - Modern Portfolio Theory). על פי התיאוריה, בהינתן מידע על ההתפלגויות של תשואות הנכסים וניצול המתאם ביניהם, ניתן לבנות "חזית של תיקים יעילים" (Efficient Frontier). דוגמא פשוטה לכך הינה שאם מתקיים מתאם שלילי בין הנכסים A ו-B, אזי צפוי שבהינתן זעזוע אקסוגני, אם ערך הנכס A יעלה, ערך הנכס B ירד (או להיפך). כלומר, הודות לקיזוז בין תשואות הנכסים, הסיכון (השונות) של התיק הכולל את שני הנכסים קטן בהשוואה לאחזקת תיק ללא מתאם בין נכסים או תיק בעל נכס יחיד. במקרה שקיים מתאם חיובי בין הנכסים, ניתן להפחית את רמת הסיכון על ידי מתן משקל שלילי לאחד הנכסים (בפועל עושים זאת על ידי פתיחת פוזיציית short). בהינתן זעזוע אקסוגני, צפוי שערכי שני הנכסים ירדו (או יעלו) במקביל. אם ערך הנכסים יורד, המשקיע מפסיד על נכס A שבבעלותו, ומרוויח על נכס B שמכר בחסר וערכו ירד. כאשר קיים אפוא מתאם חיובי, ניתן ליצור תיק פחות מסוכן (בעל שונות קטנה יותר) על ידי שימוש במשקל שלילי.

היגיון דומה חל על שקלול תחזיות אינפלציה. אנו מעוניינים למקסם את טיב התחזית המאוחדת, כלומר למזער את סטיות התחזית המאוחדת מהמדד בפועל. ניתן לעשות זאת על ידי הענקת משקלים המנצלים את המידע הגלום במתאם בין הסטיות של התחזיות, בדומה לאופן שבו מפחיתים סיכון בתיק נכסים.

ביתר פירוט, אם ישנו מתאם שלילי בין סטיות התחזיות, שימוש במשקלים חיוביים ימזער את סטיות המודל המשוקלל (המודל המאחד). לדוגמא, כאשר מחשבים ממוצע (או כל שני משקלים חיוביים) המורכב מתחזית סוטה מעלה ותחזית סוטה מטה, הוא יניב תוצאה מדויקת יותר (קרובה יותר למדד בפועל). בדומה לכך, אם ישנו מתאם חיובי בין סטיות התחזיות, שימוש במשקלים בעלי סימנים מנוגדים יניב תוצאה קרובה יותר למדד בפועל[2].

---

[1] המודלים מוצגים בנספח 1.

[2] על מנת להמחיש נבחן דוגמא פשוטה: נניח שני מודלים שבין סטיותיהם קיים מתאם חיובי, בחודש מסוים הם סוטים כלפי מעלה האחד ב-0.1 והשני ב-0.3. נניח שהם חוזים מדד של 0.6 ו-0.8, בהתאמה, כאשר המדד בפועל עומד על 0.5. אם נעניק משקלים של 1.5 ו-(-0.5), בהתאמה, השקלול יניב תחזית מאחדת של 0.5 (=1.5*0.6+(-0.5)*0.8), כלומר המדד בפועל. ניצול המתאם החיובי בין סטיות המודלים, והשימוש במשקל שלילי, קיזז את הסטיות. יש לציין ששימוש במשקלים בעלי ערכים חיוביים (או באפסים) לא היה מאפשר תוצאה כזו.

ניתן לבטא מסקנות אלה באופן מתמטי, אנו מעוניינים למזער את תוחלת ריבועי הסטיות של המודל המאחד. לשם פשטות נציג תחילה את המודל עבור שתי תחזיות; בהמשך נתייחס גם למקרה הכללי:

$$(1)\quad \hat{e}_c = w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2$$

$$(2)\quad E((w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2)^2) = \operatorname{var}(w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2) + (E(w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2))^2$$

כאשר:

$\hat{e}_c$ - סטיות המודל המאחד (משתנה מקרי)

$\hat{e}_1$ - סטיות מודל /תחזית 1 (משתנה מקרי)

$\hat{e}_2$ - סטיות מודל/תחזית 2 (משתנה מקרי)

w_1 - משקל לסטיות מודל 1

w_2 - משקל לסטיות מודל 2

σ_c - סטיית התקן של $\hat{e}_c$

σ_1 - סטיית התקן של $\hat{e}_1$

σ_2 - סטיית התקן של $\hat{e}_2$

ρ_{12} - מתאם בין $\hat{e}_1$ ל- $\hat{e}_2$

בהנחה שאין סטייה שיטתית במודל המאחד[3], $E(w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2) = 0$, נקבל:

$$(3)\quad E((w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2)^2) = \operatorname{var}(w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2)$$

כלומר בהינתן תחזית של שני מודלים, 1 ו-2, עלינו למזער את שונות הסטיות המופיעה להלן[4]:

$$(4)\quad \begin{aligned} &\operatorname{var}(w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2) = w_1^2\operatorname{var}(\hat{e}_1) + w_2^2\operatorname{var}(\hat{e}_2) + 2w_1w_2\operatorname{cov}(\hat{e}_1,\hat{e}_2) = \\ &w_1^2\operatorname{var}(\hat{e}_1) + w_2^2\operatorname{var}(\hat{e}_2) + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12} \end{aligned}$$

ניתן לראות שכאשר המתאם שלילי והמשקלים חיוביים הביטוי האחרון הופך לשלילי, ושונות סטיות התחזית המשוקללת יורדת, לעומת מצב של מתאם 0.

[3] נובע מההנחה שבכל אחד מהמודלים אין סטייה שיטתית.

[4] לא ניתן לבחור פתרון אפס למשקלים, מפני שבהנחה שהמודל המאחד אינו מוטה באופן שיטתי, סכום המשקלים צריך להיות שווה ל-1. בהמשך תיבדק הנחה זו.

באופן דומה ניתן לראות שכאשר המתאם חיובי, הביטוי האחרון הופך לשלילי רק כאשר למשקלים סימנים מנוגדים (אחד חיובי והשני שלילי). בדרך זו שונות סטיות התחזית המשוקללת יורדת יחסית למצב שבו המתאם שווה ל-0 (ובוודאי יחסית למצב שבו משתמשים במשקלים חיוביים).

המשקלים האופטימליים המתקבלים מפתרון תנאי סדר ראשון (בהינתן שסכום המשקלים שווה ל-1) הינם:

$$(5)\quad w_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} = \frac{\sigma_2(\sigma_2 - \rho_{12}\sigma_1)}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2\sigma_1\sigma_2(1-\rho_{12})}$$

$$(6)\quad w_2^* = \frac{\sigma_1^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} = \frac{\sigma_1(\sigma_1 - \rho_{12}\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2\sigma_1\sigma_2(1-\rho_{12})}$$

ניתן לראות בקלות יחסית שנובעים מכך התנאים לקבלת משקל שלילי:

$$(7)\quad \rho_{12} > \sigma_2/\sigma_1 \text{ כאשר } w_1 < 0$$

$$(8)\quad \rho_{12} > \sigma_1/\sigma_2 \text{ כאשר } w_2 < 0$$

במקרה שלא מתקיים מתאם בין סטיות המודלים, כלומר $\rho_{12}=0$, מתאפס הביטוי האחרון בביטוי שונות המודל המאחד, ומתקבל הביטוי הבא:

$$(9)\quad \mathrm{var}(w_1\hat{e}_1 + w_2\hat{e}_2) = w_1^2\,\mathrm{var}(\hat{e}_1) + w_2^2\,\mathrm{var}(\hat{e}_2)$$

המשקלים האופטימליים שיתקבלו בהתאמה הם:

$$(10)\qquad w_1^* = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\ ,\ w_2^* = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

במקרה כזה המשקלים שימזערו את שונות הסטיות של התחזית המשוקללת ייקבעו על פי טיב החיזוי של כל אחד מהמודלים המרכיבים אותה, כלומר יינתן משקל גדול יותר למודל ששונות הסטיות שלו קטנה יותר (לעומת המודל האחר). ניתן לראות שכדי שהפתרון האופטימלי, יהיה ממוצע פשוט צריכים להתקיים שני תנאים: זהות בשונות הסטיות של שני המודלים וחוסר מתאם בין סטיותיהם.

כמו כן ניתן לראות שכאשר מציבים את המשקלים האופטימליים בפונקציית השונות של סטיות המודל המאחד (הפונקציה אותה מזערנו), הביטוי שמתקבל קטן בהכרח משונות הסטיות של כל תחזית בודדת. מכאן שעדיף להשתמש בשקלול תחזיות מאשר להשתמש בתחזית בודדת, גם אם היא המדויקת ביותר.

באופן דומה, הנוסחא הכללית (למספר מודלים) לתיאור שונות סטיות המודל המאחד הינה[5]:

$$\sigma_c^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{i \neq j} 2 w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \qquad (11)$$

הפיתוח המתמטי שהוצג לעיל מצביע אפוא על כך ששימוש במספר מודלים עדיף על שימוש בתחזית בודדת (גם אם היא המדויקת ביותר). כמו כן הפיתוח מראה כי כאשר אין מתאם בין סטיות המודלים, המשקל האופטימלי שיקבל כל מודל תלוי בטיב החיזוי שלו; לעומת זאת כאשר ישנו מתאם, מתרחב ביטוי השונות של סטיות המודל המאחד: נוסף לו ביטוי שעשוי להפוך לשלילי, כפונקציה של המתאם בין הסטיות ושל סימן המשקלים. על ידי כך בכוחו של ביטוי זה להקטין את תוחלת ריבועי הסטיות של המודל המאחד.

לאור ההצעה הגורסת שסימני המשקלים צריכים להיות מנוגדים (כאשר המתאם בין הסטיות חיובי) עולה השאלה הבאה: אילו מביניהם יקבלו משקלים שליליים ואילו משקלים חיוביים. על מנת להשיב לשאלה יש לשים לב לכך שמכיוון שסכום המשקלים שווה ל-1, סכום המשקלים החיוביים יהיה גדול (ב-1) מסכום המשקלים השליליים בערך מוחלט. על כן המודלים בעלי המשקלים השליליים צריכים להיות בעלי סטיות גדולות בהרבה על מנת לקזז את הסטיות של המודלים בעלי המשקלים החיוביים, שמשקלם גדול בהרבה[6]. פירוש הדבר שהמודלים בעלי שונות הסטיות הגבוהה יותר צריכים לקבל משקלים שליליים. דרך אחרת להשיב לשאלה זו הינה שבהינתן שני מודלים, מתחייב שהמשקל השלילי יהיה קטן יותר בערך מוחלט (ובריבוע) מהמשקל החיובי (כדי שסכום המשקלים יהיה 1). מכיוון ששונות המודל המאחד מורכבת בין היתר ממכפלה של שונות הסטיות של כל מודל בריבועי המשקל שלו, אזי בכדי למזער את שונות המודל המאחד, עדיף להכפיל את המודל בעל השונות הגבוהה יותר בריבועי המשקל הקטן יותר, כלומר בהכרח במשקל השלילי. על כן, באופן כללי, ניתן להניח שהמודל בעל שונות הסטיות הגדולה יותר יקבל את המשקל השלילי[7].

מסקנה זו עולה בקנה אחד עם התנאים לקבלת משקל שלילי שהוצגו לעיל (משוואות 7 ו-8). מהתבוננות בתנאים עולה כי בהינתן מתאם חיובי (וכמובן קטן מ-1), התחזית בעלת שונות הסטיות הגדולה יותר תקבל את המשקל השלילי[8].

---

[5] נוסחה זו משמשת גם כדי לחשב את הסיכון בתיק השקעות לפי התיאוריה המודרנית של תיקי השקעות המוצגת בפרק המשנה הקודם.

[6] המחשה מופיעה בהערת שוליים מספר 2.

[7] בהערת השוליים הבאה מוצגת הסתייגות לכך.

[8] לא ייתכן להפך- שהתחזית בעלת שונות הסטיות הקטנה תקבל את המשקל השלילי. אך במקרים מסוימים שני המודלים יקבלו משקלים חיוביים, וזאת כאשר מתקיים מתאם חיובי נמוך מיחס שונויות הסטיות.

1.2. סקירת ספרות

ספרות ענפה עוסקת בשילוב תחזיות (combination of forecasts). Bates & Granger (1969) ו-Newbold & Granger (1974) הניחו את אבני היסוד בתחום. חוקרים אלה הראו ששימוש בשילוב תחזיות עדיף על שימוש בתחזית בודדת, זאת מכיוון שגם התחזיות הבודדות הפחות מדויקות מכילות מידע שעשוי לשפר את התחזית הכוללת. בעבודתם הם מוצאים את המשקלים האופטימליים על ידי מזעור ממוצע ריבועי הסטיות (MSE); וכאשר התחזיות הבודדות אינן מוטות, הדבר זהה למזעור שונות סטיות התחזית הכוללת[9].

Dickinson (1975) מציג הסבר על השימוש במשקלים שליליים ומקשר את השימוש בהם למתאם בין הסטיות. בדומה להוכחה שהובאה כאן, ההוכחה שלו מראה שכאשר מחפשים משקלים אופטימליים עבור שני מודלים שבין סטיותיהם קיים מתאם חיובי (לא חלש), מודל אחד יקבל משקל חיובי והמודל האחר – משקל שלילי. בנוסף הוא מתווה תנאים שעל פיהם קובעים איזה מבין המודלים יקבל משקל חיובי/שלילי, בדומה לתנאים שהוצגו בפרק המשנה הקודם (משוואות 7 ו-8).

מחבריו של מאמר אחר (Reinmuth & Geurts, 1979) מצביעים על כך שלעומת שימוש בממוצע פשוט, שימוש במשקלים מוביל לשיפור ניכר ביותר בתוצאות. ההסבר של החוקרים מתייחס למתאם הגבוה בין סטיות התחזיות.

מחקר נוסף (Winkler & Clemen, 1992) מציג את רגישות המשקלים למגוון משתנים ואת ההסתברויות לקבלת משקלים שונים. החוקרים מציינים שכאשר קיים מתאם חיובי גבוה בין סטיות המודלים, יש סיכוי גבוה למדי לקבל משקל שלילי, וזאת גם אם שונויות המודלים כמעט זהות (אם לא היה מתקיים מתאם, השקלול האופטימלי היה ממוצע פשוט). גם במחקר זה החוקרים בוחנים את הנושאים הנזכרים על ידי מזעור שונות סטיות התחזית הכוללת.

Bunn (1985) בוחן מספר אופנים לשקלול מודלים. המאמר מציג מספר "כללי אצבע" הקושרים בין שיטות לשקלול מודלים לבין גודל המדגם: בשלב התחלתי, כאשר מספר התצפיות קטן מ-5, שקלול המודלים ייעשה בשיטת הממוצע הפשוט. כאשר מספר התצפיות עולה על 5 וסטיות המודלים מתאפיינות בשונות שונה, השקלול ייעשה בשיטת מזעור ריבועי הסטיות (MSE). כאשר מספר התצפיות נמוך מ-20, השימוש בשיטה ייעשה תוך הנחה שהמתאמים בין סטיות המודלים שווים לאפס, וכאשר מספר התצפיות עולה על 20, ניתן להניח שמתאמים אלו יציבים ולהתיר הנחה זו. נוסף על כך המאמר מציג את התנאים לקבלת משקל שלילי (הם זהים למשוואות 7 ו-8 לעיל).

---

[9] זאת כפי שהוצג בפרק המשנה הקודם (משוואה 3).

מחקר נוסף (Hoeting, Madigan, Raftery & Volinsky, 1999) מתייחס לברירת מודלים (model selection), דהיינו להפחתת מודלים פחות מדויקים מהתחזית המשוקללת. המחברים טוענים כי השימוש בשקלול מודלים עדיף על ברירת מודלים. ראשית, ברירת מודלים כרוכה בהתעלמות ממקורות מידע חשובים. שנית, כאשר תחזית מתבססת על כמה מודלים, היא יציבה יותר.

בספר *Handbook of Economic Forecasting* (2006) ישנו פרק העוסק בשילוב תחזיות. הכותב מציג טיעונים התומכים בשקלול תחזיות, כגון שימוש בכל האינפורמציה הזמינה, הימנעות מהטיה והתמודדות משופרת עם שינויים מבניים בשוק. נוסף על כך הוא עורך הקבלה בין העיסוק בשקלול תחזיות לבין פיזור תיק נכסים שמטרתו מזעור סיכונים[10]. בהתייחסותו למשקל השלילי הכותב מדגיש כי הדבר אינו שקול לטענה שלתחזית בעלת המשקל השלילי אין ערך, אלא שבתנאים מסוימים[11], בהינתן המתאמים בין סטיות התחזיות, אלה המשקלים שמתקבלים ממזעור ממוצע ריבועי הסטיות (MSE) (Timmermann, 2006).

במחקר שפרסם הבנק המרכזי של אנגליה טענו החוקרים שהשימוש בכמה תחזיות עדיף על פני שימוש בתחזית בודדת משום שהתחזיות הבודדות עלולות להיות מוטות, וכאשר משתמשים בכולן הטיותיהן יכולות לקזז אחת את השנייה. זאת ועוד, הם גורסים כי רבים סבורים בטעות שעדיף להשתמש בתחזית המדויקת ביותר (בעלת השונות המינימלית), אך זוהי אינה התוצאה האופטימלית מכיוון שיש לקחת בחשבון את המתאם בין סטיות התחזיות (Kapetanios, Labhard & Price, 2008).

בבנק ישראל נערך מחקר דומה למחקר זה, והוא נועד למצוא את השקלול האופטימלי לתחזיות האינפלציה שמספקים החזאים הפרטיים (בלנק, 2007). במחקר הוטלו מגבלות סימן על המשקלים (משקלים אי שליליים בלבד). מתוצאות המחקר עולה שבמדגם שנלקח, התחזית המשוקללת לפי המשקלים שהתקבלו ממזעור ריבועי הסטיות לא הייתה שונה במובהק מממוצע פשוט. ייתכן שתוצאה זו נובעת ממגבלות הסימן.

---

[10] באופן דומה לאנלוגיה התיאורטית שהוצגה בראשית המבוא.
[11] התנאים המתוארים בספר זהים לתנאים שהוצגו במשוואות 7 ו-8 בפרק המשנה הקודם.

2. השיטה

2.1. נתונים

כאשר חטיבת המחקר מגבשת את תחזית בנק ישראל למדד המחירים לצרכן לחודש אחד קדימה, היא משתמשת בשקלול פשוט (ממוצע) של חמישה מודלים: אקונומטרי, סטטיסטי, משוואה בודדת, BVAR ו-MIDAS. הנתונים הנבדקים במחקר לקוחים מהתקופה המשתרעת בין אוקטובר 2010 ליולי 2012 (22 תצפיות). מודל ה-MIDAS פועל באופן שוטף החל מיולי 2011, ועל כן עבור התקופה המשתרעת בין אוקטובר 2010 ליוני 2011 נערך חיזוי רטרואקטיבי של מודל ה-MIDAS בעזרת נתוני עבר (נתוני וינטאז׳)[12].

המודלים כוללים את ההתערבויות שנהוג להוסיף לתוצאותיהם במקרים שבהם ישנו מידע חיצוני, כגון שינוי במחירים שהממשלה מפקחת עליהם (כדוגמת מחירי חשמל ומים), עליית מע״מ וכדומה. הכללת ההתערבויות בשקלול משקפת את האופן שבו משתמשים במודלים בפועל. כמו כן, תוספת ההתערבויות לכלל המודלים מאפשרת להשוות ביניהם בצורה מדויקת יותר. נוסף על כך, לא קיים רישום מסודר של תוצאות המודלים ללא ההתערבויות, וייתכן שבחלק מהתקופה היו התערבויות שונות במודלים השונים; על כן בכל מקרה לא הייתה אפשרות לבחון את המודלים ללא ההתערבויות.

2.2. אופן בחינת המשקלים

כפי שמקובל, על מנת למצוא למודלים את המשקלים האופטימליים, אערוך מזעור של ריבועי סטיות המודל המאחד מהשינוי במדד המחירים לצרכן בפועל (MSE). הדבר ייעשה על ידי שימוש בפתרון נומרי וכן באמידת OLS, כאשר תחזיות המודלים הן המשתנים המסבירים והשינוי במדד המחירים בפועל הינו המשתנה המוסבר.

המודל הנאמד:

$$y_t = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + e_t$$

המודל נאמד ללא חותך, וזאת מתוך הנחה שבמודלים אין הטיה שיטתית המצריכה שימוש בחותך. הנחה זו תיבחן בהמשך.

[12] לא הייתה אפשרות להגדיל את המדגם משום שהניסיון לערוך חיזוי רטרואקטיבי של מודל ה-BVAR לא צלח: יחסית לתקופה הנבדקת, שבה הפעילו את המודל באופן שוטף, בחיזוי לאחור של 21 חודשים (מינואר 2009 ועד ספטמבר 2010) התקבלו סטיות גדולות באופן משמעותי . עם זאת על פי Bunn (1985), שנזכר בסקירת הספרות, 22 תצפיות הינן מדגם מספק עבור שיטת מזעור ריבועי הסטיות וניתן להניח שמתאמי הסטיות יציבים.

כמו כן אבחן את התוצאות לנוכח מגבלות על סימן המשקלים (סימן אי שלילי) ו/או על סכומם (כך שישתווה ל-1). על כן השוואה זו תכלול 4 צירופי מגבלות:

1. מגבלות הן על סימן המשקלים והן על סכומם, $\beta_i \geq 0$, $\sum \beta_i = 1$.
2. מגבלות על סימן המשקלים (ללא מגבלה על סכומם), $\beta_i \geq 0$.
3. מגבלה על סכום המשקלים (ללא מגבלות על הסימן), $\sum \beta_i = 1$.
4. ללא מגבלות כלל.

3. התוצאות

מהתבוננות בטבלה 1 ניתן לראות שהמודל ללא המגבלות, וכן המודל הכולל מגבלת סכום בלבד, מניבים משקלים המשפרים את טיב החיזוי בתוך המדגם[13]: ריבועי הסטיות פוחתים בכ-75% יחסית למצב כיום, ובכ-65% יחסית למשקלים המוגבלים בסימן (שורה 1). על מנת לכמת את השיפור האבסולוטי, מידת ההפחתה של הסטייה, מוצגים נתוני שורש ממוצע ריבועי הסטיות (RMSE) וממוצע הסטיות בערך מוחלט (MAE) (שורות 2 ו-3, בהתאמה). ניתן לראות שבמעבר משקלול פשוט למשקלים ללא מגבלות או למשקלים הכוללים מגבלת סכום בלבד, ה-RMSE פוחת ב-0.1 (כיום ה-RMSE עומד על 0.2).

בנוסף, נצפה שהמקדם לתחזית המשוקללת לא יהיה מוטה יחסית ל-1 (כאשר המשתנה המוסבר הינו השינוי במדד בפועל). במקרה זה ניתן לתחזית בנק ישראל המשוקללת כיום (הממוצע הפשוט) מקדם 0.81, לעומת 1.02 במודל בלתי מוגבל ו-0.97 במודל עם מגבלת סכום בלבד (שורה 4). יש לשים לב לכך שמקדם תחזית בנק ישראל כיום מצביע על הטיה של התחזית, הנובעת מאופן השקלול הנהוג. עם זאת יש לציין שלפי מבחן Wald, המקדם (0.81) אינו שונה במובהק מ-1.

כמו כן, טיב ההתאמה (R^2) של תחזית בנק ישראל כיום (הממוצע הפשוט) הינו 0.53, לעומת 0.84 במודל בלתי מוגבל או במודל עם מגבלת סכום בלבד (שורה 5).

טבלה 1: ביצועי השקלול בהינתן מגבלות שונות

[13] יש לציין שזהו ניתוח ex-post, ועל כן מודל בלתי מוגבל בהכרח יספק הסבר טוב יותר מאשר כל מודל מוגבל. בדיקה מחוץ למדגם תיערך בהמשך.

	שקלול פשוט	מגבלות על סימן וסכום (אפשרות 1)	מגבלות על סימן (אפשרות 2)	מגבלה על סכום (אפשרות 3)	ללא מגבלות (אפשרות 4)
1. $* \mathrm{MSE} = \frac{\sum e_t^2}{n}$	0.04 (0.09)	0.03 (0.06)	0.03 (0.05)	0.01 (0.02)	0.01 (0.02)
2. $** \mathrm{RMSE} = \sqrt{\mathrm{MSE}}$	0.2	0.17	0.17	0.1	0.1
3. $*** \mathrm{MAE} = \frac{\sum \lvert e_t \rvert}{n}$	0.15 (0.15)	0.12 (0.13)	0.12 (0.13)	0.10 (0.10)	0.09 (0.08)
4. מקדם****	0.81 (0.17)	0.96 (0.16)	1.07 (0.18)	0.97 (0.09)	1.02 (0.10)
5. R^2	0.53	0.64	0.64	0.84	0.84

בסוגריים מופיעות סטיות התקן
* ממוצע ריבועי הסטיות
** שורש ממוצע ריבועי הסטיות
*** ממוצע הסטיות בערך מוחלט
**** מקדם רגרסיית OLS במודל עם חותך (התוצאות ללא חותך דומות). המשתנה המוסבר הינו מדד המחירים בפועל והמשתנה המסביר הינו התחזית המשוקללת (על פי המשקלים האופטימליים שהתקבלו בהינתן המגבלות).

מטבלה 2 עולה כי כאשר מטילים מגבלות על הסימן, המשקל של מודל המשוואה הבודדת מתאפס, וכך אנו מאבדים מידע שעשוי היה לתרום לחיזוי. במקרה זה המשקלים המתקבלים כאשר מריצים את כלל המודלים עם מגבלות על הסימן (עמודה אמצעית), הינם זהים למשקלים המתקבלים בהשמטת מודל המשוואה הבודדת (ללא מגבלות על הסימן)[14]. על כן ניתן להסיק שעדיף להעניק למודל המשוואה הבודדת משקל שלילי מאשר להשמיטו מהשקלול, והדבר נובע מכך שממוצע ריבועי הסטיות עולה במידה ניכרת בהשמטת מודל זה (טבלה 1, שורה 1)[15].

ניתן להעלות את הטענה שהאמידה עשויה לסבול מבעיית מולטיקולנריות. ואכן המתאמים בין המודלים נעים בטווח שבין 0.56-0.83. ואולם חוסר מובהקות של האומדים המאפיין מולטיקולינריות אינו ניכר בתוצאות כלל, היות שכל המקדמים – מלבד מקדם ה-BVAR – מובהקים ברמת מובהקות גבוהה (טבלה 2).

[14] התקבלו משקלים חיוביים לכל ארבעת המודלים.

[15] באופן דומה, המשקלים המתקבלים בהינתן מגבלות על סכום וסימן (עמודה שנייה) זהים למשקלים בשקלול שנערך בהשמטת מודל המשוואה הבודדת (בהגבלת סכום אך לא סימן).

טבלה 2: המשקלים המתקבלים בהינתן מגבלות שונות[16]

	שקלול פשוט	הגבלות על סימן וסכום (אפשרות 1)	הגבלות על סימן (אפשרות 2)	מגבלה על סכום (אפשרות 3)	ללא הגבלות (אפשרות 4)
אקונומטרי	0.2	0.12	0.11	**0.56** (0.03)	0.55
סטטיסטי	0.2	0.46	0.33	**0.48** (0.00)	0.4
משוואה בודדת	0.2	0	0	**-0.76** (0.00)	-0.74
BVAR	0.2	0.11	0.21	**0.22** (0.20)	0.27
MIDAS	0.2	0.31	0.21	**0.5** (0.00)	0.44
סכום המשקלים	1	1	0.87	**1**	0.92

בסוגריים מופיעים ה- p-value מהאמידה.

3.1. המשקלים המוצעים

כפי שעולה מטבלה 1, בכל המדדים יש הבדלים מינוריים ביותר בין השימוש במשקלים ללא מגבלות (אפשרות 4) לבין השימוש במשקלים עם מגבלה על סכום המשקלים בלבד (אפשרות 3).

מביצוע מבחן WALD בבחינת השערת שסכום המקדמים במודל ללא מגבלות שווה ל-1, התקבל שלא ניתן לדחות את ההשערה שסכום המקדמים שווה ל-1 (p-value:0.41). על כן, המשקלים המוצעים לשימוש הינם המשקלים המוגבלים בסכומם בלבד (המשקלים המודגשים בטבלה 2)[17].

בנוסף נבדקה האפשרות להוסיף חותך לרגרסיה, באמידת הרגרסיה נמצא שהחותך אינו מובהק (p-value: 0.76). עוד נבחן האם יש צורך להוסיף לאמידה את משתנה הסטיות בפיגור. על פי מבחן Durbin-Watson (D-W) לא מתקיים מתאם סדרתי. על כן הוחלט להשתמש במשקלים שהוצעו (במודל ללא חותך וללא פיגורים).

המשקל השלילי שהתקבל למודל המשוואה הבודדת עולה בקנה אחד עם הדיון בפרק המבוא, שלפיו ניתן להניח כי המודל בעל שונות הסטיות הגבוהה יותר יקבל את המשקל השלילי. בטבלה 3 מוצגת סטטיסטיקה תיאורית של סטיות המודלים השונים. כפי שניתן לראות, שונות הסטיות של

[16] המשקלים המוצגים הם המשקלים המתקבלים ממזעור ממוצע ריבועי הסטיות(MSE) במודל ללא חותך. תוצאות דומות מאוד מתקבלות ממזעור שונות הסטיות.

[17] גם באופן תיאורטי היינו מצפים שסכום המשקלים יהיה 1 וזאת נובע מההנחה שאין הטיה שיטתית במודלים.

מודל המשוואה הבודדת הינה 0.11, בשעה ששונויות הסטיות של שאר המודלים נעות בין 0.04 ל-0.06.

טבלה 3: סטטיסטיקה תיאורית של סטיות המודלים

	אקונומטרי	סטטיסטי	משוואה בודדת	BVAR	MIDAS
ממוצע ריבועי הסטיות	0.04	0.05	0.11	0.06	0.06
חציון ריבועי הסטיות	0.03	0.02	0.06	0.04	0.02
ערך מקסימלי של הסטיות	0.59	0.50	0.99	0.69	0.60
ערך מינימלי של הסטיות	-0.21	-0.37	-0.41	-0.31	-0.56
שונות של הסטיות	0.04	0.05	0.11	0.06	0.05
Skewness של הסטיות	0.67	0.31	0.70	0.57	0.04
Kurtosis של הסטיות	3.28	2.56	3.74	3.27	3.31

3.2. מתאמי סטיות המודלים

מהתיאוריה שהוצגה במבוא נובע, כי במקרה שקיים מתאם חיובי בין סטיות המודלים, שימוש במשקל שלילי יפחית את סטיות התחזית המשוקללת וכך ישפר את דיוק התחזית. ראינו שהשימוש במשקל השלילי אכן מפחית את סטיות התחזית המשוקללת. כעת נראה שהפחתה זו נובעת מהמתאמים החיוביים בין סטיות המודלים. הדבר יתמוך בטענה שהמתאמים החיוביים והשימוש במשקל השלילי הם שהובילו להפחתה. כפי שניתן לראות בטבלה 4, ישנם מתאמים חיוביים גבוהים בין סטיות המודלים, ובייחוד בין מודל המשוואה הבודדת למודלים האחרים.

המתאמים הגבוהים במיוחד בין הסטיות של מודל המשוואה הבודדת לבין הסטיות של המודלים האחרים עולים בקנה אחד עם העובדה שמודל המשוואה הבודדת קיבל את המשקל השלילי. על פי המשוואות הקובעות איזה מבין המודלים יקבל משקל שלילי (משוואות 7 ו-8), ככל שהמתאם בין

סטיות המודלים גבוה יותר, וככל שפער השונויות בין המודלים גדול יותר, עולה ההסתברות לקבלת משקל שלילי[18].

טבלה 4: מתאמים בין סטיות המודלים

	סטטיסטי	MIDAS	BVAR	אקונומטרי
MIDAS	0.13			
BVAR	0.33	0.62		
אקונומטרי	0.58	0.58	0.60	
משוואה בודדת	0.59	**0.73**	**0.71**	**0.86**

מודגשים המתאמים הגבוהים מ-0.7.

הסבר תיאורטי אפשרי למתאמים בין סטיות המודלים הינו שישנו משתנה בלתי נצפה, ו/או שינוי פרמננטי בהשפעת משתנה שכל המודלים אינם תופסים. על כן המודלים נוטים לטעות בכיוון דומה.

על מנת לבדוק לעומק את ההתאמה של הנתונים לתיאוריה, נחלק לשני חלקים את כלל התחזית המשוקללת המוצעת:

1. רכיב חיובי – תרומת המודלים בעלי המשקלים החיוביים על פי המשקלים המוצעים.
2. רכיב שלילי – תרומת המודלים בעלי המשקלים השליליים על פי המשקלים המוצעים (במקרה זה התקבל משקל שלילי רק למודל המשוואה הבודדת).

ככל שהמתאם בין סטיות שני הרכיבים קרוב יותר ל-(1-) (לאחר הוספת המשקל השלילי), הסטיות של שני הרכיבים יתקזזו באופן מלא יותר ונגיע לדיוק מרבי בתחזית. במקרה זה, בהינתן המשקל השלילי, המתאם שהתקבל בין סטיות הרכיב השלילי לסטיות הרכיב החיובי הינו (0.934-)[19]. שוב, נתון זה מהווה חיזוק לכך שההסבר לשיפור הניכר שהתקבל בהפחתת ריבועי הסטיות אכן נובע מניצול מתאמי הסטיות, כפי שהדבר הוצג בחלק התיאורטי. תוצאה זו מצביעה על כך שהמשקלים האופטימליים שהתקבלו מאפשרים מתאם חיובי גבוה ביותר בין הסטיות של

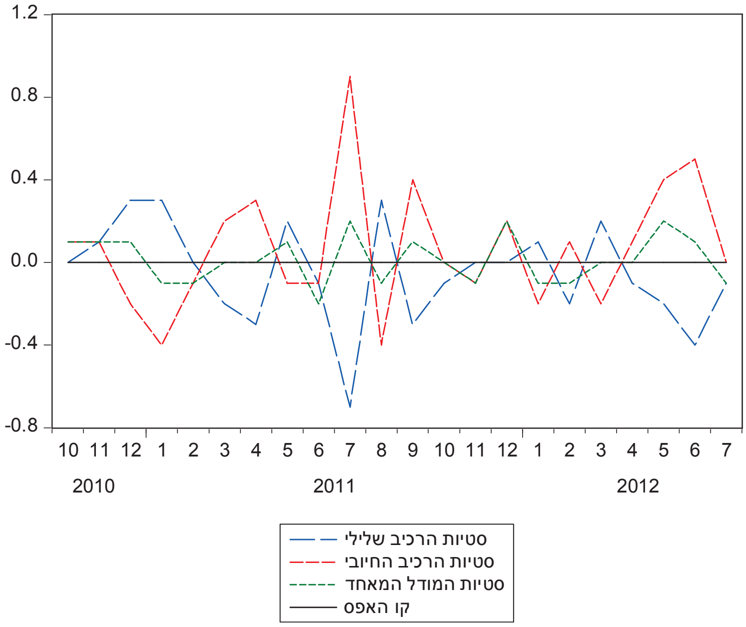
[18] אף על פי שהמשוואות פותחו לתחזית משוקללת המורכבת משני מודלים, השימוש בהן מסייע להבין את המנגנון הכללי לקבלת משקל שלילי.

[19] לאחר חיסור תצפית חריגה (יולי 2011) מתקבל מתאם של (0.894-), ועל כן לא ניתן לטעון שהמתאם החיובי בין סטיות התחזיות נובע אך ורק ממדדים מפתיעים באופן יוצא דופן.

שני רכיבי התחזית. על ידי ניצול מתאם זה והשימוש במשקל שלילי, השקלול המוצע מאפשר למזער את הסטיות באופן ניכר ביותר, כפי שהוצג.

דברים אלה מתוארים באופן גרפי באיור 1, הממחיש את הסטיות ואת אופן הקיזוז ביניהן. ניתן לראות שכאשר מחברים בין הרכיבים השלילי (מסומן בכחול) והחיובי (מסומן באדום), ומגבשים אותם לכדי מודל מאחד (מסומן בירוק), הדבר מקטין את הסטיות (הן קרובות יותר לקו האפס)[20].

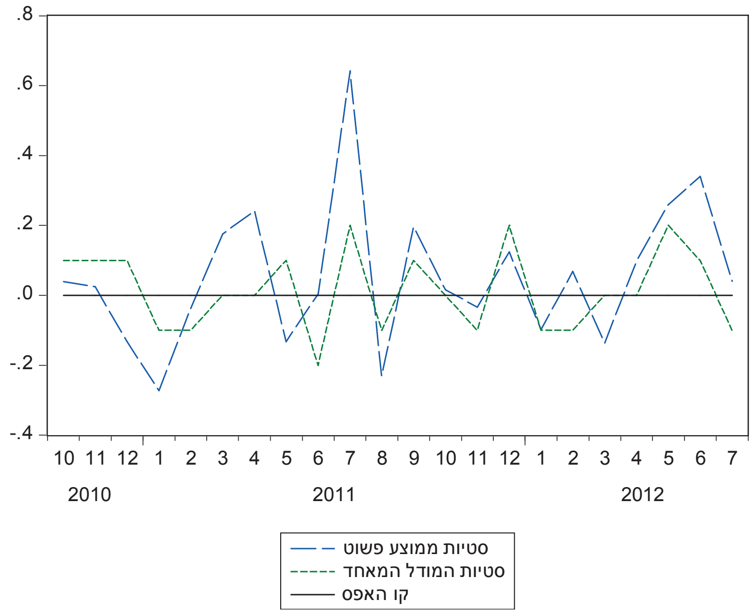
איור 1: סטיות הרכיבים והמודל המוצע



איור 2 מציג את ריבועי הסטיות של השיטה הנהוגה כיום (ממוצע פשוט – מסומן בכחול) ושל שיטת השקלול המוצעת (מסומן בירוק). מהאיור ניתן לראות באופן גרפי את השיפור המשמעותי הנובע מהשימוש בשיטה המוצעת (הסטיות של השיטה המוצעת קרובות יותר לקו האפס)[21].

[20] באיור הרכיב השלילי מוצג לאחר הכפלה במשקלים השליליים.
[21] יש לשים לב לכך שזהו ניתוח בתוך המדגם. כפי שנכתב קודם לכן, בדיקה מחוץ למדגם תיערך בפרק המשנה הבא.

איור 2: סטיות שיטת הממוצע הפשוט והמודל המוצע



3.3. מבחני טיב החיזוי ויציבות

3.3.1. <u>טיב החיזוי: מבחנים מחוץ למדגם (out of sample)</u>

על מנת לבחון את טיב החיזוי נשתמש בבחינה מחוץ למדגם (out of sample). הדבר ייעשה בשני שלבים. בשלב הראשון נחשב את המשקלים האופטימליים על סמך מדגם חלקי, הכולל את התצפיות מתחילת המדגם ועד לחודש מסוים (in sample). בשלב השני נבחן – על סמך מדגם הכולל את החודש/ים העוקבים/ים למדגם החלקי (out of sample) – את הסטיות מהמדד בפועל של התחזית המחושבת על פי המשקלים האופטימליים שנמצאו בשלב הראשון. נערוך את המבחן בשתי דרכים:

1. חישוב משקלים על סמך חלק מהמדגם וחיזוי החודש העוקב – One step ahead.
2. חישוב משקלים על סמך חלק מהמדגם וחיזוי כלל החודשים עד לסיום המדגם – Cross validation.

שתי הבדיקות הנזכרות למעלה נערכו מספר פעמים על מדגמי in sample בגדלים שונים (בין 15 ל-21 תצפיות). טבלה 5 מציגה את ממוצעי ריבועי הסטיות של כלל הבדיקות, וזאת תוך השוואה לאופן השקלול כיום (ממוצע פשוט).

לפי שתי הבדיקות יש שיפור של כ-50% בחיזוי out of sample כאשר עוברים מהשיטה הנהוגה כיום לשיטה המוצעת. מבחן Granger-Newbold (1976)[22] מראה כי יחסית לשיטה הנהוגה כיום, השיטה המוצעת מציגה שיפור מובהק בתוצאות ה-out of sample, וזאת ברמת מובהקות נמוכה מ-0.1%.

טבלה 5: ממוצע ריבועי הסטיות בבדיקה מחוץ למדגם

	ממוצע פשוט	המשקלים המוצעים
MSE* בדרך מספר 1. (חודש עוקב)	0.032 (0.043) [0.18]	0.017 (0.016) [0.13]
MSE* בדרך מספר 2. (חודשים עוקבים)	0.040 (0.020) [0.2]	0.020 (0.006) [0.14]

בסוגריים מופיעות סטיות התקן של ריבועי הסטיות.
בסוגריים מרובעים מופיעים השורשים של ממוצעי ריבועי הסטיות (RMSE).
* ממוצע ריבועי הסטיות

3.3.2. יציבות המשקלים – אמידה רקורסיבית

על מנת לבחון את יציבות המשקלים שהתקבלו, נבחן את המשקלים המתקבלים במדגם הולך וגדל, מ-15 תצפיות ועד 22. בדיקה זו דומה לעדכון המשקלים שייערך בפועל (לפחות בשלב ראשוני) על סמך מדגם הולך וגדל.

טבלה 6: משקלים רקורסיביים

מודל / גודל המדגם	אקונומטרי	סטטיסטי	משוואה בודדת	BVAR	MIDAS
15	0.32	0.63	-0.70	0.12	0.62
16	0.34	0.61	-0.70	0.17	0.58
17	0.32	0.61	-0.68	0.16	0.59
18	0.33	0.60	-0.67	0.16	0.58
19	0.37	0.56	-0.67	0.19	0.55
20	0.40	0.58	-0.69	0.19	0.52
21	0.53	0.51	-0.76	0.19	0.54
22	0.56	0.48	-0.76	0.22	0.50

[22] מבחן זה עוסק בהערכת תחזיות, ולעומת מבחני הערכה אחרים הוא אינו דורש חוסר מתאם בו זמני בין סטיות התחזיות.

מהתוצאות המופיעות בטבלה 6 נובע שסימני המשקלים נשארים קבועים, אך ערכיהם משתנים במעבר מהמדגם החלקי (15 תצפיות) למלא (22 תצפיות). השינויים העיקריים הם עלייה במשקל המודל האקונומטרי (ב- 0.24) וירידה במשקל המודל הסטטיסטי (ב-0.15)[23].

כעת נבדק האם השינויים בערכי המשקלים, הנובעים מהשינוי בגודל המדגם, הינם משמעותיים במונחים של הפחתת ממוצע ריבועי הסטיות (MSE). לשם כך נתבונן ב-MSE המתקבל במדגם של 22 תצפיות, כאשר המשקלים נקבעו על פי מדגם של 15 תצפיות (השורה הראשונה בטבלה 6), ונשווה זאת למשקלים שנקבעו על פי מדגם של 22 תצפיות (השורה האחרונה בטבלה 6). נמצא שממוצע ריבועי הסטיות הינו 0.015 כאשר משתמשים במשקלי השורה הראשונה (15 תצפיות), לעומת 0.013 כאשר נעשה שימוש במשקלי השורה האחרונה (22 תצפיות). פער זה הינו מזערי, בייחוד יחסית לממוצע ריבועי הסטיות המתקבל בשימוש בממוצע פשוט שהינו 0.043.

לבסוף נבדוק האם התוצאות היו מושפעות באופן משמעותי אילו היינו משתמשים במדגם ארוך יותר. על מנת לעשות כן נשתמש במדגם של 42 תצפיות (פבר' 2009-יולי 2012) של 4 מודלים (נשמיט את מודל ה-BVAR, היות שהוא לא הופעל באופן שוטף בחלק מהתקופה). נתבונן בממוצע ריבועי הסטיות (MSE) במדגם של 42 תצפיות בשימוש במשקלים שנקבעו על פי מדגם של 26 תצפיות[24] (מדגם מצומצם), ונשווה אותו לשימוש במשקלים שנקבעו על פי מדגם של 42 תצפיות (מדגם ארוך)[25]. נמצא שהממוצעים (MSE) עומדים על 0.046 ו-0.042, בהתאמה. הפרש בלתי משמעותי זה מראה ששימוש במדגם ארוך לא היה מביא לשינויים מרחיקי לכת ביעילות שיש למשקלים בהפחתת ממוצע ריבועי הסטיות. כמו כן הוא מראה שהשינויים שחלים במשקלים לאורך זמן אינם משמעותיים במונחים של הפחתת ריבועי הסטיות[26].

---

[23] כשעורכים בדיקה דומה למודל בלתי מוגבל (בסכום המקדמים ובסימנם), מוצאים כי במדגמים בכל הגדלים סכום המקדמים אינו שונה במובהק מ-1.

[24] כאשר אפעיל את המודל המאחד באופן שוטף, יהיו לכל הפחות 26 תצפיות.

[25] בנספח 2 מוצגים המשקלים הרקורסיביים שנקבעו על פי מדגם בגדלים שונים.

[26] ממוצעי ריבועי הסטיות שהתקבלו במדגם של 42 התצפיות (ללא מודל ה-BVAR), אשר הוזכרו בפסקה זו, גדולים מממוצעי ריבועי הסטיות במדגם של 22 התצפיות (הכולל את ה-BVAR), אשר הוזכרו בפסקה הקודמת. הדבר יכול לנבוע מהשמטתו של מודל ה-BVAR או מהשוני באורך המדגם. כאשר בודקים את ממוצע ריבועי הסטיות במדגם של 22 התצפיות ללא מודל ה-BVAR, מתקבל שממוצע ריבועי הסטיות הינו 0.015. על כן העלייה בממוצע ריבועי הסטיות נובעת מהשינוי באורך המדגם ולא מהשמטת מודל ה-BVAR.

4. אופן השימוש במודל המאחד

בשל גודל המדגם, ובכדי להביא לדיוק מרבי, ייערך עדכון של המשקלים מדי חודש. כלומר מדי חודש ישוקלל כל המידע שברשותנו, והמשקלים האופטימליים יחושבו על פי מדגם הכולל את נתוני החודש שחלף.

בנוסף לתכיפות העדכון יש להתייחס לשינויים במודלים. המודלים השונים לחיזוי מדד המחירים לצרכן עוברים מדי פעם שינויים המשפרים את יכולת האמידה שלהם. דהיינו, המודלים שמעניקים להם משקלים עשויים להשתנות מפעם לפעם. מבחינה תפעולית שינויים כאלה ייבחנו על פי כלל ההחלטה הבא: במקרה שהשינוי קל, השקלול יימשך תוך התעלמות ממנו, ובמקרה שהשינוי משמעותי, המודל ייחשב כמודל חדש ויבוצע עבורו חיזוי רטרואקטיבי בעזרת נתוני עבר. יש לציין שכלל ההחלטה הנידון יושם גם על כל מודל במדגם שנבדק במחקר זה.

5. סיכום

תחזית האינפלציה שחטיבת המחקר עורכת לחודש אחד קדימה מתבססת כיום על ממוצע פשוט של חמישה מודלים החוזים מהו השינוי שיחול במדד המחירים לצרכן בחודש הקרוב. מחקר זה מציע לשקלל את תחזיות המודלים באופן שונה ולהעניק לאחד מהם משקל שלילי. תחילה המחקר סוקר מקורות השראה להצעה זו, ואלה מתייחסים לניצול הפוטנציאל הגלום במתאם החיובי בין סטיות המודלים, דהיינו להענקת משקל שלילי לחלק מהם. בהמשך המחקר מציג תוצאות אמפיריות שתומכות בהצעה הניצבת במרכזו. התוצאות מראות כי כאשר עוברים משיטת השקלול הקיימת לשיטה החדשה, מוצאים שדיוק התחזית משתפר באופן משמעותי (שיפור של כ-50% בממוצע ריבועי הסטיות במבחני out of sample). עוד עולה מהתוצאות כי הכללת המודל שקיבל משקל שלילי עדיפה על השמטתו מהשקלול.

תחזית האינפלציה שעורכת חטיבת המחקר הינה רכיב חשוב בעיצוב המדיניות המוניטרית, החותרת לשמור על יציבות מחירים. שיפור באינדיקטור זה יספק לקובעי המדיניות תחזיות מדויקות יותר וישפר את תהליך קבלת ההחלטות.

בנוסף, המחקר מניח את היסודות לתובנה ששימוש במשקל שלילי, במסגרת שקלול תחזיות, מאפשר לנצל את המתאם החיובי בין הסטיות. תובנה זו יכולה להועיל גם בשקלול משתנים כלכליים אחרים ולשפר את יכולת החיזוי של בנק ישראל בנושאים שונים.

6. מקורות

אילק א., (2006), "מודל חודשי להערכת האינפלציה והמדיניות המוניטארית בישראל", *עיונים מוניטאריים, 2006.4*, בנק ישראל.

בלנק מ., (2007), "הערכות תחזיות אינפלציה של החזאים הפרטיים", *עיונים מוניטאריים, 2007.07*, בנק ישראל.

סוחוי ט., רוטברגר י., (2006), "שיפור טיב המודל העונתי לחיזוי מדד המחירים לצרכן לטווח קצר", *מאמרים לדיון, 2006.06*, בנק ישראל.

שורצקי א., (2009), "תחזית לאינפלציה על ידי מודלים אוטו-רגרסיבים", *תזכיר פנימי*, בנק ישראל.

Bates, J. M., & Granger, C. W. J. (1969). The combination of forecasts. *OR*, 451-468.

Bunn, D. W. (1985). Statistical efficiency in the linear combination of forecasts. *International Journal of Forecasting, 1*(2), 151-163.

Dickinson, J. (1975). Some comments on the combination of forecasts. *Operational Research Quarterly,* 205-210.

Granger, C. W. J., & Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics, 2*(2), 111-120.

Granger, C. W., & Newbold, P. (1976). Forecasting transformed series. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological),* 189-203.

Hoeting, J. A., Madigan, D., Raftery, A. E., & Volinsky, C. T. (1999). Bayesian model averaging: A tutorial. *Statistical Science,* 382-401.

Kapetanios, G., Labhard, V., & Price, S. (2008). Forecast combination and the bank of england's suite of statistical forecasting models. *Economic Modelling, 25*(4), 772-792.

Reinmuth, J. E., & Geurts, M. D. (1979). A multideterministic approach to forecasting. *TIMS Studies in the Management Sciences, 12*, 203-211.

Ribon, S., & Suhoy, T., (2011). Forecasting Short run Inflation Using Mixed Frequency Data (MIDAS), *Occasional Paper, 2011.02*, Bank of Israel.

Timmermann, A. (2006). Forecast combinations. *Handbook of Economic Forecasting, 1*, 135-196.

Winkler, R. L., & Clemen, R. T. (1992). Sensitivity of weights in combining forecasts. *Operations Research, 40*(3), 609-614.

7. נספחים

נספח 1-הצגת המודלים לחיזוי מדד המחירים לצרכן:

1. מודל סטטיסטי – מבוסס על תחזיות נפרדות לכל אחד מ-10 הסעיפים הראשיים של מדד המחירים לצרכן (בחלק מהסעיפים ישנה חלוקה לרכיבים נוספים) (סוחוי, רוטברגר, 2006).
2. מודל אקונומטרי – מבוסס על התפיסה של עקומת פיליפס ומייצר תחזית למדד הכולל באמצעות תחזית למדד "ליבה" – מדד המחירים כשהוא מנוכה מפירות וירקות, הלבשה והנעלה, אנרגיה ודיור (אילק, 2006).
3. מודל BVAR – מודל VAR הנאמד בשיטה בייסיאנית עבור מערכת של משתנים: המדד ללא דיור, סעיף הדיור, ציפיות לאינפלציה, שינוי בשער החליפין, ריבית בנק ישראל, יצוא וצריכה פרטית.
4. משוואה בודדת למדד המחירים – משוואת אוטו רגרסיה למדד המחירים, וכן משוואה נפרדת לסעיף הדיור במדד (שורצקי, 2009).
5. מודל MIDAS – מבוסס על נתונים בתדירויות שונות. המודל מאפשר לכלול נתונים פיננסיים ומחירי סחורות עולמיים בתדירות יומית על ידי התאמת התפלגויות (ריבון, סוחוי, 2011).

נספח 2-משקלים רקורסיביים במדגם מורחב ללא מודל ה-BVAR

גודל המדגם \ מודל	MIDAS	משוואה בודדת	אקונומטרי	סטטיסטי
26	0.29	0.24	0.09	0.38
28	0.32	0.17	0.10	0.41
30	0.34	-0.02	0.11	0.58
32	0.39	-0.07	0.11	0.58
34	0.40	-0.08	0.11	0.57
36	0.38	-0.06	0.15	0.53
38	0.38	-0.07	0.15	0.54
40	0.36	-0.07	0.17	0.55
42	0.38	-0.12	0.26	0.48