

ניתוח הוצאות המשפחה על קבוצות תצרוכת שונות

אפרים גרוס*

עיקר הממצאים

מחקר זה מציג משוואות ביקוש לתצרוכת, על סמך סקרי הוצאות המשפחה לשנים 1968/69 ו-1975/76. בחלקו הראשון נבחנת בנפרד משוואת ביקוש למוצרים השונים. התוצאות תלויות בגודל המשפחה ובסך הוצאות הצריכה שלה, ומראות, כי נשמרו כמה תכונות עיקריות שאפיינו את הביקוש לתצרוכת בעבר: גמישויות הביקוש ביחס להכנסה נמוכות במוצרי המזון, גבוהות יותר במוצרים שאינם מזון ובמקרים רבים אף גבוהות מגמישות יחידתית. התברר, שבמוצרים חיוניים הגמישויות נמוכות מאלה שהתקבלו במחקרים קודמים – דבר המשקף את העלייה ברמת החיים.

בחנית ההוצאה על המוצר ביחס לגודל המשפחה מלמדת, כצפוי, כי במוצרי המזון קיימים יתרונות לגודל המשפחה. יתר על כן, ביתרונות אלה לא חלו כמעט כל שינויים בין התקופות 1956/57 ו-1975/76, ולגבי סך המזון – גם לא בין תקופות הביניים 1963/64 ו-1968/69.

בגמישויותיהן של ההוצאות על חינוך ותרבות ועל בריאות ביחס להכנסה ניכרו בשנת 1968/69 הבדלים מובהקים לפי ארצות המוצא, ואלה לא נמצאו בשנת 1975/76.

חלקה השני של העבודה דן באמידה סימולטנית של משוואות ביקוש ליניאריות למוצרים שונים. מודל זה מניח, שהפרט צורך תחילה כמות מינימלית הכרחית מכל מוצר, ואת ההכנסה שנותרה לו הוא מקצה בין המוצרים. לפי אומדננו היתה ההוצאה המינימלית הממוצעת בשנת 1968/69 כ-75 אחוזים מההוצאה הממוצעת לתצרוכת באותה שנה, ושיעור זה ירד ל-65 אחוזים בשנת 1975/76. במוצרים חיוניים שיעורי ההוצאה המינימלית גבוהים מן הממוצע, ובמוצרי מותרות – נמוכים ממנו.

גמישויות הביקוש למוצרים חיוניים ביחס להכנסה לפי האמידה הסימולטנית דומות במדה רבה לאלה שנתקבלו מאמידת המשוואות לכל מוצר בנפרד.

1. מבוא

מחקר זה מבוסס על סקרי הוצאות המשפחה. שערכה הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה לשנים 1968/69 ו-1975/76 – סקרים המספקים מידע מהימן על מבנה הוצאות המשפחה, וכן נתונים על הכנסותיה ועל תכונותיה הדמוגרפיות. מחקר ראשון ומקיף ביותר על מבנה הוצאות התצרוכת של משפחות שכירים בישראל ערך נ' לויתן (1964). על בסיס סקר הוצאות המשפחה לשנת 1956/57. בעקבותיו נערכו מחקרי חתך נוספים, הנבדלים זה מזה בשיטות האמידה. במיון התצרוכת לקבוצות משניות ובאוכלוסיית המדגם¹.

פרק 2 בעבודתנו מתמקד באמידת משוואות ביקוש לקבוצות תצרוכת ביחס להכנסת המשפחה ולגודלה, וזאת בדרך המאפשרת השוואה לתוצאותיהם של מחקרי חתך הנסכים על תקופות

* המחבר הוא כלכלן במחלקת המחקר של בנק ישראל. מאמר זה הוא תמצית עבודה. שנכתבה בהדרכתו של פרופ' גיורא חנוך. לשם קבלת התואר מ.א. מטעם האוניברסיטה העברית.
1 ראה לנדסברגר (1964); שמאי (1968); קסל, פפרמן ובן-טוביה (1979).

קודמות. בסוף הפרק באים לידי ביטוי גורמים דמוגרפיים נוספים (גיל, ותק, השכלת ראש המשפחה וכיחוד יבשת הלידה שלו); כך אנו נותנים את הדעת על הבדלים בהרגלי הצריכה לפי יבשות המוצא, ובודקים אם הבדלים אלה מצטמצמים לאורך זמן. בפרק 3 נאמד סימולטנית מודל שלם של משוואות ביקוש לתצרוכת, לפי נתוני החתך של 1968/69 ו-1975/76; זאת בניגוד לניתוחים של סקרי חתך קודמים, שבהם נאמדו המשוואות לכל קבוצת מוצרים בנפרד. האמידה תתבסס על מודל ההוצאה הליניארית, ותוצאותיה אינן שונות באופן בולט מתוצאות אמידה של כל משוואה בנפרד.

2. השפעת הכנסתן של המשפחות וגודלן על ההוצאה למוצרי צריכה

א. מחקרי חתך ושיטת האמידה

המודל התיאורטי להסבר הוצאות הצריכה של המשפחה הוא מודל ההכנסה הפרמנטית², והנתונים מתקבלים מסקרי חתך. השימוש בנתונים אלה מעורר שני קשיים (ראה לויתן 1964): (א) בסקרים מדווחת הכנסתה השנתית של המשפחה, וזו אינה מייצגת בהכרח את מצבה הכלכלי; (ב) מהימנותם של נתוני ההכנסות בסקרים אלה נמוכה יחסית, וייתכן שהדיווחים מוטים כלפי מטה. אמנם במדידת ההוצאה על מוצרים שונים הדייקנות רבה יותר, אך כיוון שמדידה זו נסכה על פרק זמן קצר, ייתכן שאינה משקפת את הרגלי התצרוכת של המשפחה לאשורם. מחמת הקשיים הללו, אמדנו את משוואות התצרוכת בדרך שמתאר לויתן (1963 ו-1964). בשיטה זו מקובצות המשפחות לתאים, וההכנסה הפנויה המדווחת משמשת משתנה ממיין; זאת משום שהיא מתואמת עם התצרוכת ולא עם הסטיות המקריות בהוצאה על המוצר. כך מאפשרת ההקבצה לתאים לקבל אומדנים עקיבים לפרמטרים. משפחות השכירים היהודיות בכל אחד מהסקרים מוינו לתאים הומוגניים, לפי שבע קבוצות של הכנסה פנויה (Y) ושבע קבוצות של גודל משפחה (N). סך התצרוכת (C) וגודל המשפחה (N) הם המסבירים את הוצאות המשפחה על מוצר מסויים (X), לפי גישה זו. נאמדה משוואת ביקוש לוגריתמית:

$$(1) \quad \ln X = \alpha + \beta \ln(C) + \gamma \ln(N)$$

β ו- γ הן הגמישויות החלקיות של ההוצאה ביחס להכנסה (שאותה מייצג כאן סך התצרוכת) ולגודל המשפחה. נאמדת משוואת רגרסיה משוקללת (המשקלות השונים נובעים ממספר תצפיות שונה בכל תא), והנתונים הם ממוצעי המשתנים בתאים השונים, כדלהלן:

$$(2) \quad \ln(\bar{X})_{ij} = \alpha + \beta \ln(\bar{C})_j + \gamma \ln(\bar{N})_j + \varepsilon_{ij}$$

\bar{X}_{ij} = ההוצאה על המוצר ה- i כתא ה- j , תחילה חושבו הממוצעים \bar{X} ו- \bar{C} , ולגביהם חושבו הלוגריתמים. הדיון בפרק 2 ייסוב על משוואה (2), וכן על משוואה חצי לוגריתמית (3):

$$(3) \quad \bar{X}_{ij} = \alpha + \beta \ln(\bar{C})_j + \gamma \ln(\bar{N})_j + \varepsilon_{ij}$$

ב. גמישויות ההוצאה על המוצרים ביחס להכנסה

מוצרי מזון

גמישות ההוצאה על המוצר ביחס להכנסה, כפי שהיא מתקבלת במשוואה חצי-לוגריתמית (3) היא β/\bar{X} ; הגמישויות מחושבות כרמת ההוצאה הממוצעת (\bar{X}) על כל מוצר.

לוח 1
גמישות ההוצאה על מזון ביחס להכנסה
(מודל חצי לוגריתמי)¹

| המוצר | לריתן 1956/57 | לנדסברג 1959/60 | עבודה זו 1968/69 | עבודה זו 1975/76 |
|--------------|-------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| סך המזון | .49 | .51 | .33 | .17 (.058) |
| לחם ודגנים | -.05 | .15 | -.02 | -.06 (.086) |
| שמנים | ² -.05 | ² -.09 | -.11 | -.05 (.117) |
| חלב ומוצריו | ³ .55 | ³ .55 | .40 | .32 (.051) |
| ביצים | .62 | .36 | .16 | .07 (.093) |
| ירקות ופירות | 4.39 | 4.59 | .33 | .18 (.061) |

- 1 בסוגריים סטיית התקן של האומדן β/\bar{X}
- 2 למעט הסעיף "חמאה", שהוחסר מהנתון המקורי.
- 3 כתוספת הסעיף "חמאה".
- 4 התקבל מעיבוד של גמישויות הסעיפים הבודדים.

גמישויות ההוצאה על מזון ביחס להכנסה נמוכות (חלקן — במדה משמעותית) מיחידתית $(\eta_{XY}P < 1)$. ממצא זה, המשותף לכל הסקרים הנדונים, מדגיש את חיוניותם של מוצרי המזון. ניסוח אחר לתכונה זו ידוע בשם "חוק אנגל" לפיו אחוז ההוצאה על מזון קטן עם העלייה בהכנסה. נראה, כי הלחם והשמנים הם מוצרים נחותים, שההוצאה עליהם קטנה עם העלייה בהכנסה $(\eta_{XY}P < 0)$. הגמישויות המתקבלות מהמודל החצי-לוגריתמי נמוכות אך במעט מאלו שבמודל הלוגריתמי, וניכרת בהן מגמת ירידה לאורך זמן³.

3 שינויים אלה לאורך זמן הם מובהקים, אך אינם עולים בקנה אחד עם המודל הלוגריתמי. המניח גמישות קבועה של ההוצאה על המוצר ביחס להכנסה.

מוצרים שאינם מזון

בניתוח גמישות ההוצאה ביחס להכנסה במוצרים שאינם מזון נשמר באופן כללי המסדר שהתבטא בסקרים קודמים, ולפיו גמישויות מוצרים שאינם מזון גבוהה מאלה של מוצרי מזון. ובמוצרים רבים אף גבוהות מיחדתית (מוצרי מותרות).
 בין המוצרים בולטת הירידה הניכרת בגמישות ההנעלה וההלבשה, ולעומתה = עליית הגמישות בסעיף הדיור. גמישות התחכורה והתקשורת היא הגבוהה ביותר (כ-2).
 לאחר שהתקבלו הגמישויות של כל הקבוצות העיקריות המרכיבות את סך התצרוכת, ניתן לבחון במדה מסוימת את סבירות התוצאות. בכל נקודת זמן קיים האילוץ התיאורטי $\sum \eta_i^c W_i = 1$. η_i^c היא גמישות ההוצאה על המוצר i ביחס להכנסה, ו- W_i — משקל ההוצאה על המוצר i בסך התצרוכת ($\sum W_i = 1$). מאחר שכל משוואה נאמדה בנפרד, לא נפתה מגבלה זו על הגמישויות, אך נראה, כי הסכום המתקבל מהמשוואות שנאמדו מקיים דרישה זו בקירוב: במודל הלוגריתמי הסכום מוטה כלפי מעלה, ובמודל החצי-לוגריתמי הוא מוטה כלפי מטה, ב-5 אחוזים בערך.

 $\sum \eta_i^c W_i$ במשוואות השונות

| התקופה | מודל לוגריתמי | מודל חצי-לוגריתמי |
|---------|---------------|-------------------|
| 1968/69 | 1.04 | .95 |
| 1975/76 | 1.05 | .95 |

ג. גמישות ההוצאה ביחס למספר הנפשות, יתרונות וחסרונות לגודל המשפחה

המסדר שיוצרות גמישויות ההוצאה של המוצרים השונים ביחס לגודל המשפחה שונה מן המסדר שיוצרות גמישויות אלה ביחס להכנסה: מוצרי המזון הם בעלי גמישות גבוהה ביחס לגודל המשפחה, וגמישותם של המוצרים האחרים שלילית. זאת למעט הלבשה ובייחוד הנעלה, שהתנהגותן דומה לזו של מוצרי המזון. כאשר רמת ההכנסה של המשפחה קבועה, עלייה במספר הנפשות פירושה ירידה ברמת החיים, ומובן מאליו, שהוויתור הגדול ביותר יהיה במוצרי מותרות. מאחר שההכנסה קבועה, הרי סך השינויים בסעיפי ההוצאה השונים מתבטל, ולכן צריך להתקיים $\sum \eta_i^N W_i = 0$. בפועל התקבל, כי סך הגמישויות המשוקללות נע בין -0.23 ל-0.065, ומכאן שסכום הגמישויות של ההוצאה ביחס לגודל המשפחה מוטה אך במעט כלפי מטה.
 את המשוואה הלוגריתמית (1) ניתן לרשום גם בצורה הבאה:

$$(4) \quad \ln(X/N) = \alpha + \beta \ln(C/N) + (\beta + \gamma - 1) \ln(N)$$

הגודל $(\beta + \gamma - 1)$ מבטא יתרונות (חסרונות) לגודל המשפחה, וכאשר הוא שלילי, הרי עלייה במספר הנפשות גררת ירידה ברמת ההוצאה לנפש. ניתן לראות בכך "חיסכון", המתאפשר עקב ריבוי הנפשות — ביטוי ליתרונות לגודל המשפחה. עם זאת יש לזכור, כי עלייה במספר הנפשות במשפחה משקפת בעיקר תוספת ילדים, אשר הרגלי הצריכה שלהם שונים משל מבוגרים — ואילו כאן מדובר במספר הנפשות בלבד, ללא חלוקה נוספת בין ילדים למבוגרים.
 התוצאות המתקבלות עלולות בקנה אחד עם ההנחות — שלפיהן $\gamma = \eta_i^N$ גבוה כאשר $\beta = \eta_i^c$ נמוך. ו- η_i^N חיובי במוצרים חיוניים (שבהם $\eta_i^c > 1$). בכל סעיפי המזון קיימים יתרונות לגודל המשפחה; התוצאות כאן דומות מאוד לאלה של סקרי הוצאות המשפחה לשנים 1956/57 ו-1963/64.

לוח 2
גמישות ההוצאה ביחס להכנסה כמוצרים שאינם מזון
(מודל לוגריתמי ומודל חצי-לוגריתמי)¹

| המוצר | מודל חצי-לוגריתמי | | | מודל לוגריתמי | | |
|-------------------------------|---------------------|---------------------|--|---------------------|---------------------|------------------|
| | עבודה זו 1975/76 | עבודה זו 1968/69 | לנדסברגר ² עבודה זו 1959/60 | עבודה זו 1975/76 | עבודה זו 1968/69 | לויחן 1956/57 |
| אחזקת דירה | 1.12 (.079) | .76 (.048) | .77 | 1.17 (.059) | .80 (.042) | .98 |
| דיור | 1.32 (.089) | .86 (.053) | .. | 1.41 (.080) | .85 (.041) | .. |
| ריהוט | .89 (.205) | .. | .. | 1.08 (.269) | .. | .. |
| ציוד לבית | 1.06 (.103) | .. | .. | 1.25 (.118) | .. | .. |
| ריהוט וציוד לבית | 1.01 (.089) | 1.04 (.095) | 1.14 | 1.18 (.108) | 1.07 (.093) | 2.04 |
| הלבשה | .63 (.156) | .95 (.115) | 1.37 | .74 (.105) | 1.00 (.096) | .. |
| הנעלה | .27 (.181) | .50 (.102) | .75 | .41 (.169) | .61 (.094) | .. |
| הלבשה והנעלה | .54 (.144) | .84 (.105) | .. | .66 | .91 | 1.10 |
| חינוך, תרבות ובידור | 1.15 (.116) | 1.23 (.067) | (1.40) | 1.23 (.089) | 1.57 (.095) | .. |
| בריאות | 1.02 (.080) | .97 (.058) | 1.09 | 1.08 (.084) | 1.04 (.070) | .. |
| חינוך, תרבות בידור ובריאות | 1.12 (.091) | 1.17 (.056) | .. | 1.18 (.067) | 1.41 (.073) | 1.84 |
| תחבורה ותקשורת | 1.96 (.170) | 1.99 (.166) | .. | 2.18 (.131) | 2.07 (.086) | .. |
| שונות | .81 (.065) | 1.59 (.132) | .. | .89 (.066) | 1.65 (.092) | 1.52 |

(1) בסוגריים - כאן ובלוחות 3 ו-4 - סטיות התקן של האומדנים.
(2) מתוך מודל לינארי.

לוח 3
יתרונות וחסרונות לגודל $(\beta + \gamma - 1)$
(מתוך מודל לוגריתמי)

| המוצר | לוייתן 1956/57 | שמאי 1963/64 | עבודה זו 1968/69 | עבודה זו 1975/76 |
|---------------------|-------------------|-----------------|---------------------|---------------------|
| ביצים | -.03 | .01 | .03 | -.06 |
| שמנים | -.11 | -.21 | -.20 | -.15 |
| לחם ודגנים | .. | .. | -.14 | -.20 |
| ירקות | -.15 | -.14 | -.20 | -.13 |
| פירות | -.05 | -.12 | .. | .. |
| סך המזון | -.19 | -.17 | -.19 | -.20 |
| חלב ומוצריו | -.22 | -.01 | -.07 | -.21 |
| אחזקת דירה | -.11 | .. | -.25 | .12 |
| חינוך, תרבות ובידור | .. | .. | .52 | .25 |
| בריאות | .. | .. | -.09 | -.23 |
| חינוך, תרבות, | .. | .. | .. | .. |
| בידור ובריאות | .43 | .. | .33 | .12 |
| ריהוט | .. | .. | .. | -.26 |
| ציוד לבית | .. | .. | .. | .05 |
| ריהוט וציוד | .65 | .. | -.03 | -.03 |
| הנעלה | .. | .. | .15 | -.05 |
| הלבשה | .. | .. | .02 | .07 |
| הנעלה והלבשה | .17 | .. | .06 | .04 |
| דיור | .. | .. | -.37 | -.09 |
| תחבורה ותקשורת | .. | .. | .43 | .41 |
| שונות | .17 | .. | .22 | -.17 |

ד. ההוצאה לתצרוכת ביבשות המוצא השונות

הדיון בסעיף זה יתמקד בניתוח הרגלי הצריכה של המשפחות; נבדוק אם יש הבדלים בין ילידי יבשות שונות, ונעקוב אחר התפתחותם של הבדלים אלה לאורך זמן. נוסף על סך התצרוכת וגודל המשפחה, המסבירים את הוצאות המשפחה על מוצר מסוים, נשתמש גם במשתנים מסבירים אחרים, כגיל ראש המשפחה (G), השכלתו בשנים (H) וכן הוותק שלו בארץ (V).

נקטנו את שיטת האמידה כריבועים פחותים בשני שלבים, וזאת משום שקיים מיתאם בין המשתנה המסביר (C) לסטיות (ϵ). משפחות השכירים בכל תקופה חולקו לשלוש קבוצות לפי יבשות הלידה של ראש המשפחה — יוצאי אירופה ואמריקה, יוצאי אסיה ואפריקה וילידי ישראל — והמשוואה נאמדה לכל קבוצה בנפרד.

הנטייה השולית להוצאה על המוצר ביחס להכנסה β_i / C_i נאמדה לכל קבוצה ברמת סך התצרוכת הממוצעת שלה, והתוצאות שהתקבלו לגבי כל האוכלוסייה אינן שונות באופן בולט מאלו של המודל החצי-לוגריתמי הפשוט.

לוח 4

ההוצאה השולית על המוצר ביחס להכנסה (בנקודת סך התצורות הממוצעת) בכל קבוצה

| 1975/76 | | 1968/69 | | 1975/76 | | 1968/69 | | המוצר |
|---------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|---------------|---------------------------|---------------|---------------------------|-------------------------|
| כל האוכלוסייה | אירופה אסיה ואפריקה ישראל | כל האוכלוסייה | אירופה אסיה ואפריקה ישראל | כל האוכלוסייה | אירופה אסיה ואפריקה ישראל | כל האוכלוסייה | אירופה אסיה ואפריקה ישראל | |
| .035 | ¹ .008 | .048 | .052 | .078 | .041 | .094 | .086 | מזון (ללא פירות וירקות) |
| (.007) | (.012) | (.017) | (.008) | (.006) | (.011) | (.013) | (.001) | פירות וירקות |
| .010 | ¹ .004 | .020 | .015 | .024 | .020 | .037 | .024 | דיור |
| (.003) | (.005) | (.006) | (.004) | (.002) | (.005) | (.005) | (.003) | אחזקת דירה |
| .239 | .271 | .244 | .196 | .093 | .092 | .081 | .095 | הלבשה |
| (.011) | (.029) | (.019) | (.016) | (.006) | (.014) | (.009) | (.009) | הנעלה |
| .087 | .090 | .066 | .085 | .042 | .038 | .046 | .036 | ריהוט וציוד לבית |
| (.006) | (.015) | (.009) | (.008) | (.003) | (.009) | (.006) | (.005) | תרבות, חינוך ובידור |
| .042 | ¹ .025 | .067 | .034 | .067 | .064 | .086 | .062 | בריאות |
| (.007) | (.014) | (.020) | (.009) | (.007) | (.013) | (.016) | (.010) | תחבורה ותקשורת |
| .007 | ¹ .004 | ¹ .009 | .014 | .013 | ¹ .006 | .022 | .012 | שונות |
| (.003) | (.005) | (.006) | (.003) | (.003) | (.006) | (.005) | (.003) | |
| .100 | .150 | .102 | .090 | .083 | .090 | .070 | .093 | |
| (.010) | (.031) | (.017) | (.011) | (.010) | (.022) | (.014) | (.018) | |
| .113 | .099 | .124 | .114 | .160 | .166 | .178 | .160 | |
| (.009) | (.017) | (.019) | (.013) | (.011) | (.023) | (.017) | (.019) | |
| .033 | .030 | .031 | .033 | .038 | .027 | .043 | .035 | |
| (.003) | (.008) | (.006) | (.005) | (.003) | (.005) | (.004) | (.005) | |
| .224 | .194 | .167 | .255 | .170 | .255 | .131 | .159 | |
| (.003) | (.027) | (.018) | (.021) | (.014) | (.057) | (.013) | (.020) | |
| .052 | .045 | .069 | .046 | .130 | .148 | .102 | .139 | |
| (.004) | (.010) | (.006) | (.005) | (.009) | (.019) | (.012) | (.015) | |

(1) ערך הסטטיסטי / קטן מ-2.

התוצאות שהתקבלו תואמות את ההשערה, שהנטייה השולית להוציא על מוצרים חיוניים (כמו סך המזון ורכיביו וכן הלבשה והנעלה) קטנה עם העלייה ברמת ההכנסה; ואכן אצל ילידי ישראל, שהכנסתם וסך תצורתם הם הגבוהים ביותר, הנטייה השולית להוציא על מוצרים שאינם מותרות קטנה בדרך כלל מזו של ילידי אסיה ואפריקה, שהכנסתם וסך תצורתם הם הנמוכים ביותר. אותה תופעה מתבטאת גם בין השנים 1968/69 ו-1975/76: בתקופה זו עלתה רמת החיים, והנטייה השולית להוציא על מוצרים חיוניים ירדה.

בהתפתחות ההבדלים שבין יוצאי היבשות השונות בנטייה השולית לצרוך לא מסתמנת מגמה ברורה וחד-משמעית לאורך זמן (לוח 4). על רקע זה בולטת במיוחד ההתקרבות בסעיף תרבות, חינוך ובידור ובסעיף בריאות. השינויים בנטייה השולית להוציא משקפים הן שינויים במקדם

ההכנסה כמשוואה β_i והן את סך ההוצאה לתצרוכת. לא נצפית מגמה של התקרבות במקדמי β_i במוצרים השונים (ראה נספח 1)⁴.

3. אמידה סימולטנית של משוואות ביקוש לתצרוכת

א. משוואת הביקוש הליניארית ותכונותיה

לאחר שבפרק הקודם נאמדה כל אחת ממשוואות הביקוש לתצרוכת בנפרד, נציג בפרק זה אמידה סימולטנית של מערכת משוואות שלמה, על סמך סקרי חתך לשנים 1968/69 ו-1975/76. המודל המשמש לצורך אומדן זה הוא מודל ההוצאה הליניארית, הנגזר מתוך פונקציית התועלת של Stone & Geary⁵.

$$(5) \quad U(Q_1, \dots, Q_n) = \sum a_i \ln(Q_i - \gamma_i)$$

Q_i = הכמות הנצרכת ממוצר i ;
 γ_i = כמות מינימלית של מוצר i , הנחוצה לקיום; הפונקציה מוגדרת ל- $Q_i > \gamma_i$ לכל i ,
 והמקדמים a_i מקיימים $\sum a_i = 1$ וכן $0 < a_i \leq 1$ לכל i .

פונקציית תועלת זו מניחה, שקודם כול מחלק הפרט את הכנסתו בין חיסכון לבין סך התצרוכת, ומתמקדת בהקצאה האופטימלית של הסכום המוקצב לתצרוכת בין המוצרים השונים.

P_1, \dots, P_n הם מחירי המוצרים. סך ההוצאה לתצרוכת היא מגבלת התקציב של הפרט: $C = \sum P_i Q_i$

נססח את פונקציית לגרנד:

$$(6) \quad L = \sum a_i \ln(Q_i - \gamma_i) + \lambda(C - \sum P_i Q_i)$$

משתני ההחלטה של הפרט הם Q_1, \dots, Q_n , ותנאי הכרחי להבאתה של התועלת למקסימום הוא:

$$(7) \quad \frac{\partial L}{\partial Q_i} = a_i(1/Q_i - \gamma_i) - \lambda P_i = 0$$

החלת תנאי זה על כל המוצרים נותנת:

$$(8) \quad \sum a_i = \lambda \sum P_i (Q_i - \gamma_i) = 1$$

חילוף λ והצבתו ב-(7):

$$\frac{\partial L}{\partial Q_i} = 1/(Q_i - \gamma_i) a_i = P_i / \sum P_i (Q_i - \gamma_i) = 0$$

4 סך ההוצאה לתצרוכת היה בשנת 1968/69 1,072,863 ו-1,172 ל"י, ונעשה בשנת 1975/76 4,112,932 ו-4,711 ל"י — אצל ילידי אירופה ואמריקה, אסיה ואפריקה וישראל. בהתאמה.

5 ראה: Stone (1954).

לאחר סידור מתקבל:

$$(9) \quad P_i Q_i = P_i \gamma_i + a_i \sum P_j (Q_j - \gamma_j) = P_i \gamma_i + a_i (C - \sum P_j \gamma_j)$$

הביטוי $\sum P_j \gamma_j$ הוא ההוצאה המינימלית הנחוצה לקיום $C - \sum P_j \gamma_j$ מבטא את ההוצאה העודפת מעבר לרמה המינימלית, והוא צריך להיות חיובי. המקדם a_i הוא ההוצאה השולית על המוצר. Goldberger & Gamaletsos (1970) דנים בכמה תכונות של משוואת הביקוש הליניארית (בהכנסה ובמחירים). שיפוע עקומת הביקוש ביחס לסך התצורות (C) הוא:

$$(10) \quad \partial Q_i / \partial C = a_i / P_i$$

וגמישות הביקוש למוצר i (Q_i) ביחס לסך התצורות היא:

$$(11) \quad \eta_i = \partial Q_i / \partial C \cdot C / Q_i = a_i / P_i \cdot C / Q_i = a_i / W_i$$

$P_i Q_i / C = W_i$ הוא חלק ההוצאה על מוצר i מתוך סך התצורות. מובן, שגמישות ההוצאה ($P_i Q_i$) ביחס לסך התצורות תהיה אף היא a_i / W_i , כאשר המחיר (P_i) קבוע. ממשוואה (10) נגזרת "עקומת אנגל", המתארת את השתנות ההוצאה על המוצר כפונקציה של השינוי בהכנסה:

$$\partial P_i Q_i / \partial C = P_i \partial Q_i / \partial C = a_i$$

"עקומת אנגל" היא אפוא ליניארית ביחס לסך התצורות.

נגדיר: $C - \sum P_j \gamma_j / C = \Phi$, חלקה של ההוצאה העודפת (מעבר להכרחי) בסך ההוצאה לתצורות. גמישות הביקוש העצמית וגמישות הביקוש הצולבת, המתקבלות כאשר מפצים את הפרט באמצעות הכנסה המאפשרת לו לשמור על רמת תועלת קבועה, הן:

$$(12) \quad \begin{aligned} \eta_{ii} &= \eta_i (1 - a_i) \Phi \\ \eta_{ij} &= -\eta_j a_j \Phi \end{aligned}$$

גמישויות המחיר העצמי נעות בין 0^- ל- 1 ; גמישויות המחיר הצולבות הן חיוביות, כך שהמוצרים הם תחליפים נטו.

ב. כעיות באמידת המודל

צורתו המיוחדת של מודל זה מאפשרת לאמוד את כל הפרמטרים שבו על סמך שני סקרי חתך⁶. יש לציין, שידיעת אחד מערכי γ_j מאפשרת אמידה מלאה של המודל על סמך סקר חתך אחד⁷. בפרק זה, כמו בפרק 2, נערכו העיבודים על ממוצעי התאים.

להוצאה על מוצר i במשוואה (9) נוסיף גורם מקרי כדלהלן:

$$(13) \quad (P_i Q_i) = P_i \gamma_i + a_i (C - \sum P_j \gamma_j) + \varepsilon_{ij}$$

6 על אפשרות זו עמדו Pollak & Wales (1978).

7 ראה Betancourt (1971).

$i = 1, \dots, n$, כאשר i הוא מספרו הסודר של המוצר; $j = 1, \dots, K$, כאשר j הוא מספרו הסודר של התא. (K_1) הוא מספר התאים ב-1968/69 ו- K_2 הוא מספרם ב-1975/76.) הפרמטרים שעלינו לאמוד הם a_1, \dots, a_n ו- $\gamma_1, \dots, \gamma_n$. נסמן ב- \hat{a}_i וב- $\hat{\gamma}_i$ את האומדנים ל- a_i ול- γ_i , בהתאמה. אומדנים אלה מביאים למינימום את סך ריבועי הסטיות על פני משוואות הביקוש לכל המוצרים

$$\min \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^n (\varepsilon_{ij})^2$$

לשם כך יש לאמוד n ערכים של γ_i ו- $(n-1)$ ערכים של a_i (מחמת המגבלה $\sum a_i = 1$) — בסך הכול $2n-1$ פרמטרים. באמידת משוואה (13) מתעוררים לכאורה שני קשיים עיקריים: (א) בעוד שבמודל הרגיל קיימות ההנחות לגבי הסטיות:

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \text{ var } \varepsilon_i = \sigma^2$$

הרי במקרה זה, הואיל וסכום הסטיות בכל תא מוכרח להיות אפס (שכן מתקיים $\sum_{i=1}^n (P_i Q_i) = C_j$), קיים מיתאם בין הסטיות. על מיתאם זה ניתן להתגבר באמצעות אומדן שממנו מושמטת אחת המשוואות. כך מתקבלים האומדנים ל- $(n-1)$ משוואות, ואומדני המשוואה האחרונה מתקבלים כשארית.

(ב) קושי שני נעוץ בכך, שמשוואה (13) אינה ליניארית בפרמטרים (במובן הפשוט) מאחר שמופיעה בה המכפלה $a_i \sum P_i \gamma_i$, אולם המודל ליניארי ל- a_i כאשר γ_i נתון, והוא ליניארי ל- γ_i כאשר a_i נתון; לפיכך מתבקש לשם האמידה תהליך איטרטיבי⁸. תחילתו בהנחה $\gamma_i = 0$ לכל i — כך ש- a_i מתקבלים באמצעות רגרסיה פשוטה $(P_i Q_i)_j = a_i C_j + \varepsilon_{ij}$ — ואחר כך משתמשים ב- a_i לשם אמידת γ_i וכך. בשיטה זו אעסוק בהמשך.

ג. צורת האמידה

אם נניח, כי הגודל a_i אינו משתנה בין השנים (בהתאם למשוואה 13 בסעיף הקודם), יראה המודל, כי גמישויות ההוצאה על המוצר ביחס להכנסה נוטות להתקרב לרמה יחידתית, עם הגידול בהכנסה. מאחר שאומדני הגמישויות מפרק 2 אינם תומכים בגישה זו, הונח כאן (בניגוד למודל של Pollak & Wales), שהפרמטרים a_i לכל מוצר משתנים בין השנים, כך שלכל סקר נאמד וקטור שונה של a_i . לעומת זאת הונח, ש- γ_i נשאר קבוע בשתי התקופות. האומדן ייעשה בתהליך איטרטיבי. הואיל ונקודת הפתיחה של התהליך, כפי שמציע Stone, אינה קרובה לתוצאה הסופית — נבחן דרך אחרת לקבלת אומדנים התחלתיים ל- a_i .

8 תהליך זה הציע Stone (1954).

לכל אחד מתוך $n-1$ מוצרים ($i=1, \dots, n-1$) נאמדה, בכל סקר בנפרד, משוואה מהצורה:

$$(14) \quad (P_i Q_i)_{jt} = \alpha_i + d_i' C_{jt}$$

ל-1968/69 : $i=1$ ול-1975/1976 : $i=2$, כאשר $\alpha_i = (P_i \gamma_i)_t - a_i' (\sum P_i \gamma_i)_t$ בשלב שני (לאחר הצבת \hat{a}_i , שנאמד במשוואה 13) נאמדה משוואה מהצורה:

$$(15) \quad (P_i Q_i)_{jt} - \hat{a}_i' C_{jt} = (\gamma_i - P_i)_t - \hat{a}_i' (\sum P_i \gamma_i)_t$$

המחירים P_i ידועים, ולשנת הבסיס 1968/69 : $P_i = 1$ לכל i . משוואה (15) נאמדה סימולטנית לכל קבוצות המוצרים בשתי התקופות. והפתרונות התקבלו ל- $\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}$ וכן ל- $\sum P_i \gamma_i$ (השווה ל- $\sum \gamma_i$ לשנת 1968/69) — בשתי התקופות: כאמצעות ההפרש מחלצים את γ_n . וכך עד להתנסות הפתרונות ל- $\hat{\gamma}_i$ ול- \hat{a}_i .

ד. מודל ליניארי עם רכיב דמוגרפי

בעוד שהמשוואות שהוצגו עד כה לא כללו רכיב דמוגרפי כלשהו, נכניס עתה, בעקבות Pollak & Wales (1978), את מספר הנפשות במשפחה (N) כגורם דמוגרפי מסביר. הצורה המוצעת היא : $\gamma_i^* = \gamma_i + \gamma_i N$ כלומר: הכמות המינימלית לקיום במוצר i (γ_i^*) תלויה בגודל קבוע (γ_i) ובגודל המשפחה (N). המוכפל בפרמטר החדש (γ_i). בהנחות חדשות אלה משוואת הביקוש המתקבלת לכל מוצר היא:

$$(16) \quad P_i Q_i = P_i (\gamma_i^* \gamma_i N) + a_i [C - \sum P_i (\gamma_i^* + \gamma_i N)]$$

לאחר סידור מקבלים:

$$(17) \quad P_i Q_i = (P_i \gamma_i^* - a_i \sum P_i \gamma_i^*) + N (P_i \gamma_i - a_i \sum P_i \gamma_i) + a_i C$$

המשוואה נאמדת אפוא בצורה הבאה:

$$(18) \quad P_i Q_i = \gamma + \beta N + aC$$

γ ו- β הם הביטויים בסוגריים במשוואה (17). לאחר שמתקבל a ממשוואה זו, מועבר האיבר aC לאגף השני, ולשם חישוב כל γ_i ו- γ_i^* נאמדת משוואה הדומה בצורתה למשוואה (14) המוצגת בסעיף ג, אך מורכבת יותר.

האומדנים ל- a_i , ל- η_i ול- γ_i

האומדנים שהתקבלו ל- a_i , ל- η_i ול- γ_i ניתנים בלוחות 5 ו-6, והם דומים מאוד לתוצאות שהתקבלו בלוחות 1, 2, ו-4. ההוצאה השולית על מזון, פירות וירקות והלבשה והנעלה היא 0.109, ומשקל סעיפים אלה בסך ההוצאה הממוצעת הוא 0.320 — נתונים המדגישים את סיווג סעיפים אלה כקבוצות תצורות חיוניות. ההוצאה השולית על הסעיף חינוך, תרבות ובריאות ועל

הסעיף תחבורה ותקשורת היא 0.384, ומשקלם בסך התצרוכת 0.248 בלבד; מכאן, שניתן להגדירם כמוצרי מותרות. סיווג זה ניתן לקבל גם מלוח 5, המציג את גמישויות ההוצאה על המוצרים ביחס להכנסה. הגמישויות המתקבלות ממודל מורכב זה דומות מאוד לגמישויות המתקבלות בלוחות 2 ו-4, מאמידת כל משוואת הוצאה בנפרד.

לוח 5

הנטיות השוליות להוציא (a_i) , המשקלות (W_i) והגמישות ביחס להכנסה (η_i) ¹

| 1975/76 | | | 1968/69 | | | המוצר |
|----------|-------|----------------|----------|-------|----------------|-----------------------------|
| η_i | W_i | a_i | η_i | W_i | a_i | |
| .252 | .242 | .061 (6.2) | .391 | .274 | .107 (12.6) | מזון, כולל פירות וירקות |
| 1.317 | .284 | .374 (38.2) | .862 | .188 | .162 (19.1) | דיור ואחזקת דירה |
| .615 | .078 | .048 (4.8) | .896 | .096 | .086 (10.2) | הלבשה והנעלה |
| 1.211 | .137 | .166 (16.9) | 1.211 | .180 | .218 (25.8) | חינוך, תרבות, בידור ובריאות |
| 1.964 | .111 | .218 (22.2) | 2.052 | .096 | .197 (23.3) | תחבורה ותקשורת |
| .976 | .085 | .083 (8.5) | 1.088 | .080 | .087 (10.3) | ריהוט וציוד לבית |
| .794 | .063 | .050 | 1.663 | .086 | .143 | שונות |

(1) בסוגריים — כאן ובלוח 6 — ערכי הסטטיסטי.

האומדנים ל- γ_i^* ול- γ_i^*

האומדנים שקיבלנו ל- γ_i^* ול- γ_i^* הם חיוביים, וכן גם סך ההוצאה המינימלית למחיה (שנאמדה ל- \bar{N} לכל שנה). משפחה, שמספר הנפשות בה כממוצע באוכלוסייה (\bar{N}) , וסך תצרוכתה הוא כתצרוכת הממוצעת, הוציאה בשנת 1968/69 כ-78 אחוזים מתצרוכתה על מוצרים הכרחיים (לעומת כ-60 אחוזים לפי המודל ללא רכיב דמוגרפי), וב-1975/76 עמד שיעור זה על 66 אחוזים. משקל ההוצאה על מזון, הלבשה והנעלה ושונות מתוך סך ההוצאה המינימלית היה ב-1975/76 49.4 אחוזים — בדומה למשקל שהתקבל לפי המודל הפשוט.

לסיכום, אף שהאמידה הסימולטנית מורכבת יותר מאמידת כל משוואה בנפרד, הרי אומדני הגמישויות והנטיות השוליות להוציא המתקבלים בשתי השיטות דומים במדה רבה. מסקנה זו עולה בקנה אחד עם העובדה, כי האומדנים המתקבלים מהמשוואות הנפרדות מקיימים (בקירוב) אילוצים תיאורטיים כ- $\sum \eta_i^N W_i = 0$ ו- $\sum \eta_i^C W_i = 1$.

לוח 6
הוצאה מינימלית למחיה γ_i^* ו- γ_i - מודל עם גורם דמוגרפי¹

| 1975/76 | | | 1968/69 | | | המוצר |
|------------------------------------|----------------|------------------|---------------------------------|----------------|----------------|-----------------------------|
| $P_i(\gamma^* + \gamma_i \bar{N})$ | $P_i \gamma_i$ | $P_i \gamma_i^*$ | $\gamma_i^* + \gamma_i \bar{N}$ | γ_i | γ_i^* | |
| 941.4 | 192.7 | 208.3 | 270.3 | 54.6 (14.6) | 59.0 (6.2) | מזון, כולל פירות וירקות |
| 674.3 | 108.3 | 262.3 | 161.1 | 25.6 (1.8) | 62.0 (1.6) | דיוור ואחזקת דירה |
| 259.1 | 70.1 | -7.6 | 90.7 | 24.1 (6.4) | -2.6 (-3) | הלבשה והנעלה |
| 354.1 | 89.7 | 12.8 | 120.8 | 30.1 (3.1) | 4.3 (2) | חינוך, תרבות, בידור ובריאות |
| 165.7 | 29.4 | -53.8 | 47.3 | 8.3 (.8) | 15.2 (6) | תחבורה ותקשורת |
| 242.1 | 30.4 | 126.4 | 69.0 | 8.6 (1.9) | 35.7 (3.1) | ריהוט וציוד |
| 204.3 | 26.8 | 102.7 | 33.3 | 7.8 | 3.2 | שונות |
| 2,841.2 | 547.4 (3.3) | 758.7 (1.7) | 792.5 | 159.1 (2.8) | 176.8 (1.2) | סך הכול |

(1) שנת 1968/69 היא שנת הבסיס. בשנה זו $P_i = 1$ לכל מוצר. בשנת 1968/69 $\bar{N} = 3.8701$; בשנת 1975/76 $\bar{N} = 3.8045$.

נספח I

ערכי הסטטיסטי / לבדיקת הבדלים בנטייה השולית לצרוך (β_j) בין יוצאי יבשות שונות

| 1957/76 | | | 1968/69 | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|
| בין אסיה ואפריקה לישראל | בין אירופה ואמריקה לישראל | בין אמריקה לאסיה ואפריקה | בין אסיה ואפריקה לישראל | בין אירופה ואמריקה לישראל | בין אמריקה לאסיה ואפריקה | |
| 1.76 | 2.63 | .33 | 1.90 | 2.84 | .83 | מזון (ללא פירות וירקות) |
| 1.76 | 1.64 | -.60 | 1.20 | .27 | -1.19 | פירות וירקות |
| -2.04 | -3.13 | -1.55 | -2.07 | -.34 | 2.47 | דיור |
| -2.15 | 1.02 | 1.81 | -.45 | -.53 | -.12 | אחזקת דירה |
| 1.41 | .32 | -1.38 | -.06 | -.48 | -.49 | הלבשה |
| 1.43 | 2.55 | .78 | 1.44 | .76 | -1.04 | הנעלה |
| -1.95 | -2.24 | -.36 | -1.62 | -.21 | 1.67 | ריהוט וציוד לבית |
| .18 | .05 | -.16 | .60 | 1.06 | .69 | חינוך, תרבות וכידור |
| -.35 | -.10 | .37 | .75 | .84 | .22 | בריאות |
| -1.76 | .89 | 3.47 | -2.72 | -1.81 | 2.39 | תחבורה ותקשורת |
| 1.08 | -.42 | -2.20 | -3.54 | -.90 | 3.16 | שונות |

ביבליוגרפיה

- לויתן, נ' (1964), דפוסי צריכה בישראל, מכון פאלק למחקר כלכלי בישראל.
 לנדסברגר מ' (1964), 'שינויים בהרגלי צריכה בישראל בשנים 1956/57 עד 1959/60', סקר בנק ישראל, 23 (דצמבר).
 קסל, ד', פפרמן, ד' ובן טוביה, ש' (1979), גמישויות צריכה לפי הכנסה 1975/76, הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה, 602.
 שמאי, נ' (1968), דפוסי צריכת המזון, 1963/64, הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה.
 Betancourt, R.R. (1971), 'The Estimation of Price Elasticities from Cross Section Data and Additive Preferences', *International Economic Review*, 12 (June).
 Friedman, M. (1957), *A Theory of Consumption Pattern*. Princeton University Press.
 Goldberg, A. & Gamalestos, T (1970), 'A Cross Country Comparison of Consumer Expenditure Patterns,' *European Economic Review*, 1 (Spring).
 Liviatan, N. (1961), 'Errors in Variables and Engel Curve Analysis,' *Econometrica*, 29 (July).
 — (1963), *Tests of the Permanent Income Hypothesis Based on a Reinterview Saving Survey*, Falk Institute for Economic Research.
 Pollak, R. & Wales, J. (1968), 'Estimation of Complete Demand Systems from Household Budget Data', *American Economic Review*, 6 (June).
 Prais, S. & Houthakker, H. (1955), *The Analysis of Family Budgets*, Cambridge University Press.
 Stone, J. (1954), 'Linear Expenditure Systems and Demand Analysis — an application to the Pattern of British Demand. *The Economic Journal*, 64 (September).